

과학위성 발사체 M-3H-3의 기준궤적 최적화

이승현*, 오재원**, 이장규**

삼성항공, ** 서울대학교 제어계측공학과

Reference Trajectory Optimization of a Launch Vehicle M-3H-3 for Scientific Missions

Seung H. Lee*, Jae W. Choi**, and Jang G. Lee**

* Samsung Aerospace Co. ** Dept. of Control & Instrumentation Eng. SNU

ABSTRACT

The problem being considered here is the determination of optimal guidance laws for a launch vehicle for scientific missions. The optimal guidance commands are determined in the sense that the least amount of fuel is used. A numerical solution was obtained for the case where the position and velocity state variables satisfy a specified constraint at the time of thrust cutoff. The method used here is based on the Pontryagin's maximum principle. This is the method of solving a problem in the calculus of variations. In particular, it applies to the problem considered here where the magnitude of the control is bounded. Simulations for the optimal guidance algorithm, during the 2nd and the 3rd-stage flight of the Japanese rocket M-3H-3, are carried out. The results show that the guided trajectory that satisfying the terminal constraints is optimal, and the guidance algorithm works well in the presence of some errors during the 1st-stage pre-programmed guidance phase.

1. 서론

발사체의 유도 기능은, 발사체의 자세 방향을 적절히 조작하여 발사체의 진행 방향을 제어하는 것과, 엔진의 연소시간을 조절하여 발사체의 속도를 제어함으로써 위성체를 소정의 목적하는 궤도에 투입시키는 것이다. [1] 즉, 불확실한 비행상황하에서도 소정의 임무조건을 만족시킬 수 있도록 적절한 유도지령을 생성시키는 것이 유도제어시스템의 주요한 기능 중의 하나라 하겠다. 발사체의 유도 방식은 크게 프로그램 유도방식 또는 개루프 유도방식과 폐루프 유도방식으로 나눌 수 있다. 먼저, 개루프 유도방식은 사전에 프로그램화된 순서에 따라 발사체의 자세 방향을 변경하고, 발사체를 예정된 비행 경로를 따라 비행시켜 목표지점에 가까워진 부근에서, 발사체의 동체 축 방향의 속도중분이 주어진 임무에 적합한 값에 도달했을때 엔진의 연소를 정지시키는 일련의 과정을 통하여 발사체를 유도하는 방식이다. [2] 지상에서의 대형컴퓨터를 이용하여 매 초기조건에 대하여 비선형 두점경계치문제를 풀어 최적궤적을 구해낸다. 이 방식은 구성이 간단하고 비용면에 있어서도 효율적이나, 실시간 처리가 요구되는 탑재용 직접식(explicit) 유도법으로는 사용할 수 없다. 반면, 폐루프 유도방식은, 발사체의 현재위치, 속도 및 자세각을 실시간각 검출하여 목적하는 궤도 상태와의 관계로부터 요구되는 자세 방향을 구해내는 방식이다. 이 방식은 또한 섭동식(perturbation) 유도법과 직접식(explicit) 유도법으로 대별할 수 있는데 [3], 섭동식 유도법은 앞에서 언급한 지상의 대형컴퓨터에서 구한 개루프 최적 유도 궤적을 기준궤도로 삼고, 섭동법에 의한 실제궤적을 구해내는 방식으로 사전에 결정된 고정 임무에 사용이 적합하다. 반면, 직접식 유도법은 발사체의 비행중 연속적으로 최적지령각을 제

산하여 발사체를 실시간으로 유도하는 방식으로 지상에서의 궤적에 대한 사전 계산이 불필요하며, 임무 수행에 있어서도 융통성이 부여될 수 있는 방식이다.

발사체의 궤적에 대한 우리나라에서의 연구는, 실용위성 및 과학위성급에 대하여, 개루프 개념의 지구정지궤도 및 극궤도 진입을 위한 발사궤적에 대한 연구 [2, 3, 4]가 수행된 바 있으며, 실용위성에 대한 폐루프 개념의 실시간 직접식 관성 유도법을 적용한 발사궤적에 대한 연구 [1]도 있었다. 따라서 본 논문에서는 섭동식 유도법의 기준궤도로 사용할 수 있는 개루프 최적발사궤적을 Pontryagin의 최대원리를 적용하여 구하였으며, 일본의 과학위성 발사체인 M-3H-3에 적용하여 그 발사궤적을 고찰하였다. 실제시스템에서는 폐루프유도 방식과 개루프 유도방식을 병용하여 궤도 정밀도를 향상시키는 방식을 사용하고 있는데, 본 논문에서 제시한 유도 알고리즘은 전파유도 및 섭동식 유도법의 기준궤도로 사용될 수 있다.

