

# 유한요소법을 이용한 ZnO바리스터의 전위분포 해석

이 수길, 김 도영\*, 장경욱, 이 준웅  
( 광운대학교 전기공학과 )

## Analysis for potential distribution of ZnO varistor using Finite Element Method

Lee Su-Kil, Kim Do-Young\*, Jang Kyung-Uk, Lee Joon-Ung  
( Dept. of Elec. Eng., Kwang Woon Univ.)

### Abstract

In this paper, Finite Element Method was used for the analysis of Potential Distribution of ZnO varistor and visualizing the characteristics of conduction mechanism. The results can be obtained by 2-dimensional element division and numerical method for Poisson's equation.

### I. 서 례

ZnO 바리스터는 Surge 나 Noise 와 같은 이상전압으로부터 회로소자를 보호하는 기능을 가지고 있다. 이들 바리스터를 저전압화 하기 위한 공정은 매우 어려우며, 또한 ZnO 바리스터내의 전위분포 역시 복잡하여 정확한 전위분포를 해석하는 것은 용이하지 않다.

본 논문에서는 3성분 종입자법으로 제작된 ZnO 바리스터의 Grain과 입자사이의 전위분포를 해석하기 위해, 유한요소법 (Finite Element Method)을 이용하여, 지금까지 밝혀진 전기적 특성을 바탕으로 ZnO 바리스터 내부의 전위 및 전계분포의 시뮬레이션을 시도하였다.

### II. 시편제조

#### 2.1 시편제조

해석 대상 모델인 3성분 Seed Grain ZnO 바리스터의 제조 공정은 다음 그림 1-1, 1-2와 같다. 그림 1-1은 Seed Grain 제조 공정으로 우선 ZnO(97mol%), BaCO<sub>3</sub>(2.5 mol%), TiO<sub>2</sub>(0.5 mol%)를 조성하여 성형한 후 1400 °C에서 10시간 동안 소결하였다. 이 소결체를 증류수로 분해시켜 seed grain을 얻었다. 또한 ZnO 바리스터 시편은 ZnO(98mol%), Bi<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(1mol%), CoO(0.5mol%), MnO<sub>2</sub> (0.5mol%)의 조성에 Seed Grain 5 wt%를 혼합하여 그림 1-2와 같은 공정을 거쳐 제조하였다.

### III. 시뮬레이션

#### 3-1. 유한요소법

##### 1) 요소분할

유한요소법에서 각각의 요소를 분할하는 이유는 일의의 구조물을 유한개로 분리시켜 수학적인 해석을 간단히 하기 위함이다. 요소의 종류에는 1차원요소와 2차원요소 및 3차원요소로 대별된다. 요소 분할과 경계치에 대한 정밀도는 그 수학적 계산처리 속도와 분할요소정도에 따른 최적경계치를 위해 그 절충이 요구된다.

본 논문에서 사용한 요소는 2차원 3절점삼각형이고, 이를 사용하여 요소분할을 하였다. 또한 자유도는 1자유도를 채택하였고, 경계조건은 고정경계조건(Dirichlet 積定條件)과 자연경계조건(Neumann 積定條件)을 고려하였다.

##### 2) 요소분할의 경계조건

###### 경계조건이

$$\phi = q(x,y,z) \text{ (고정경계조건)} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + a\phi + B = 0 \text{ (자연경계조건)} \quad (2)$$

와 같을때, 이들식을 만족하는 지배방정식의 일반적인 범함수 I는 식(3)과 같다.

$$I(\phi) = \Lambda(\phi, \phi) - 2 f\phi \quad (3)$$

### 3-2. 지배방정식

작용모델인 ZnO바리스터의 지배방정식은 다음과 같은 Poisson 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 y} = -\frac{eN_d}{\epsilon_r} \quad (4)$$

여기서  $e$ 는 전하량이고,  $N_d$ 는 도너밀도이고  $\epsilon_r$ 는 비유전율이다. 식(4)를 이산화시킨 것이 식(5)이며 이로부터 포텐셜 행렬을 구할 수 있다.

$$\delta[J] = [[Ke][\phi e] + [Fe]] = [0] \quad (5)$$

이때 이 행렬의 수치들은 근사해이며, ZnO 바리스터의 미세구조 요소분할 정도에 따라서 정확화를 해야 한다. 여기서 구한 수치들은 전위분포를 구성하는 전위값들이다.

### 3-3. 해석모델

사진 1 은 시뮬레이션 해석모델을 선정하기 위한 ZnO 바리스터의 미세구조를 나타내고 있다. 사진에서 A는 Grain이고, B는 입계(Intergranular layer)이며, C는 스피넬상(Spinel Phase)으로 되어있음을 알 수 있다.

