

# 여자전압의 파형에 따른 Parametric Transformer의 특성

우정인 정기화 \*  
동아대학교 해군사관학교 \*

## A Study on the Effects of Excitation Voltage Waveforms on the Performances of Parametric Transformer

Woo Jung-In Jung Kee-Wha \*  
Dong-A Univ. Naval Academy \*

### Abstract

This paper deals with the operation of a parametric transformer through the normalization of system equations. Based on these equations, the effects of excitation voltage waveforms on the performances of the parametric transformer are analysed.

### 1. 서 론

Parametric transformer(이하 PT)는 구조가 간단하여 거의 고장이 발생치 않을 뿐만 아니라 과부하 보호기능이나 Noise filtering 등의 기능을 갖고 있기 때문에 각 방면에 그 응용이 기대되고 있다. 특히 최근에는 각종의 Parametric machine이나 Solar energy converter 등에 이 원리를 적용시켜 만족할 만한 결과를 얻은 연구도 보고되어 있다.

본 연구에서는 이러한 Parametric excitation에 있어서 여자전압파형의 형태에 따라 발진회로 전압의 파형 및 그 안정 영역을 연구하였다.

먼저 회로의 기초방정식으로부터 회로조건이 변화하여도 항상 통일적인 해석이 가능하도록 방정식을 규격화시켜 해석한다.

### 2. 구조 및 동가회로

#### 2-1. 구조

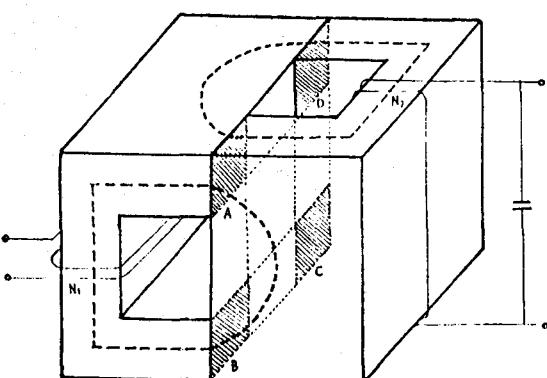


그림 1. Structure of two C-type Parametric transformer

Parametric transformer는 그림 1과 같이 2개의 C-type 코어 구조로 되어있다. 1차 및 2차 코어에는  $N_1$  및  $N_2$ 의 권선이 감겨있고 2차측(발진측)에는 Capacitor가 병렬로 연결되어 발진전압의 확립에 관계한다.

#### 2-2. 동가회로

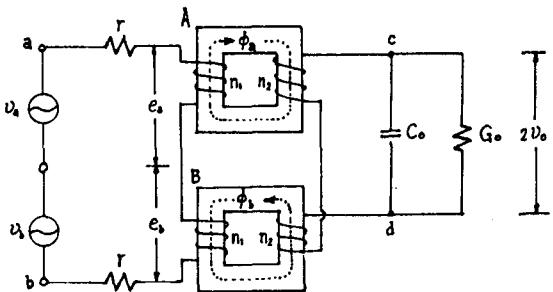


그림 2. Basic equivalent circuit

Parametric 발진회로의 기본적인 동가회로를 그림 2에 나타내었다. Parametric 발진을 응용한 장치의 형태는 다양하지만 회로 방정식을 유도하면 대부분 그림 2와 같이 된다.

그림 2에서  $C_o$ ,  $G_o$ 는 각각 공진 커패시턴스와 부하콘덴서이며  $r$ 은 1차측 회로저항이며 2차측 권선저항은 무시했다. 또 도출한 회로 방정식이 다양회로의 방정식과 공통성을 갖도록  $v_a$ ,  $v_b$ 가 서로 반대 위상을 갖는 2상전원으로써 전원 전압을 구성하였다.  $e_a$ ,  $e_b$ 는 각각 리액터 A, B의 1차권선에 유기되는 상전압이다.

이 회로에서 1차측회로에 회로저항  $r$ 이 없는 경우, 정현파 교류전압을  $a-b$  단자간에 인가하면, 2차측회로의 방정식은 Mathieu형 비선형미분방정식이 된다.

