

하이브리드 스텝모우터의 토크 리플 최소화를 위한 새로운 상여자방식

김 윤호, 윤 병도, 엄 태욱

중앙대학교 전기공학과

New Phase Energization Strategies for the Minimization of Hybrid Step Motor Torque Ripples

Yoon-Ho Kim, Byung-Do Yoon, Tae-Wook Eum*

Department of Electrical Engineering, Chung-Ang University

ABSTRACT

New phase - energization strategies are proposed to minimize torque ripple of closed - loop controlled 2-phase Bifilar Hybrid step motors. Lead angle and conduction angles are important parameters in minimizing torque ripple factors. The phase - energization control strategy that minimizes torque ripples for the given average torque is proposed.

In this paper, Fourier series are applied to produce the average torque. The strategy is performed by controlling both lead angle and conduction angle of the input voltage wave - form for each phase.

1. 서론

스텝모우터는 현대 제어계통의 중요한 구동장치로서 매우 활발히 연구되고 있다.

현재 널리 사용되고 있는 스텝모우터에는 영구자석형과 가변자기제어형이 대부분이며, 그에 관한 수학적인 모델링과 모우터의 특성에 관한 연구가 많이 진행되어왔다. [1,2]

스텝모우터는 디지털 펄스입력을 받아 회전자가 일정한 각변위 만큼 회전함으로써 아날로그 출력을 발생하는 D/A변환기의 일종이다. 특히 스텝모우터는 증분동작기로서 작용하므로 현대 디지털 제어계통에 적합할 뿐 아니라 개루프 제어만으로 정확한 위치제어를 구현할 수 있다. 그러나 스텝모우터에 근거한 시스템은 개루프로 구동되기 때문에 여러가지 문제점이 발생하게 되어 스텝모우터를 폐루프로 제어하는 형태의 많은 연구가 [7] 진행되어 왔다.

본 논문에서는 2상 Hybrid 스텝모우터의 모델링을 기초로하여 각상에 발생하는 평균 토크를 Fourier 급수틀 이용하여 계산하였고, 순시 토크 식을 이용하여 토크의 실효치를 구하여, 토크 리플이 최소화 되도록하는 값을 가질때의 도통각과 진상각 을 이용한 새로운 제어방식을 제안하였다.

2. 모우터의 평균 토크와 토크 리플

2.1 모우터 모델링

2상 Bifilar-Wound Hybrid 스텝모우터는 두개의 권선으로 감겨 있거나, 그림 1.과 같이 Pole당 중간 탭이 설치 되어 있다. 탭 중간에서 인가되는 양의 전류는 한쪽 방향으로 자속을 발생시키고, 다른 방향으로 향하는 전류는 반대방향의 자속을 발생시킨다. 그리하여 이 모우터는 단극성 공급에 의해 구동되어질 수 있다. 편의상 Bifilar Hybrid 스텝모우터는 각 중간의 탭 권선을 반대의 두개의 상으로 간주하여 4상으로 고려한다.

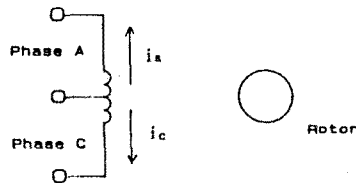
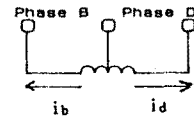


그림 1. 2상 Bifilar Hybrid 스텝모우터의 모델링

Fig. 1. Modelling of 2-phase Bifilar Hybrid Step motor.

중간에 탭 권선이 되어 있는 하나는 상 A, C 가 그리고 다른 탭 권선 상 B, D로 한다. 그리고 상 A,C 와 상 B,D는 거의 완벽하게 자속결합이 된다고 가정한다.

결론적으로 K 번째 상의 자속쇄고수는 K 번째 상권선 전류와 권선상의 다른 반쪽 전류와 영구자석으로 인한 자속에 기인하는 것을 알수 있다.