이 사진의 미세구조를 바탕으로, 해석모델과 요소분할 조건을 만족하는 요소 분할도를 그림 3-1 과 그림 3-2에 나타냈다.

### 3-4. 알고리즘

그림 3-3과 같은 알고리즘으로 전위 및 전계분포를 계산하였다.

또한 경계조건과 요소분할 조건을 만족하는 해석모델로부터 구한 모델의 전위분포 결과치를 그림 3-4에 나타내었다.

또 Poisson의 식(6)으로부터 구한 전계분포도를 그림 3-5에 나타냈다.

$$E = -\text{grad } V \quad (6)$$

이상에서와 같이 초기조건으로 인가전압 0.3 [V], 주파수 20[Hz]를 대입하여 시뮬레이션한 결과 전위는 Grain에서 완만한 기울기로, 그리고 입계에서는 급격한 기울기로 분포됨을 알 수 있었다. 이는 도체와 절연체 접촉지, 형성되는 소트키 전위장벽 모델의 전위분포와 일치하는 경향을 나타냈다. 이로 부터 유한요소법을 이용하여 ZnO 바리스터의 전위분포를 해석할 수 있었다.

## IV. 결론

3성분 중입자법으로 제작된 ZnO 바리스터의 Grain과 입계사이의 전위분포를 해석하기 위하여 유한요소법으로 시뮬레이션한 결과,

- 1) 유한요소법을 이용하여 ZnO 바리스터의 전위분포를 얻었다.
- 2) 입계에서의 전계분포를 관찰함으로써 바리스터의 전도 메카니즘을 유추할 수 있다.
- 3) 바리스터의 제조공정을 최적화하여, 그 수명을 연장할 수 있다.

## V. 참고문헌

1. Zienkiewicz, O.C. "The Finite Element Method and Boundary Solution Procedures as General Approximations for Field Problems", Int.J.Num.Math.Eng., 11.
2. Masahiko Hayashi, Masanori Haba, Shinji Hirano, Masako Okamoto, and Misuzu Watanabe, "Degradation Mechanism of Zinc Oxide Varistors Under DC Bias", J.Appl.Phys., 53, No.8, pp. 5754~5762, Aug 1982
3. M.V.K. Charli & P.P. Silvester (1980) "Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems", John Wiley & Sons Ltd. USA
4. K. Sato and Y. Takada, "A Mechanism of Degradation in Leakage Currents through ZnO Varistors", J.Appl.Phys., 53, No.12 Dec, 1982
5. C.N. Chen and L.C. Wellford, JR, "Multilevel Finite Element Sloution Algorithms Based on Multiplicative and Additive Correction Procedures" International Journal Methods in Engineering, Vol. 28, 1989.
6. Tai-Yu Chou and Zoltan J. Cendes, "Tangential Vector Finite Elements for Semiconductor Device Simulation IEEE Trans.Computer-Aided Design, Vol. 10 No. 9, Sep. 1991.
7. E.L. Washpress, "Two-Level Finite Element Grid Optimization by Direct Energy Search", Appl. Math. Model. 1, (1977).
8. James Penman and Michael D. Grieve, "Self-Adaptive Finite-Element Techniques for the Computation of Inhomogeneous Poissonian Fields", IEEE TRANS , Industry Applications.

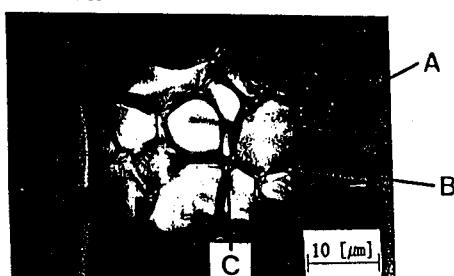
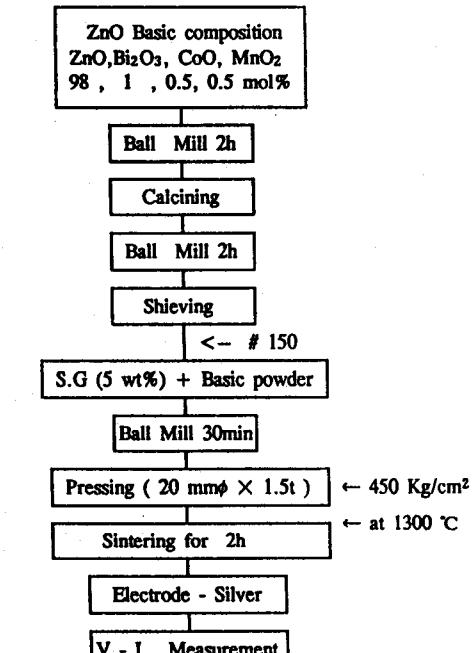
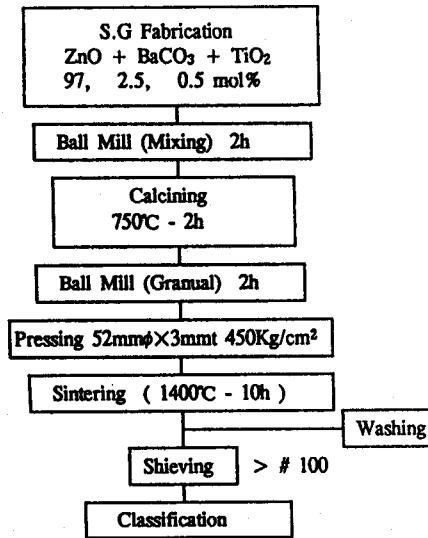