2. Pontryagin의 최대법칙과 발사체 운동방정식

2-1. Pontryagin의 최대법칙

n개의 1차 상미분 방정식으로 상태변수들이 표현되는 다음과 같은 시스템을 생각하자.

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{2.1}$$

이식에서 $x(t) = [x_1, \dots, x_n]^T$ 은 상공간(phase space)에서의 시스템 상태벡터(state vector)로 초기값 $x(t_0) = x_0$ 를 가지며, $u(t) = [u_1, \dots, u_r]^T$ 은 제어벡터(control vector)이다. 위의 시스템 (2.1)에 대하여 우리가 최소화시켜야 할 성능 지표 함수(performance index function)를 다음과 같은 일반적인 형태로 정의한다. [6, 7, 8]

$$J = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \tag{2.2}$$

이한 Hamiltonian은 다음과 같이 스칼라 함수로 정의된다.

$$H(x, p, u, t) = g(x, u, t) + p^T(t) \cdot f(x, u, t) \tag{2.3}$$

여기서, $p(t)$ 는 동상태벡터(costate vector)라 불리우는 $n \times 1$ 벡터로, 다음의 식 (2.4)를 만족한다.

$$\dot{p}(t) = - \left[\frac{\partial f(x, u, t)}{\partial x} \right]^T p - \left[\frac{\partial g(x, u, t)}{\partial x} \right] \tag{2.4}$$

식 (2.3)에서, Hamiltonian H 를 최대로 만드는 최적제어 $u^*(t)$ 는 미지의 벡터 $p(t)$ 와 $x(t)$ 의 함수로 주어진다. 그러므로 이 $u^*(t)$ 값을 식 (2.1), (2.4)에 대입하면 $u(t)$ 는 위의 식들로부터 지워져, 아래의 정형식(canonical form)으로 시스템이 표시된다.

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.5)$$

위식의 해는 각각 n 개의 초기조건 및 종단조건으로부터 구할 수 있으며, $x(t_f)$ 에 관한 종단점에서의 경계조건이 없는 경우에는 다음과 같이 $p(t_f)$ 가 결정된다.

$$p(t_f) = -\left. \frac{\partial S(x(t), t)}{\partial x} \right|_{t_f} \quad (2.6)$$

이와 같은 비선형 두점경계치 문제는 일반적인 수치해법으로 해를 구하기가 어려우며, 본 논문에서는 이의 해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 알고리즘을 사용하였다.

2.2. 발사체 운동방정식

비선형 시스템에 최적제어를 적용하는 경우, 성능 지표 함수를 시스템의 새로운 상태변수로 늘려서 제어문제를 푸는 방법들을 많이 사용한다.^[13] 이에 따라 본 연구에서도 우리가 최소화시키려는 식 (2.2)의 성능 지표 함수 J 를 시스템 식 (2.1)의 $n+1$ 번째의 새로운 상태변수로 정의한 제어문제를 생각한다.

$$x_{n+1}(t) = S(x(t), t) + \int_{t_0}^t L(x(t), u(t), t) dt \quad (2.7)$$

한편, 관성좌표계에서의 M-3H-3의 병진운동 방정식은 다음과 같이 기술할 수 있다.^[9]

$$\dot{r}_1 = v_1 \quad (2.8)$$

$$\dot{V}_1 = [IB]^{-1} [A_{TB} + \lambda_{AB}] \cdot G_1 \quad (2.9)$$

이제, 위의 운동방정식에 2-1절에서 서술한 Pontryagin의 최대원리를 적용하는데, 이때 수식의 계산을 간단히 하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 공기력은 발사체의 운동에 작용하지 않고.
- 2) 지구의 중력가속도에서 중력 고차항(harmonics)은 무시하며.
- 3) 발사체는 일정한 비추력을 가지고.
- 4) 오직 하나의 엔진으로부터 추력을 얻는다고 가정한다.

