

# 자화 의존 히스테리시스 모델의 특성 시뮬레이션

홍 선기 이 상훈\* 이 중호 원 중수

서울 대학교 전기공학과

(Simulations for Magnetization - dependent hysteresis model)

Hong, Sunki Lee, Sanghoon Lee, Jungho Won, Jongsoo

Dept. of Electrical Eng. S. N. U

## ABSTRACT

In calculating the hysteresis loops with the Preisach model for ferromagnetism, Everett function is used generally. Because the Everett function is usually given as a table of the lattice-shaped, it is very difficult to directly obtain the Everett table from the data. Therefore this makes some defects in the calculation processes or the accuracy of the results. In this study, using the data sufficiently obtained from the experiment by drawing up the Everett table in the triangle-shaped, and applying the generalized hysteresis model in which the magnetization is depend on the sum of the applied magnetic field and the molecular field, it is shown that our proposal is acceptable in calculating the hysteresis processes.

### 1. 서론

프라이자흐(Preisach)모델<sup>[1]</sup>은 비선형인 히스테리시스 특성을 정량적으로 해석하는 방법을 제시하였다. 이 모델을 이용하여, 실험으로부터 구하는 일차전이곡선에 의해 구하여진 분포함수 또는 에버렛(Everett) 함수를 이용, 히스테리시스 현상은 계산이 가능하다. 일반적으로 분포함수를 이용하는 방법은 프라이자흐 다이어그램으로부터 각 요소마다 그 값을 구하여 놓고, 자계가 변함에 따라 이에 해당하는 영역을 적분하는 방법을 이용하므로<sup>[2]</sup>, 계산량이 많아지고, 계산에 필요한 메모리도 과다하게 되기 쉽다. 이에 대해 에버렛 함수를 이용하면<sup>[3, 4]</sup>, 입력 극값에 대한 계산만 하면 충분하므로 필요 메모리 및 계산량은 상당히 감소하게 된다. 그러나, 이 방법도 실험에서 구한 전이곡선에서 계산에 용이하게 에버렛 다이어그램을 등간격으로 나누어 선형보간을 통해 재구성하게 되고, 이에 따른 오차를 수반하게 된다.

이에 대해 본 연구에서는 측정된 전이곡선의 데이터에서 직접 얻어지는 에버렛 함수 값을 에버렛 다이어그램에 직접 대입하고, 이들 데이터를 삼각형 요소로 세분함으로써<sup>[5]</sup>, 전이 곡선에서 얻을 수 있는 정보를 최대한 이용하고, 불필요한 메모리 낭비 및 계산 과정을 가능한 줄여, 빠르고 정확한 계산이 가능하게 한다. 또한 자화의존 프라이자흐 모델에서 필요한 유효 자계 상수  $a^{[6]}$ 를 마이너루프들로부터 실측할 수 있는 방법을 제시하고, 이를 이용하여 전 연구에서 제시한 알고리즘<sup>[6]</sup>을 이용하

여, 시뮬레이션 결과와 실험치와의 비교를 통해 그 타당성 및 유용성을 확인한다.

### 2. 기존 히스테리시스 루프 계산법

프라이자흐 모델에서  $H(t)$ 에 대한 자화  $M(t)$ 는 다음 식(1)로 표현된다<sup>[1]</sup>.

$$M(t) = \iint_{a \geq b} \mu(a, b) \gamma_{ab} H(t) da db \quad (1)$$

여기서,

$\mu(a, b)$ : 쌍극자 분포 함수,  $H(t)$ : 입력 자계

$\gamma_{ab}$ : 기본 히스테리시스 오퍼레이터(+1 또는 -1)

$a, b$ : 자계 증가 및 감소시 자계 축

### 2.1 분포 함수 이용 계산

프라이자흐 모델에 의해 계산할 경우 그림 1과 같은 1차 전이 곡선을 실험에서 구할 필요가 있다.