이 관계는 식 (1) 과 같이 표시되어 진다.

$$\lambda_a = \lambda_{aa} + \lambda_{ac} + \lambda_{af}$$

$$\lambda_b = \lambda_{bb} + \lambda_{bd} + \lambda_{bf}$$

$$\lambda_c = - \lambda_a$$

$$\lambda_d = - \lambda_b$$

(1)

모든 k번째 상의 인덕턴스가 $L_k = L$ 이고, 포화되지 않는다는 가정과 와류전류가 무시되면, 자기 인덕턴스로 인한 자속쇄교수는 $\lambda_{kk} = -L i_k$ 가 된다. 상호 인덕턴스로 인한 j번째 상의 자속쇄교수는 $\lambda_{jk} = -\lambda_{kj}$ 이다. 이러한 자속과 전류 사이의 관계를 가지고, 식 (1)을 다시쓰면 식 (2)가 된다.

$$\lambda_a = L(i_a - i_c) + \lambda_{af} \quad (2)$$

$$\lambda_b = L(i_b - i_d) + \lambda_{bf}$$

상전압은 모우터 선간에서 측정되어지는 것으로서, 그것의 표현은 $V_k = r_0 i_k + d\lambda_k/dt$ 로 표현 되어 지고, 식 (2)에 의하여 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\frac{d\lambda_a}{dt} = \frac{V_a - V_c}{2} - \frac{r_0}{2L} (\lambda_a - \lambda_{af}) \quad (3)$$

$$\frac{d\lambda_b}{dt} = \frac{V_b - V_d}{2} - \frac{r_0}{2L} (\lambda_b - \lambda_{bf})$$

λ_{af} 와 λ_{bf} 는 영구자석으로 인한 자속쇄교수로서 모우터의 회전자 위치에 의해 영향을 받게되며, 식 (4)로 표현되는 θ 의 함수임을 알 수 있다.

$$\lambda_{af} = K_0 \cos(\theta) \quad (4)$$

$$\lambda_{bf} = K_0 \sin(\theta)$$

(단, K_0 는 영구자석으로 인한 자속상수, θ 는 회전자의 위치)

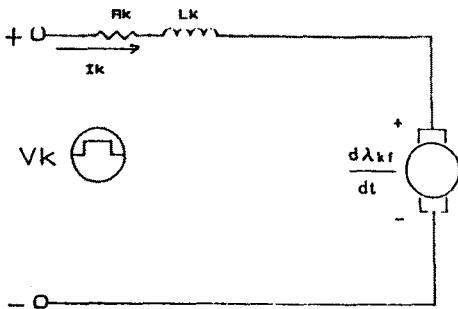


그림 2. Hybrid 스텝모터의 동가회로
Fig. 2. The Equivalent circuit of Hybrid step motor.

순시 상전류 방정식은 모우터 모델에 의해 찾을 수 있으며, 상전압과 상태변수의 함수로 나타낼 수 있다. 스텝모터의 전압 방정식에서 $d\lambda_k/dt$ 를 위의 식 (3)에 대입하면, 식 (5)와 같은 각 상에 대한 순시전류의 방정식을 얻을 수 있다.

$$i_a = \frac{1}{2 r_0} (v_a + v_c) + \frac{1}{2 L} (\lambda_a - \lambda_{af})$$

$$i_b = \frac{1}{2 r_0} (v_b + v_d) + \frac{1}{2 L} (\lambda_b - \lambda_{bf}) \quad (5)$$

$$i_c = \frac{1}{2 r_0} (v_a + v_c) - \frac{1}{2 L} (\lambda_a - \lambda_{af})$$

$$i_d = \frac{1}{2 r_0} (v_b + v_d) - \frac{1}{2 L} (\lambda_b - \lambda_{bf})$$

2.2 평균토크

2상 Hybrid 스텝모우터에 의해 발생하는 순시 토크는 식 (6)과 같이 표현된다.

$$T_E = \left[\frac{k_T}{L} (-\lambda_a \sin(\theta) + \lambda_b \cos(\theta)) - k_m \sin(4\theta) \right] \quad (6)$$

(단 k_T 는 토크 상수,
 k_m 는 영구자석으로 인한 최대 토크)