위에서 정의된 M-3H-3의 병진운동 방정식 (2.8), (2.9)에서 M-3H-3의 관성속도 벡터 v_1 와 관성위치 벡터 r_1 , 그리고 질량 m 을 최적제어 모델의 상태변수 $x(t)$ 로 선정한다. 그리고 시스템의 제어입력으로는 관성좌표계에서의 추력방향벡터 $U = [u_1, u_2, u_3]^T$ 와 질량흐름률 B 를 사용하기로 한다. 이 경우, 시스템은 7차, 제어입력은 3차의 차수를 갖게 된다. 한편, 관성좌표계에서의 추력가속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_{T1} = \frac{T_R}{m} \cdot U = \frac{v_0 \cdot B}{m} \cdot U \quad (2.10)$$

위의 가정과 식 (2.10)에 따라, 식 (2.8) 및 (2.9)의 M-3H-3의 병진운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

비행체 시스템 식 $f(x, u, t)$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{v_0 u_1 B}{x_7} - \frac{\mu \cdot x_1}{\|r_1\|^3} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{v_0 u_2 B}{x_7} - \frac{\mu \cdot x_3}{\|r_1\|^3} \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{v_0 u_3 B}{x_7} - \frac{\mu \cdot x_5}{\|r_1\|^3} \\ \dot{x}_7 &= -B \end{aligned} \quad (2.11)$$

위의 식 (2.9) 및 (2.11)에서 $r_1 = [x_1, x_3, x_5]$ 는 관성좌표계에서의 발사체의 위치, $v_1 = [x_2, x_4, x_6]$ 는 관성좌표계에서의 발사

체의 속도, x_7 은 발사체의 무게, 그리고 $U = [u_1, u_2, u_3]$ 는 단위 추력벡터이다. 그리고 $\|r_1\|$ 는 관성위치벡터의 노름(norm)으로 다음과 같다.

$$\|r_1\| = \sqrt{x_1^2 + x_3^2 + x_5^2} \quad (2.12)$$

식 (2.11)에서의 제어입력들은 다음과 같은 제약조건을 만족해야 한다.

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1 \quad (2.13)$$

3. 최적 유도지령과

3-1. 최적 유도지령과^[10]

본 논문에서는 앞의 2-2절에서 언급한 제약조건들을 만족하면서, 관성위치 목표치와 관성속도 목표치의 오차를 최소화시키는 문제를 다루기 위하여 다음과 같은 성능 지표 함수를 선택하고, 식 (2.7)에 의하여 이를 여덟번째의 새로운 상태변수로 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} x_8(t) &= J \\ &= \frac{1}{2} [x(t) - x_d]^T M [x(t) - x_d] \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서, M 은 7×7 가중치 행렬(weighting matrix)로 다음과 같이 나타내어 진다.

$$M = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, 0]$$

여기서, $\lambda_i, i = 1, \dots, 7$ 은 가중치 상수로 $\lambda_{12} > 0$ 이며, $x_d = [x_{d1}, \dots, x_{d7}]$ 는 상태변수의 목표치이다.^[10] 이제, 식 (3.1)을 미분하면 다음의 식 (3.2)와 같은 함수를 얻을 수 있는데, 식 (2.11)과 아래의 식 (3.2)로부터 식 (2.11)을 8개의 상태로 가진 시스템으로 확장시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{f}_8(x, u, t) &= \dot{x}_8(t) \\ &= f^T M [x(t) - x_d] \end{aligned} \quad (3.2)$$

이제 Hamiltonian H 는 식 (2.3)의 정의로부터 $g(x, u, t) = 0$ 이라 하고, 앞의 식 (2.11) 및 (3.2)를 대입하여 정리하면 다음과 같다.^[10]

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^8 p_i f_i \\ &= \frac{v_0}{x_7} B \left[P \cdot U - \frac{x_7}{v_0} P_7 \right] \\ &\quad + \left[p_1 - \lambda_1 (x_1 - x_{d1}) \right] x_2 + \left[p_3 - \lambda_3 (x_3 - x_{d3}) \right] x_4 \\ &\quad + \left[p_5 - \lambda_5 (x_5 - x_{d5}) \right] x_6 - \frac{\mu P \cdot r_1}{\|r_1\|^3} \end{aligned} \quad (3.3)$$

위 식에서 P 는 다음과 같이 정의된다.

$$P = \left[[p_2 - \lambda_2 (x_2 - x_{d2})], [p_4 - \lambda_4 (x_4 - x_{d4})], [p_6 - \lambda_6 (x_6 - x_{d6})] \right]^T \quad (3.4)$$

또한 $\|P\|$ 은 아래와 같다.

$$\|P\| = \sqrt{[p_2 - \lambda_2 (x_2 - x_{d2})]^2 + [p_4 - \lambda_4 (x_4 - x_{d4})]^2 + [p_6 - \lambda_6 (x_6 - x_{d6})]^2} \quad (3.5)$$