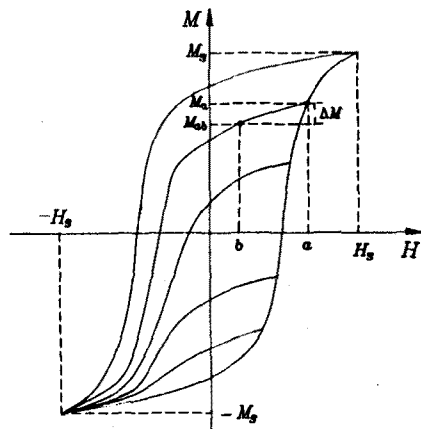


그림 1. 일차 전이 곡선

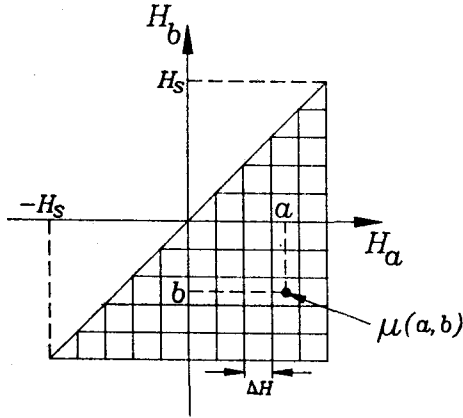
그림 1의 전이 곡선으로부터 다음 함수를 정의한다.

$$E(a, b) = \frac{1}{2} (M_a - M_{ab}) \quad (2)$$

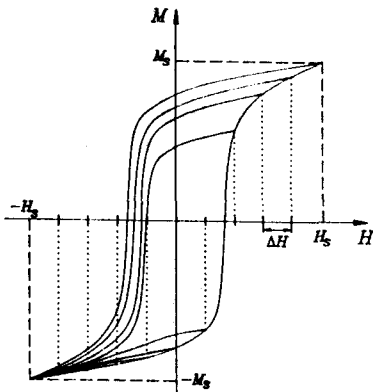
이로부터 분포 함수  $\mu(a, b)$ 는 식 (3)으로 정의된다. [3]

$$\mu(a, b) = - \frac{\partial^2 E(a, b)}{\partial a \partial b} \quad (3)$$

식(3)에서 구해지는 분포 함수 값을 그림 2와 같은  $(n \times n)$ 의 격자 프라이자흐 다이어그램에 기록하고, 입력 자계  $H(t)$ 에 따른 히스테리시스 오퍼레이터  $\gamma_{ab}$ 가 +1 또는 -1이 되는 조건으로부터 식(1)을 계산함으로써 자화값  $M$ 을 계산한다.



(a)



(b)

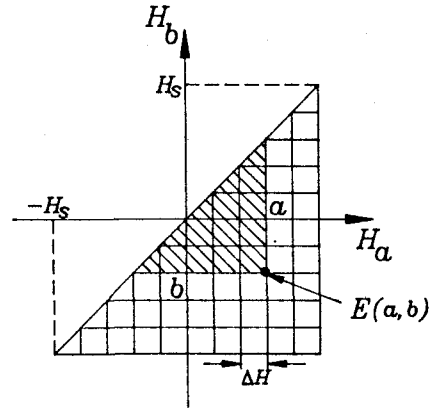
그림 2. 분포 함수 프라이자흐 다이어그램

### 2.2 에버렛 함수 이용

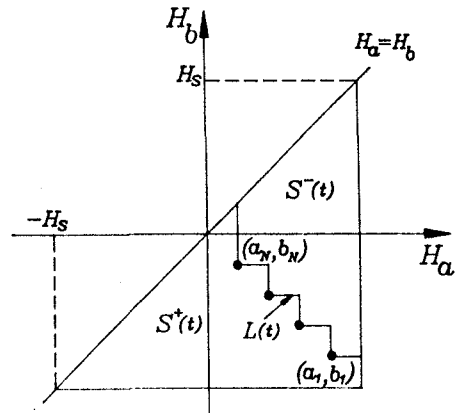
식(3)처럼 미분식을 얻지 않고 식(2)의 값을 바로 그림 3(a)와 같이 에버렛 다이어그램에 나타낸다. 자계 변화가 그림 3(b)와 같다면 자화값은,

$$M(t) = 2 \{ E(a_1, b_L) - E(a_1, b_1) \} - E(a_L, b_L) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \{ E(a_{i+1}, b_i) - E(a_{i+1}, b_{i+1}) \} \quad (4)$$