#### 3. 회로 방정식

##### 3-1. 회로 방정식의 도출

회로 방정식을 도출하기 위해 비선형리액터의 어자특성을 적당히 근사시킬 필요가 있다. 그러나 정도가 높은 근사식을 사용하면, 도출한 회로 방정식이 복잡하게 되어 해석이 곤란하게 된다.

본 연구에서는 여자전압파형에 따른 제 특성을 정성적으로 해석하는 것이 주 목적이므로 다음과같은 3차 근사식을 이용하였다.

$$\begin{aligned} n_1 i_a - n_2 i_o &= a \phi_a + b \phi_a^3 \\ n_1 i_b - n_2 i_o &= a \phi_b + b \phi_b^3 \end{aligned} \quad (1)$$

그림 2로부터 1차측 및 2차측 회로 방정식은

(i) 1차측 회로

$$n_1 \frac{d}{dt} (\phi_a + \phi_b) + r (i_a - i_b) = v_a + v_b \quad (2)$$

$$i_a - i_b \quad (3)$$

(ii) 2차측 회로

$$i_o = i_{co} - i_{eo} \quad (4)$$

$$i_{co} = n_2 C_o \frac{d^2}{dt^2} (\phi_a + \phi_b) \quad (5)$$

$$i_{eo} = n_2 G_o \frac{d}{dt} (\phi_a + \phi_b) \quad (6)$$

식(1) ~ (6)으로부터

$$i_o = -\frac{1}{2n_2} \{ a(\phi_a + \phi_b) + b(\phi_a^3 + \phi_b^3) \} \quad (7)$$

$$i_a = -\frac{1}{n_1} \{ a\phi_a + b\phi_a^3 + n_2 i_o \} \quad (8)$$

$$i_b = \frac{1}{n_1} \{ a\phi_b + b\phi_b^3 + n_2 i_o \} \quad (9)$$

각 리액터의 자속은 2차측자속  $\phi_2$ 와 1차측자속  $\phi_1$ 에 다음과 같은 관계가 있다.

$$\phi_a = \phi_2 + \phi_1, \quad \phi_b = \phi_2 - \phi_1 \quad (10)$$

$$\text{또 } v_a = E \cos \omega t, \quad v_b = E \cos(\omega t - \pi) \quad (11)$$

이다. 이상으로부터 1차측 및 2차측 회로방정식을 구하면

(i) 1차측 회로방정식

$$\frac{d\phi_1}{dt} + \frac{r}{n_1^2} (a\phi_1 + b(\phi_1\phi_2^2 + \phi_1^3)) = \frac{E}{n_1} \cos \omega t \quad (12)$$

(ii) 2차측 회로방정식

$$\frac{d^2\phi_2}{dt^2} + \left( \frac{C_o}{G_o} \right) \frac{d\phi_2}{dt} + \frac{1}{2n_2^2 C_o} (a\phi_2 + b(3\phi_2\phi_1^2 + \phi_2^3)) = 0 \quad (13)$$

### 3-2. 회로방정식의 규격화

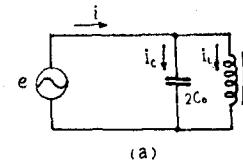
회로조건이 변화하여도 항상 통일적인 해석이 가능하도록, 도출한 회로 방정식에 대해 규격화를 행한다. 여기서는 그 기준으로써 비선형리액터와 실효용량의 병렬첨공진전압에 상당하는 자속을 이용한다.