식 (3.3)에서는 $p_8(t) = -1$ 의 값을 사용하였다. 이는 2-1절의 식 (2.6)으로부터 동상태 벡터(costate vector)의 최종시간 경계조건이 다음과 같고, 식 (3.2)의 $f_8(x, u, t)$ 에서는 $x_8(t)$ 의 값이 사용되지 않기 때문이다.

$$p(t_f) = [0, 0, \dots, 0, -1]^T$$

식 (3.1)의 성능 지표 함수를 최소화시키기 위해서는 H 가 u 에 대하여 최대가 되어야 한다. 그런데 $v_0/x_7 > 0$ 이고, U 가 단위벡터이므로, U 를 P 에 평행하게 만들면 H 가 최대가 된다. 이때의 두 벡터 U 와 P 사이의 각을 α 라 하면 $\alpha = 0^\circ$ 일때 이므로, 이때 $\cos \alpha = 1$ 이 된다. 즉,

$$\cos \alpha = \frac{P \cdot U}{\|P\| \|U\|} = 1 \quad (3.6)$$

그런데 U 가 단위벡터이므로 $\|U\| = 1$ 이다. 그러므로 위 식에서 최적제어 $U^* = (u_1^*, u_2^*, u_3^*)$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_1^* &= \frac{1}{\|P\|} \left[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2}) \right] \\ u_2^* &= \frac{1}{\|P\|} \left[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4}) \right] \\ u_3^* &= \frac{1}{\|P\|} \left[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6}) \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

위에서 구한 최적제어 값을 시스템 식 (2.11)에 대입하여 최적 시스템 식을 구하고, 동상태 벡터식(h^*)를 식 (2.5)로부터 계산하면 다음과 같은 $2n$ 개의 미분방정식 (3.8)과 (3.9)를 얻을 수 있다.

최적 시스템 식 $f^*(x, p, t)$;

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{v_0 B}{x_7} \frac{[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})]}{\|P\|} - \frac{\mu \cdot x_1}{\|r_1\|^3} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{v_0 B}{x_7} \frac{[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})]}{\|P\|} - \frac{\mu \cdot x_3}{\|r_1\|^3} \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{v_0 B}{x_7} \frac{[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})]}{\|P\|} - \frac{\mu \cdot x_5}{\|r_1\|^3} \\ \dot{x}_7 &= -B \end{aligned} \quad (3.8)$$

최적 동상태 벡터 식 $h^*(x, p, t)$;

$$\begin{aligned} p_1 &= \lambda_1 x_2 + \frac{\mu}{\|r_1\|^3} \left[[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})] - \frac{3(P \cdot r_1)x_1}{\|r_1\|^3} \right] \\ p_2 &= \lambda_2 \left[\frac{v_0 B}{x_7} \frac{[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})]}{\|P\|} - \frac{\mu \cdot x_1}{\|r_1\|^3} \right] - [p_1 - \lambda_1(x_1 - x_{d1})] \\ p_3 &= \lambda_3 x_4 + \frac{\mu}{\|r_1\|^3} \left[[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})] - \frac{3(P \cdot r_1)x_3}{\|r_1\|^3} \right] \\ p_4 &= \lambda_4 \left[\frac{v_0 B}{x_7} \frac{[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})]}{\|P\|} - \frac{\mu \cdot x_3}{\|r_1\|^3} \right] - [p_3 - \lambda_3(x_3 - x_{d3})] \\ p_5 &= \lambda_5 x_6 + \frac{\mu}{\|r_1\|^3} \left[[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})] - \frac{3(P \cdot r_1)x_5}{\|r_1\|^3} \right] \\ p_6 &= \lambda_6 \left[\frac{v_0 B}{x_7} \frac{[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})]}{\|P\|} - \frac{\mu \cdot x_5}{\|r_1\|^3} \right] - [p_5 - \lambda_5(x_5 - x_{d5})] \\ p_7 &= \frac{v_0 B \cdot \|P\|}{x_7^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

일단 최적제어 벡터 값 U^* 가 구해졌으므로 성능 지표 함수로부터 정의하여 사용하였던 여덟번째 시스템식 (3.2)는 위의 식에서 제외시킨다. 따라서, 남은 문제는 경계조건 $x(t_0) = x_0$, $p(t_f) = 0$ $i = 1, 2, \dots, 7$ 을 사용하여 위의 두 최적벡터 미분방정식을 푸는 두점경계치 문제(two point boundary value problem)가 된다. [6, 7]