로 주어진다[3]



(a)



(b)

그림 3. 에버렛 다이어그램과 전이 곡선

이 방법은 2계 미분이 필요한 분포 함수를 구할 필요가 없고, 2.1절처럼 모든 분포 함수를 자계 변화 때마다 적분할 필요없이 입력 극값 변화에 따라서만 계산하면 되므로, 메모리 및 계산 속도면에서 유리하다.

### 3. 기존 방법의 문제점

2절에서 소개한 두 방법 모두 계산상 편의를 위해 격자점에 분포 함수값 또는 에버렛 함수값을 기록하여 계산한다. 그러나, 실제로 동간격으로 다이어그램을 만든다는 것은 실험에서 얻은 데이터로는 곤란하다. 또한 기존 방법은 그림 2(b)처럼 변화가 많은 중간 부분에서의 데이터를 무시하게 되고, 선형 근사가 가능한 포화점 근처에서 필요없이 많은 데이터를 취하게 된다. 반면 중간 부분의 데이터를 이용하기 위해 격자 간격을 좁게 잡으면 지나치게 메모리를 많이 잡게 된다. 또한 실험에 의하지 않고 보자력, 잔류 자속밀도, 포화 자속밀도만으로 분포 함수를 수학적으로 만드는 경우도 있으나[2], 히스테리시스가 비선형임을 고려할 때 신뢰하기 곤란하다.

4. 유효 계수 측정

강자성체의 자화는 인가 자계뿐만 아니라 자신의 자화에 의존한다[6.7].

$$M = f(H_t) \tag{5}$$

$$H_t = H_a + H_m = H_a + \alpha M \tag{6}$$

여기서,  $f$ 는 식 (1)로 주어지는 함수.

$H_a$ : 인가 자계,  $H_m$ : 유효 자계,  $\alpha$ : 유효 자계 계수.

이것은 그림 4에서처럼 마이너루프에 대해 영향을 미치게 됨을 알 수 있다.

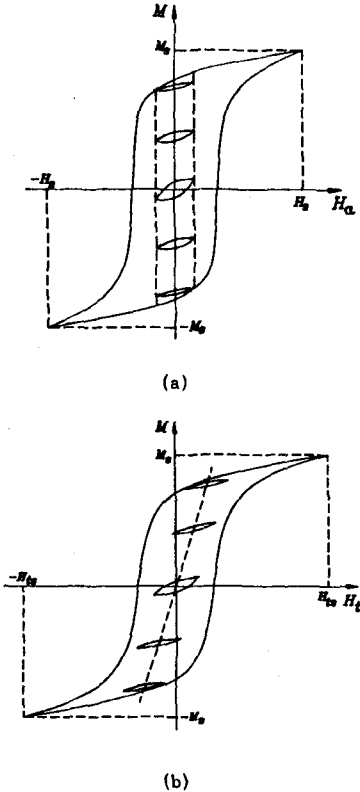


그림 4. 인가 자계와 전체 자계에 따른 마이너루프

그림 4(a)는 입력 극값이 일정할 때 실제 측정시 나타나는 마이너루프 모양이고, 전체 자계에 따른 마이너루프를 구하면 그림 4(b)와 같이 된다. 마찬가지로 전체 자계에 대하여는 그림 5(a)처럼 합동성이 성립[6]되어, 인가 자계에 따라 구하면 그림 5(b)와 같이 기울기  $-1/\alpha$ 를 유지하며, 마이너루프가 그려진다.