그림 3에 기준자속과 규격치를 구하는 방법을 나타낸다. 그림 1의 2차측  $C_o$ 에는 1차측인가전압의 2배전압이 걸리는 것을 고려하면, 2차측전류는 등가적으로  $2C_o$ 가 작용한다. 따라서 그림 3a와 같은 비선형리액터와 회로용량  $2C_o$ 의 병렬첨공진회로에 대해서 고려한다. 인가전압을

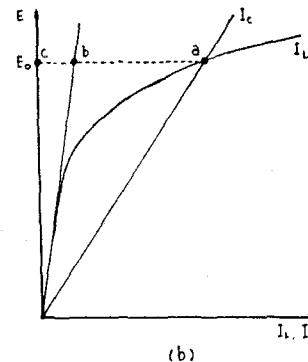
$$e = \sqrt{2} E \sin \omega t$$

로 하고 비선형리액터와 콘덴서에 흐르는 전류를  $i_L, i_C$ 로 하면

$$i_L = \frac{\sqrt{2}}{n_2} \left( a \left( \frac{E}{\omega n_2} \right) + \frac{3}{2} b \left( \frac{E}{\omega n_2} \right)^3 \right) \cos \omega t + \text{고조파}$$



(a)



(b) Diagram  
그림 3. Scheme for normalization

$$i_c = \sqrt{2} \omega C_o E \cos \omega t$$

공진전압이  $E_0$ 인 공진점에서는

$$2\omega C_o E = \frac{a}{\omega n_2^2} E_0 + \frac{3}{2} \frac{b}{\omega n_2^2} \left( \frac{E_0}{\omega n_2} \right)^2 E_0$$

따라서

$$E_0 = \omega n_2 \sqrt{\frac{2(2\omega C_o - a)}{3b}}$$

$$\text{단 } a_0 = \frac{a}{\omega n_2^2}, \quad b_0 = \frac{b}{\omega n_2^2}$$

이때의 자속을  $X$ 로 하면

$$\Phi = \frac{E_0}{\omega n_2} \sqrt{\frac{2X}{3b}}$$

$$\text{단, } X = 2\omega C_o - a_0$$

이 된다. 그런데 해석에 있어 순시값을 취하는 경우가 많으므로 그 최대치를 기준값으로 취하면

$$M = \sqrt{2} \sqrt{\frac{2X}{3b}} \quad (14)$$

가 된다. 각 변수의 규격화된 값은 다음과 같다.

$$\Phi_2 = Mx, \quad \Phi_1 = My, \quad \frac{NE}{\omega n_2} = MZ$$

$$N = \frac{n_2}{n_1}, \quad \tau = N^2 r X \quad (15)$$

$$m = \frac{2\omega C_o}{a_0}, \quad p = \frac{2G_o}{X}$$

또  $\omega t$ 를  $t$ 로 규격화하면 다음과 같은식이 된다.

(i) 1차축 회로방정식

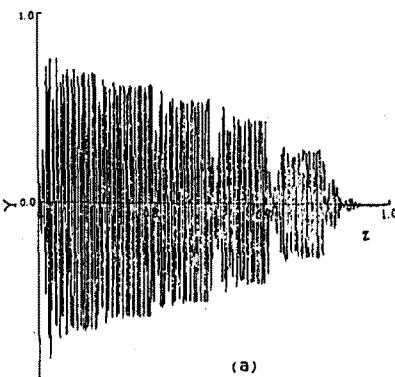
$$\frac{dy}{dt} + \tau \left( \left( \frac{1}{m-1} \right) y + \frac{4}{3} (3yx^2 + y^3) \right) = Z \cos \omega t \quad (16)$$

(ii) 2차축 회로방정식

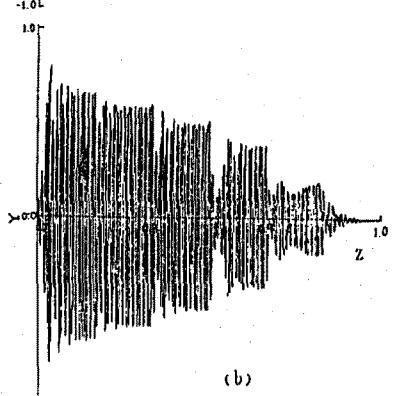
$$\frac{d^2x}{dt^2} + P \left( \frac{m-1}{m} \right) \frac{dx}{dt} + \frac{1}{m} x + \frac{4}{3} \left( \frac{m-1}{m} \right) (3xy^2 + x^3) = 0 \quad (17)$$

여기서  $x$ 는 2차축 전압을 유지시키는 자속,  $y$ 는 1차축 전압에 대응하는 자속에 해당된다.  $Z$ ,  $\tau$ ,  $P$ 는 각각 1차축 회로의 전압, 1차축 회로의 저항, 2차축 부하에 대응하는 값이다. 또  $m$ 은 비선형리액터 자화특성의 선형부분의 유도성 서셉턴스에 대한 회로의 용량성 서셉턴스비에 해당하는 값으로 그림 3b의  $ac/bc$ 에 해당한다.