위의 순시 토크를 한 주기동안 적분하여 각각의 평균치를 구하면 식 (7)로 표현된다.

$$T_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int \left[\frac{k_T}{L} (-\lambda_a \sin(\theta) + \lambda_b \cos(\theta)) \right] d\theta \quad (7)$$

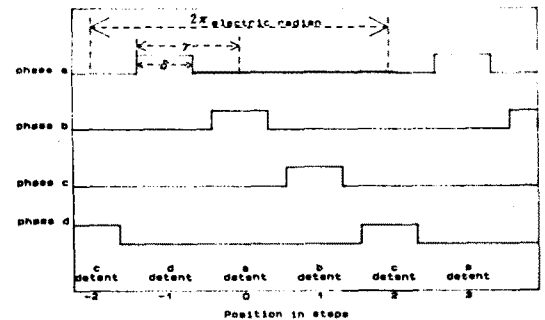


그림 3. 스텝모터 입력단의 인가전압
Fig. 3. Input voltage of Step motor input terminal.

스텝모터의 입력단에 인가되는 전압은 그림 3. 과 같이 되며, 식 (3)에서의 λ_k 를 Fourier 급수를 이용하여 나타내기 위하여 먼저 모우터에 인가되는 전압을 나타내어 보면 식 (8)로 표현된다.

$$V_{ac}(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_{acm} \text{EXP}(jm\theta) \quad (8)$$

$$V_{acm} = \frac{V_s}{-jm2\pi} \left[\text{EXP}(-jm(\gamma+\delta)) - \text{EXP}(-jm\delta) - \text{EXP}(-jm(\gamma+\delta+\pi)) + \text{EXP}(-jm(\gamma+\pi)) \right] \quad (9)$$

(단 $V_{ac} = V_a - V_c$)

이것을 식 (3)에 대입하여 풀면, λ_{am} 에 대한 일반식을 얻을 수 있다.

$$\lambda_{am} = \frac{-V_s}{j4\pi m L (\omega m j + R/2L)} \left[\begin{aligned} & \text{EXP}(-jm(\gamma + \delta)) - \text{EXP}(-jm\delta) \\ & - \text{EXP}(-jm(\gamma + \delta + \pi)) + \text{EXP}(-jm(\gamma + \pi)) \end{aligned} \right] \quad (10)$$

$$\lambda_a(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \lambda_{am} \text{EXP}(jm\theta) \quad (11)$$

$$T_{ave} = \frac{1}{\pi} \int \left[\frac{k_T}{L} (-\lambda_a(\theta) \sin(\theta)) \right] d\theta \quad (12)$$

위의 $\lambda_a(\theta)$ 를 토오크 식에 대입하여 m 이 $-\infty$ 에서 $+\infty$ 까지의 범위에서 토오크를 계산하여 보면 $m = \pm 1$ 일 경우에만 값을 갖게된다. 이것을 대입하여 평균 토오크식을 정리해 보면 식 (13)과 같다.

$$T_{ave} = -\frac{k_T}{L^2 \omega^2 + (R/2)^2} \left[\frac{V_s}{\pi} \left[\frac{R}{2} (\cos(\gamma) - \cos(\gamma + \delta)) - L\omega(\sin(\gamma) - \sin(\gamma + \delta)) \right] + \frac{k_0 R \omega}{2} \right] \quad (13)$$

식 (13)에서 각속도가 일정하다면 평균 토오크식은 γ 와 δ 의 함수임을 알수 있고, 자속최고수의 첫번째 하모닉 성분만이 평균토오크식에 영향을 미침을 알수 있다.