사진 1. 시편의 미세구조  
Photo 1. Microstructure of the Sample

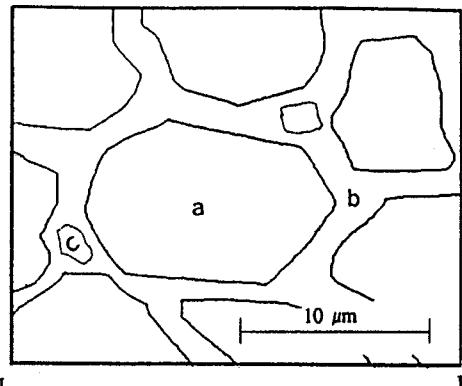


그림 3-1 해석모델도  
Fig. 3-1. Model Diagram for Analysis

a: Grain  
b: Intergranular Layer  
c: Spinel

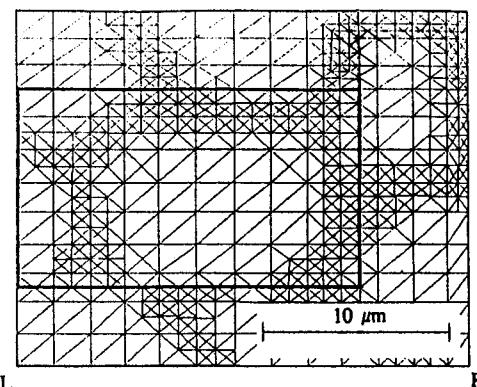


그림 3-2 요소 분할도  
Fig. 3-2. Geometry of Element Model

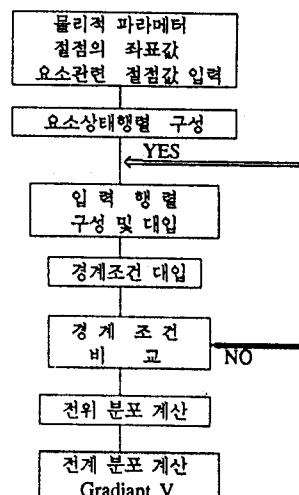


그림 3-3 전위와 전계분포 계산을 위한  
알고리즘  
Fig. 3-3. Algorithm for the Calculation of  
Potential and Electric Field.

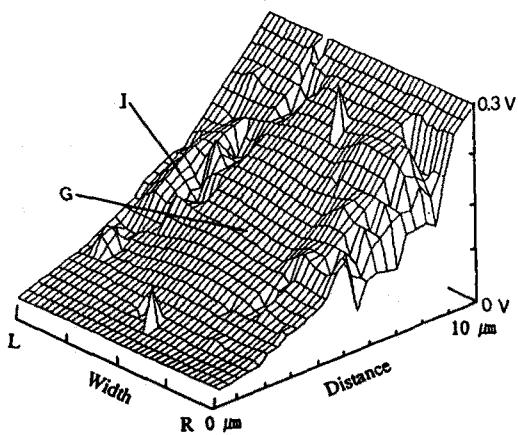


그림 3-4 전위분포

Fig. 3-4. Potential Distribution

G: Grain  
I : Intergranular Layer

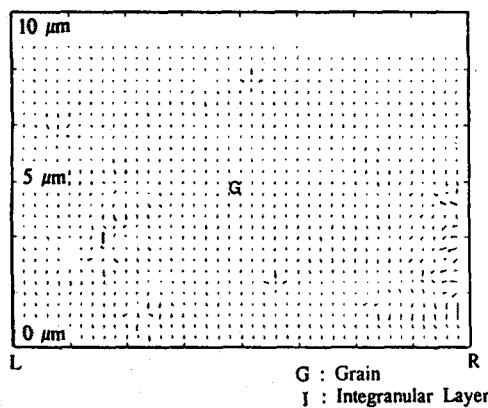


그림 3-5 전계 분포

Fig. 3-5. Distribution of Electric Field