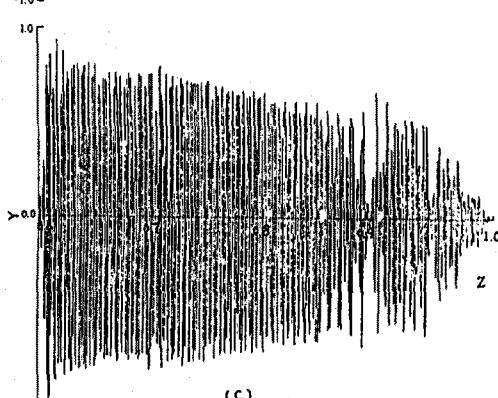
#### 4. 실험결과



(a)



(b)

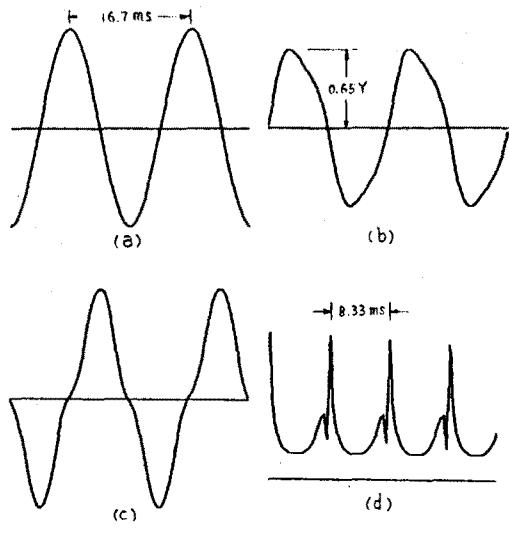


(c)

- (a) Sinusoidal excitation
- (b) Triangular excitation
- (c) Rectangular excitation

그림 4. Input/output characteristics

그림 4는 여자전압파형을 정현파와 구형파 및 삼각파로 여자시켰을 때 입력전압에 대한 출력전압의 변화를 나타낸 것이다. 이 때 각 입력전압의 실효치는 동일하다. 그림에서 알 수 있듯이 여자전압이 정현파와 삼각파인 경우보다 구형파인 경우가 입력전압에 대한 출력전압의 범위가 넓고 그 크기도 더 큰 것을 알 수 있다. 또 정현파와 삼각파인 경우는 비슷한 특성을 나타낸다.



- (a) Input voltage waveform
- (b) Output voltage waveform
- (c) Input current waveform
- (d) Inductance variation waveform

그림 5. Waveforms of sinusoidal excitation

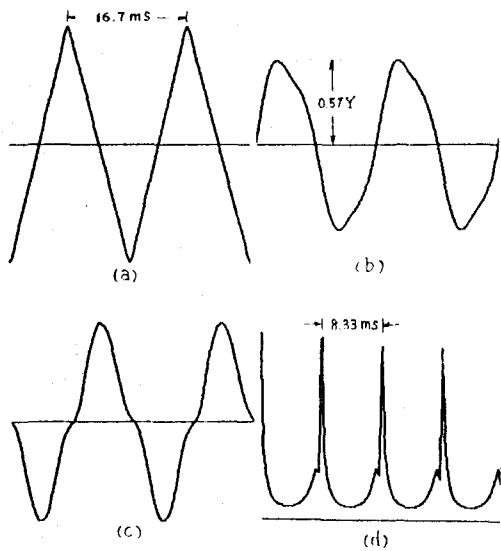
그림 5는 여자전압이 정현파일 경우 출력전압, 인더턴스 변화 등을 나타낸다. 그림 5b의 출력전압파형은 고조파를 포함하고 있는 것은 1차 관선저항의 영향때문이며 이 저항 값을 무시하면 정현파로 된다. 그림 5의 여자전류파형은 정현파에 가까우나 여자전압의 크기나 부하의 크기에 따라서는 상당히 왜곡된 파형이 된다. 그림 5d의 인더턴스파형은 일정한 평균값을 기준으로 여자전압의 2배 주파수로 변동하고 있으나 고조파성분이 다양 포함되어 있다. 공진용 콘덴서는 이 파형의 기본파 성분에 공진되어 2차 발진전압을 확립시키게 된다.