3.2. 두점경계치 문제

본 논문에서는 3-1절에서 발생하는 두점경계치 문제를 풀기 위하여 Newton-Raphson 알고리즘을 사용하였다. 이 방법은 비선형 함수의 근(root)을 찾기 위한 방법인데, $p(t_f)$ 가 $p(t_0)$ 의 함수로 어떠한 굴곡된 그래프(curve graph)를 가질때, 임의의 한 점으로부터 접선을 찾아 보외법(extrapolation)을 사용, $p(t_f)$ 의 근을 찾는 방법이다. [7, 11, 12]

이를 자세히 살펴보면, 어떠한 임의의 한 점 $p(t_0)^{(0)}$ 를 가

정하여 최적 시스템 식과 최적 동상태벡터 식을 수치적으로 적분하여 $x(t_f)^{(0)}$ 와 $p(t_f)^{(0)}$ 의 값을 얻어낸다. [8] 그 다음, 종단조건(terminal condition)을 검증하여 그 오차로써 새로운 $p(t_0)^{(1)}$ 을 추정해 낸다. 그림 3.1은 이러한 추정 절차를 설명하고 있다. 위에서 구한 $p(t_f)^{(0)}$ 와 $x(t_f)^{(0)}$ 는 $p(t_0)^{(0)}$ 의 값으로부터 구해진 것이므로, 이들 변수 사이에는 그림에서 보는 바와 같은 어떠한 알려지지 않은 함수관계가 존재한다. 이 함수의 기울기는 $\Delta p(t_0)$ 와 곱해져서 종단조건에의 오차로 지정된다. 새로운 추정값 $p(t_0)^{(1)}$ 의 값은 다음과 같다.

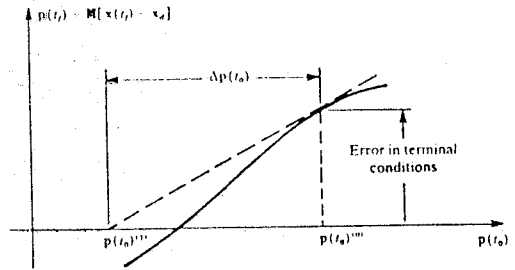


그림 3.1. Newton-Raphson 방법에 의한 $p(t_0)$ 값의 추정

$$p(t_0)^{(1)} = p(t_0)^{(0)} - \Delta p(t_0) \quad (3.10)$$

이때, $\Delta p(t_0)$ 의 값은 다음의 식 (3.11)로부터 구한다.

$$\left[\frac{\partial p(t_f)}{\partial p(t_0)} - M \frac{\partial x(t_f)}{\partial p(t_0)} \right]^{(0)} \cdot \Delta p(t_0) = p(t_f)^{(0)} - M \cdot [x(t_f)^{(0)} - x_d] \quad (3.11)$$

위의 식을 풀기 위하여 다음과 같은 두개의 $n \times n$ 민감도 행렬 (sensitivity matrix) $S_p(t_f)$ 와 $S_x(t_f)$ 를 정의한다. [8]

$$\begin{aligned} S_p(t_f) &= \frac{\partial p(t_f)}{\partial p(t_0)} \\ S_x(t_f) &= \frac{\partial x(t_f)}{\partial p(t_0)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

이 민감도 행렬은 다음과 같은 미분방정식을 갖는데, 이 식은 3-1절에서의 식 (3.8) 및 (3.9)로부터 $\partial/\partial p(t_0)$ 와 d/dt 의 순서를 바꾸어 줌으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial p(t_0)} f^*(x, p, t) \\ &= \frac{\partial f^*}{\partial x} S_x + \frac{\partial f^*}{\partial p} S_p \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} S_p &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial p(t_0)} h^*(x, p) \\ &= \frac{\partial h^*}{\partial x} \frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} + \frac{\partial h^*}{\partial p} \frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \\ &= \frac{\partial h^*}{\partial x} S_x + \frac{\partial h^*}{\partial p} S_p \end{aligned} \quad (3.14)$$

그리고 이 민감도 행렬의 미분방정식에 대한 경계조건은 다음과 같다. [8]

$$Sx(0) = \frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} \Big|_{t=0} = [0]$$

$$Sp(0) = \frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \Big|_{t=0} = I_n \tag{3.15}$$

식 (3.15)에서의 민감도 행렬의 미분 방정식은 최적 시스템 식(3.8)과 최적 동상태벡터 식 (3.9)와 함께 풀어야 한다. 여기에서 구한 최종시간에서의 민감도 행렬의 값이 위의 추정식 (3.10)에 포함되어 새로운 $p(t_0)$ 의 값을 만들어 내게 된다. 위 절차의 k번째의 반복으로 얻어지는 k+1번째의 $p(t_0)$ 의 값은 다음의 식 (3.16)과 같다.