결국,  $(H_a, M) = (0, 0)$  인 점에서  $\Delta H =$  일정하므로 마이너루프를 구하고, 2사분면 또는 4사분면에서 몇 개의 마이너루프를 측정하여  $\Delta M$ 의 크기가 같게 되는 마이너루프를 찾아 유효 자계 계수  $\alpha$ 를 결정할 수 있다.

5. 히스테리시스 계산

실험에서 얻은 데이터 그림 6(a)로부터, 에버렛 함수 값을 바로 다이어그램에 표시한다. 여기서, 격자점마다 최소 삼각형이 되도록 요소화하면 그림 6(b)와 같이 표시된다.

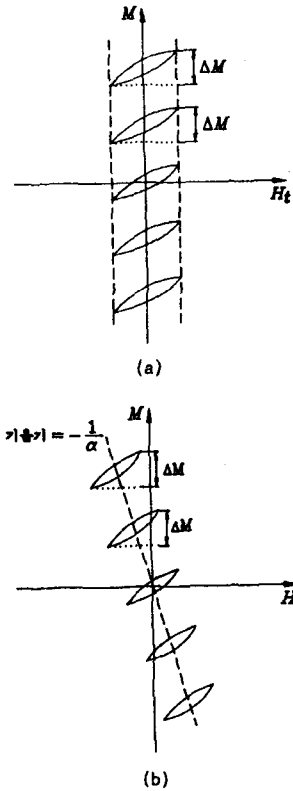


그림 5. 전체 자계와 인가 자계에 따른 마이너루프

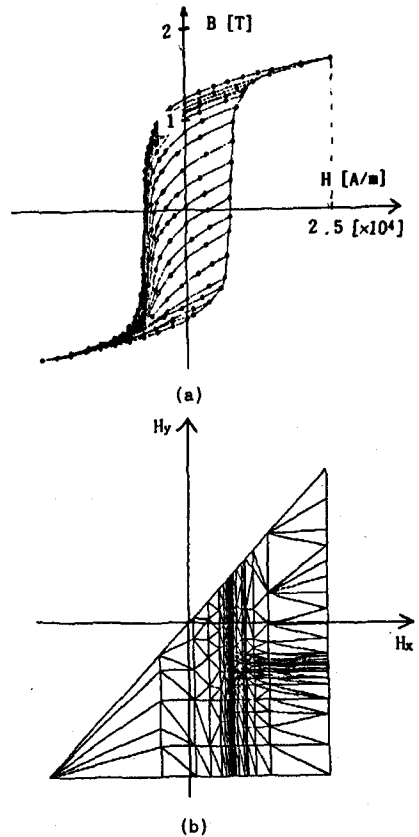


그림 6. 실측 전이 곡선과 에버렛 다이어그램

그림 6에서는 실험에서 얻은 데이터를 그대로 이용하므로 에버렛 테이블을 재구성할 필요가 없다. 따라서 이에 대한 오차도 수반되지 않는다.

그림 6(b)로부터 그림 7처럼 전체 자계에 대하여 에버렛 다이어그램을 만든다.

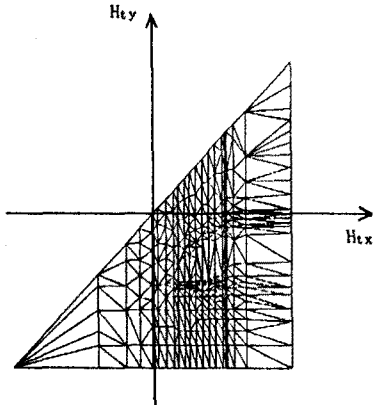


그림 7. 전체 자계에 따른 에버렛 다이어그램

임의 자계에 대한 에버렛 값은 그림 7 다이어그램으로부터, 그 값에 해당하는 요소를 찾아 보간 방법을 이용한다. 전체 자계에 따른 자화값 계산 방법은 전 연구<sup>[6]</sup>에서 보고한 알고리즘에 의해 계산한다.

6. 시뮬레이션 및 검토.

실험에 이용된 시편의 사양은 표 1과 같다.