그림 6과 7은 여자전압이 삼각파와 구형파인 경우 각 파형을 나타내고 있다.

그림 6으로부터 여자전압이 삼각파인 경우는 정현파의 경우 거의 동일하다.

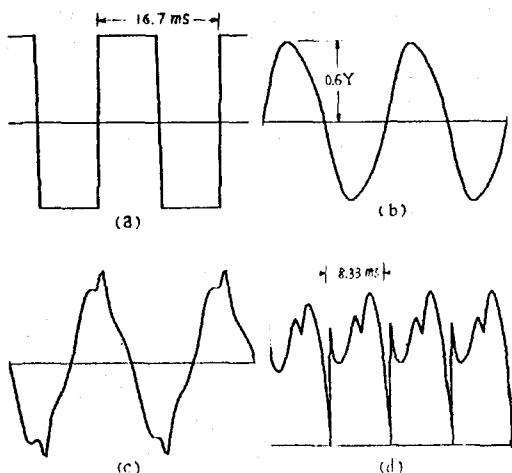
그림 7은 구형파 여자시 각 파형을 나타내는 것으로서 그림 7b의 출력파형은 오히려 정현파 여자시보다 더욱 정현파에 가깝다. 그림 7c의 여자전류파형은 정현파의 경우에 비해 고조파 성분이 크다.

그림 7d의 인더턴스파형은 그림 6d에 비해 그 평균값은 차이가 있으나 역시 여자전압주파수의 2배 주파수로 변화하고 있으며 고조파성분이 그림 6d에 비해 작기때문에 공진에 의한 발진진폭이 더욱 크게 되므로 출력전압파형은 정현파 여자의 경우에 비해 양호한 결과를 나타내는 것으로 생각할 수 있다.



(a) Input voltage waveform  
 (b) Output voltage waveform  
 (c) Input current waveform  
 (d) Inductance variation waveform

그림 6. Waveforms of triangular excitation



(a) Input voltage waveform  
 (b) Output voltage waveform  
 (c) Input current waveform  
 (d) Inductance variation waveform

그림 7. Waveforms of rectangular excitation

## 5. 결 론

Parametric transformer의 여자전압파형에 따른 출력전압의 의존성을 연구하였다.

그 결과 기기 고유의 Harmonic filtering 특성을 확인할 수 있었으며, 구형파어자의 경우 정현파어자와 보다 입력전압에 대한 출력전압발생 영역이 더 넓고 그 진폭도 더 크게 된다. 그러나 여자전류파형은 심하게 왜곡되는 것을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

- 1) K. BURIAN : " Theory and analysis of a parametrically excited passive power converter", IEEE Trans., IA-8, pp. 278-282, 1972
- 2) W.Z. FAM and R.P. VERMA : " Theory and performance of parametric transformers", IEEE Trans., PAS-91, pp. 2494-2503, 1972  
マグネティックス研究会資料, MAG-82-172, 昭 57-12
- 3) 村上, 渡邊 : " パラメトリック誘導電動機の速度制御 及び始動に關する考察", 日本電氣學會マグネティックス研究会資料, MAG-80-105, 昭 55-11
- 4) 菊池, 渡邊, 陳, 村上 : " パラメトリック誘導電動機の速度制御 及び始動に關する考察", 日本電氣學會マグネティックス研究会資料, MAG-80-105, 昭 55-11
- 5) O. Ichinokura & K. Murakami : " Analysis of type transformer for DC-AC interconnection system ", IEEE Trans. on Magnetics, MAG-21, p.1750, 1985