$$p(t_0)^{(k+1)} = p(t_0)^{(k)} - [Sx(t_f)^{(k)} - M \cdot Sx(t_f)^{(k)}]^{-1} \cdot \{p(t_f)^{(k)} - M \cdot [x(t_f)^{(k)} - x_d]\} \tag{3.16}$$

이렇게 구한 $p(t_0)$ 의 값은 반복회수가 증가할수록 어떤 일정한 값으로 수렴하게 되는데, 초기의 추정치 $p(t_0)^{(0)}$ 와 $f^*(x, p, t)$ 와 $h^*(x, p, t)$ 함수의 특성에 따라 수렴하는 정도가 달라지게 된다. (8)

4. 시뮬레이션 및 결과분석

본 논문에서는 시뮬레이션 대상 모델로 과학위성 발사체 M-3H-3을 선정하여, 다음의 표 4.1의 이벤트 순서(event sequences)에 따라 발사체를 비행시킨다. 이때 1단 비행구간은 개루프 방식의 사전프로그램(pre-program)방식의 유도제어를 적용하고(1.4.5.9.14), 2단 및 3단 비행구간에 대해서는 Pontryagin의 최대원리를 적용하는 최적제어를 구한다. 이는 1단 비행구간 동안에는 대체로 대기권외를 비행하게 되므로 공력이 작용하고 또한 외란도 크게 작용하므로 발사체 운동방정식이 복잡해져서 최적해를 구하기가 용이하지 않으므로, 일반적으로 대기가 희박하여 공력 등을 무시할 수 있는 2단 및 3단 구간에 대하여 최적제어를 적용한다. 발사지점은 발사장의 요구조건, 타국과의 관계, 연료효율성 및 임무에 따라 다소 달라질 수 있겠으나, 정치위성을 상정하면 적도에 가까울수록 유리하므로(3), 본 논문에서는 포항 및 마라도를 발사 후보지점으로 선정하여 발사궤적을 조사하였으며, 그 결과 마라도가 요구조건에 더 적합하여 이 지점을 발사지점으로 선정하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이 지점의 자심위도 및 관성경도는 각각 30.399544 deg, 130.97034 deg이다.

한편, 성능 지표 함수에서 사용된 가중치 계수값은 시행착오 방법으로 표 4.2와 같이 설정해 주었다. 표에서 보듯이 2단에서는 발사체의 위치성분에, 3단에서는 속도성분에 더 큰 가중치를 두고 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 4.1 a), b)는 M-3H-3의 고도와 위도, 경도상의 위치의 변화를 나타낸다. 그림 4.1 a)에서 1단 추력비행구간인 0초에서 86초 사이의 구간에서, 보조 부우스터와 1단 모우타의 추력에 의하여 고도가 계속 상승하고 있다. 2단 비행구간인 86초에서 158초 사이의 구간에서도 고도가 계속 상승하고 있지만, 158초에서 302초 사이의 자세제어 구간에서는 2단 모우타가 연소정지 되었으므로 중력에 의하여 비행하는데, 표 4.2에서 볼 수 있듯이 2단에서의 가중치 계수가 속도성분보다 위치성분이 더 큰 값을 가지므로 원하는 속도의 목표치에 도달하지 못하여 275초 정도에서 고도의 상승이 정점을 맞다가 중력에 의하여 서서히 8 Km정도 고도가 감소한다. 3단 비행구간인 302초에서 355초 사이의 구간에서는 감소된 고도를 복원하기 위하여 다시 고도가 급격히 상승하기 시작하여 250 Km 인 목표고도와는 5 Km 정도의 오차를 가진다. 이 오차는 성능 지표 함수의 속도, 위치에 대한 가중치 계수값의 선정에 따라 다르게 나타나는데, 일반적으로 속도목표치와 위치목표치를 동시에 완벽히 만족시키기는 어렵고, 이러한 오차는 각 단의 연소중 또는 연소 종료후의 관성비행중 보조추력장치 또는 전파유도 등에 의해 충분히 보상될 수 있는 범위의 오차이다.