- 표 1. 시편 사양 -

내 경	23.6 [mm]	외 경	25.3 [mm]
축방향길이	7.22 [mm]	자로 단면적	6.0452 [mm <sup>2</sup> ]
1차 권선수	1200 [turn]	2차 권선수	100 [turn]
밀 도	7.9 [g/cm <sup>3</sup> ]	전기 저항율	30 [ $\mu\Omega$ -cm]
보 자 력	$7.2 \times 10^3$ [AT/m]	잔류자속밀도	1.4 [T]

그림 8에서 히스테리시스 메이저 루프 및 마이너 루프의 계산치를 표시하였다. 그림 9는 실측된 히스테리시스 루프로, 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

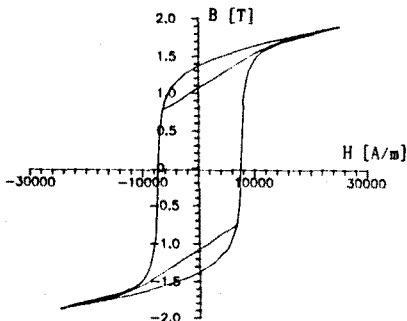


그림 8. 히스테리시스 루프(계산치)

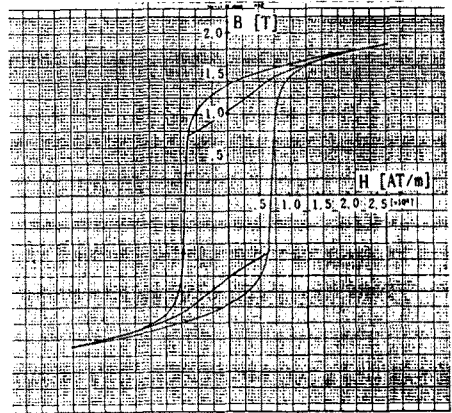


그림 9. 히스테리시스 루프(실험치)

7. 결론

프라이자흐 모델은 히스테리시스 특성을 비교적 간편하고, 빠르게 계산할 수 있다. 또한 유효 자계를 도입하여 고전적 프라이자흐 모델의 모순점도 제거된다.

본 연구에서는 유효 자계 상수를 실험으로부터 얻는 방법을 제시하고, 또한 전이 곡선으로부터 얻은 데이터로 직접 프라이자흐 모델을 구성함으로써, 다이어그램 재구성에 의해 올 수도 있는 오차를 제거하였다. 문헌<sup>[6]</sup>에서 제시한 알고리즘을 이용하여 인가 자계의 변화에 따른 자화값을 계산함으로써, 실험 데이터와 잘 일치함을 알 수 있었고 그 유용성 및 타당성을 확인하였다.

8. 참고 문헌

- (1) 정훈, 홍선기, 원종수, "히스테리시스 특성을 고려한 유한 요소 해석," 전기 학회 논문지, 제38권 12호, pp1033-1040, 1989.12.
- (2) Kohshi Okumura and Akira Kishma, "Digital simulation of hysteretic characteristics and its Applications," *IEE Japan Transactions part B*, Vol.103, No.7, pp451-458, July 1983.
- (3) T. Doong, and I.D. Mayergoys, "On Numerical Implementation of Hysteresis Model." *IEEE Trans. on Mag.*, Vol. MAG-21, No.3, pp.1853-1855.
- (4) B.Szpunar, D.L.Atherton and M. Schonbachler "An Extended Preisach Model for Hysteresis Processes," *IEEE Trans. on Mag.*, Vol. Mag-23, No.5, pp.3199-3201, Semptember 1987.
- (5) 임 달호 . " 전기계의 유한 요소법 ", 동명사, 1983.
- (6) 홍선기, 이상훈, 원종수, " 히스테리시스 현상의 일반화된 정량적 해석 ", 대한 전기 학회 추계 학술 대회 논문집, pp.96-100, 1991.
- (7) Cullity ,B. D., *Introduction to magnetic materials*, Addison-Wesley Publishing Company, 1972.