표 4.1. 이벤트 순서

시간(sec)	EVENTS
0.00	제 1단 주 엔진, 보조부스터 점화
7.40	보조부스터 연소종료
9.00	보조부스터 분리
10.00	제 1단 피치프로그램 개시
59.00	제 1단 피치프로그램 종료
70.00	제 1단 주 엔진 연소 종료
74.33	제 1단 잔류추력 종료
84.00	제 1단 분리
86.00	제 2단 주 엔진 점화
90.00	제 2단 피치프로그램 개시
150.00	제 2단 피치프로그램 종료
158.00	제 2단 주 엔진 연소종료
159.00	피치 및 요율 가스제트 제어가능 상태
161.00	제 2단 잔류추력 종료
162.00	페어링덮개(fairing cover) 분리
170.00	관성비행용 피치프로그램 개시
200.00	관성비행용 피치프로그램 종료
201.00	관성비행용 요프로그램 개시
270.00	관성비행용 요프로그램 종료
296.00	피치 및 요율 가스제트 제어불가능 상태
297.00	제 2단 분리
302.00	제 3단 주 엔진 점화
355.00	제 3단 주 엔진 연소종료

표 4.2. 가중치 계수의 값

단 수	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
2 단	150.0	15.0	150.0	20.0	150.0	10.0
3 단	0.1	100.0	0.1	200.0	0.1	100.0

그림 4.2는 Pontryagin의 최대 법칙으로부터 구한 M-3H-3의 최적 단위추력벡터들이다. 2단과 3단의 비행구간에서는 각기 다른 가중치 계수들을 사용하여 독립적으로 최적궤적을 구하였기 때문에, 이들 벡터들은 각기 두 번의 변화를 보이고 있다. 86초에서 158초사이의 구간에서 볼 수 있는 벡터들의 변화는 2단 추력에 의한 최적궤적을 만들어 내고, 302초에서 355초 사이의 벡터들의 변화는 3단 추력에 의한 최적궤적을 만들어 낸다. 158초에서 302초 사이의 벡터값들은, 2단 모우타가 연소정지 하였으므로 아무런 의미를 가지고 있지 않다.

그림 4.3 a), b)는 각각 2단, 3단에서의 성능 지표의 값을 나타낸다. 이들 값은 가중치 계수들의 값에 따라 변화하므로, 그 절대적인 값은 중요하지 않고 다만 그 값들의 변화 추이가 중요한 의미를 가지게 된다. 그림에서는 그 값들이 시간이 지남에 따라 단조감소하는 경향을 보이고 있다. 즉, 최종시간에서의 성능 지표가 최소화임을 알 수 있다. 그림 4.3 a)에서는 성능 지표 값이 173초 정도에서 최소가 되다가 다시 급격히 증가하는 경향을 볼 수 있다. 이는 158초에서 이미 2단 모우타가 연소정지 되었으므로, 발사체를 성능 지표 값이 최소가 되는 방향으로 구동시킬 추력이 없기 때문에 일어나는 현상이다.

그림 4.4 a), b)는 비행체의 초기위치 오차와 가중치 계수와의 관계를 알아보기 위한 것으로, 비행체의 초기위치 측정에 센서들의 측정오차로 인하여 실제 위치와 각각 0.1 %, 0.2 %의 오차가 있을 때, 가중치 계수의 위치성분과 속도성분에 각각 10 %씩의 가중치를 더 가해주었을 때의 결과를 나타내고 있다. 그림에서 초기위치의 추정에 조금의 오차라도 존재하면 비행체의 최적궤적은 목표지점과 전혀 다른 방향으로 향하고 있음을 알 수 있다. 또한, 이때 가중치 계수의 위치성분, 또는 속도성분에 기존의 가중치보다 조금 더 가중치를 두더라도 크게 나아지지 않는다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는, 과학위성 발사체 M-3H-3을 모델로 하여 섭동식 유도법 및 전파유도법의 기준이 되는 기준궤도를 Pntryagin의 최대원리를 적용하여 최적유도지령각을 구하였다. 이는 비선형 두점경계치 문제의 해로 주어지는데, Newton-Raphson알고리즘을 사용하여 그 해를 구하였다. 또한 최적 유도지령각을 발사체의 운동식에 반영하여 최적발사궤적을 구하였다. 이와 같은 접근법은 규정된 위성체 임무에 대하여 지상(ground station)에서 사전에 전파유도 및 섭동식 페루프 유도 등을 위한 기준궤도 생성을 위해 주로 사용되는 접근 방식이다.

시뮬레이션 수행결과, 주어진 성능 지표 함수를 최소로 하면서 목표 지점에 거의 근접하는 최적궤적을 얻을 수 있었으며, 시행착오 방법으로 정확히 구한 가중치 계수의 선정이 최적궤적 결정에 큰 영향을 미치며, 또한 이와 같은 방법으로 구한 가중치 계수를 실제 시스템에 적용하기 위해서는 초기치에 대한 정확한 측정 또는 추정치이 요구된다. 본 논문에서 구한 과학위성체의 최적궤적은 섭동식 유도법과 더불어 실제시스템에 적용시 궤도 정밀도 향상을 위한 궤적 해석에 이용될 수 있을 것으로 생각되며, 또한 실용위성급에 대해서도 규정된 임무를 갖는 발사체의 최적궤적 해석에 적용될 수 있다.

후 기

본 논문 연구는 과학기술처 특정과제 연구비 지원에 의하여 이루어졌습니다.

참고 문헌

1. 최재원, 윤용중, 이장규, "직접식 관성유도시스템의 성능 분석", 한국자동제어학술회의 논문집, 1991년.
2. 최재원, 이장규, 이달호, "위성발사체의 발사궤적 해석", 한국자동제어학술회의 논문집, 1988년.
3. 최재원, "우주발사체의 지구정지궤도 및 극궤도 진입을 위한 발사궤적 해석", 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1989년.
4. 최재원, 이장규, 이승현, "유도제어시스템을 포함한 과학위성 M-3H-3의 발사궤적 해석", 한국자동제어학술회의 논문집, 1989년.
5. 이승현, "과학위성 발사체의 최적 궤적 해석", 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1991년.
6. A.E. Bryson, Y.C. Ho, *Applied Optimal Control*, Hemisphere Publishing Co., 1975.
7. Donald E. Kirk, *Optimal Control Theory - An Introduction*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs New Jersey, 1970.
8. William L. Brogan, *Modern Control theory*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs New Jersey, U.S.A., 1985.
9. 이장규 외, 위성발사체 시스템에 대한 기초연구 II, 최종 연구보고서, 과학 기술처, 1990.
10. Robert E. Roberson, James S. Farrior, *Guidance and Control*, Academic Press, New York, 1962.
11. S.D. Conte, Carl de Boor, *Elementary Numerical Analysis - An Algorithmic Approach*, McGraw-Hill, Inc., 1980.
12. P.E. Gill, W. Murray, *Numerical Methods for Constrained Optimization*, Academic Press, 1974.
13. L. Markus, E.B. Lee, "Optimal Control for Nonlinear Processes", *Archive, Rational Mech. and Anal.* 7, 1960.
14. 東京大學宇宙航空研究所報告, 第 16卷, 第 1號 (B), 1980年 2月.

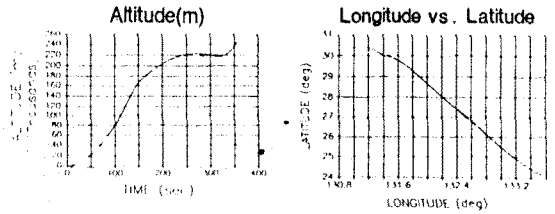


그림 4.1. a) M-3H-3의 그림 4.1. b) M-3H-3의 최적궤적
최적궤적(고도) 최적궤적(위도, 경도상의 위치)

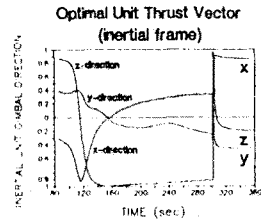


그림 4.2. 최적 단위추력벡터

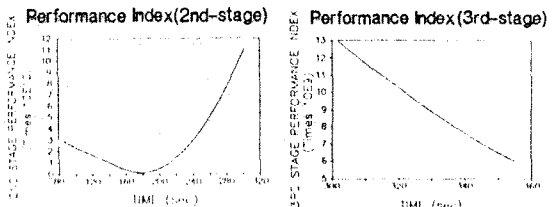


그림 4.3. a) 2단에서의 성능 지표 그림 4.3. b) 3단에서의 성능 지표
함수의 변화 함수의 변화

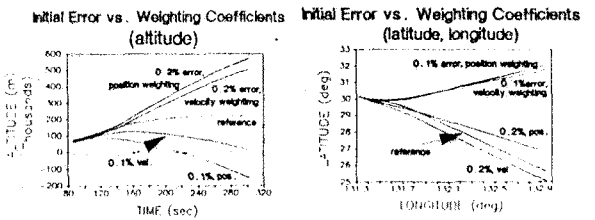


그림 4.4. a) 비행체의 초기위치 그림 4.4. b) 비행체의 초기위치
오차와 가중치 계수(고도) 오차와 가중치 계수(위도, 경도)