2.3 토오크 실효치와 토오크 리플 성분

토오크의 실효치를 구하기위해 먼저 식 (6)에 나타난 순시 토오크 식에 식 (10)을 대입하여 구하여 보면 식 (14)로 표현되어 진다.

$$T_E = \frac{k_T V_s}{4\pi m L (\omega m^2 + R^2 / (4L^2))} \left[\left[\omega m (\sin(m\gamma) - \sin(m(\gamma + \delta))) + R(\cos(m(\gamma + \delta)) - \cos(m\gamma)) / 2L \right] \cos(m-1)\theta + \left[\omega m (\cos(m(\gamma + \delta)) - \cos(m\gamma)) + R(\sin(m(\gamma + \delta)) - \sin(m\gamma)) / 2L \right] \sin(m-1)\theta \right] - K_m \sin(4\theta) \quad (14)$$

(단 $m = 1, 3, 5, 7 \dots$)

여기에서 구한 순시토오크를 가지고 실효치를 구하면 식 (15)로 표현된다.

$$T_{rms} = \frac{k_T V_s}{4\pi m L (\omega m^2 + R^2 / (4L^2))} \sqrt{(A^2 + B^2 + K_m^2) / 2} \quad (15)$$

(단, $\omega m (\sin(m\gamma) - \sin(m(\gamma + \delta))) + R(\cos(m(\gamma + \delta)) - \cos(m\gamma)) / 2L = A$, $\omega m (\cos(m(\gamma + \delta)) - \cos(m\gamma)) + R(\sin(m(\gamma + \delta)) - \sin(m\gamma)) / 2L = B$ 이다.)

식 (15)의 토오크 실효치와 평균토오크식을 가지고 토오크 리플 성분을 백분율로 나타내어 보면 식 (16)로 나타낼 수 있다.

$$R.F. \text{ (Ripple Factor)} = \frac{\sqrt{T_{rms}^2 - T_{ave}^2}}{T_{rms}} \times 100 [\%] \quad (16)$$

3. 컴퓨터 시뮬레이션

식 (13)의 평균토오크식을 가지고 일정토오크를 준 후에 각속도에 따라서 토오크 리플성분이 최소가 되는 진상각(γ)과 도통각(δ)를 구하여 보았다.

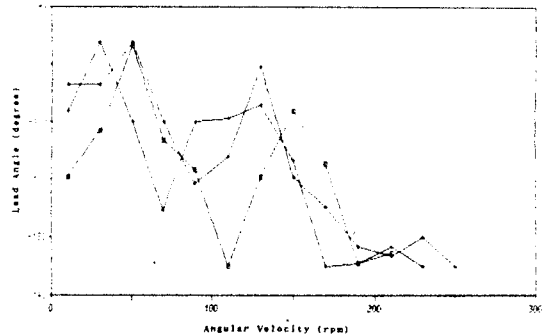


그림 4. 토오크 리플성분이 최소일때의 속도에 따른 진상각
Fig. 4. Lead angle versus speed for the minimum torque ripple

($T = 0.1059$ (□), $T = 0.0706$ (+), $T = 0.0353$ (◇))

그림 4.는 각각의 평균토오크에서 토오크 리플이 최소가 되는 모우터 속도에 따른 진상각을 표시한 것으로써 각각의 속도에서의 진상각이 불규칙적임을 알 수 있다.

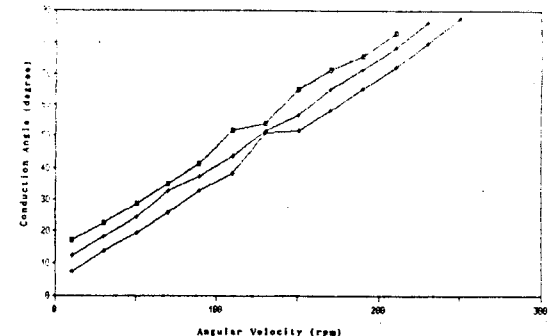


그림 5. 토오크 리플이 최소가 되는 각속도에 따른 도통각
Fig 5. Conduction angle versus speed for the minimum torque ripple

($T = 0.1059$ (□), $T = 0.0706$ (+), $T = 0.0353$ (◇))

그림 5.는 각각의 평균토크에서 각속도의 변화에 따른 최소 토크 리플을 갖는 조건에서의 도통각을 시뮬레이션을 통해 나타낸 것인데, 모우터의 속도가 증가함에 따라 도통각이 규칙적으로 증가함을 확인할 수 있었으며, 평균토크값이 커질수록 도통각도 증가함을 알 수 있다.

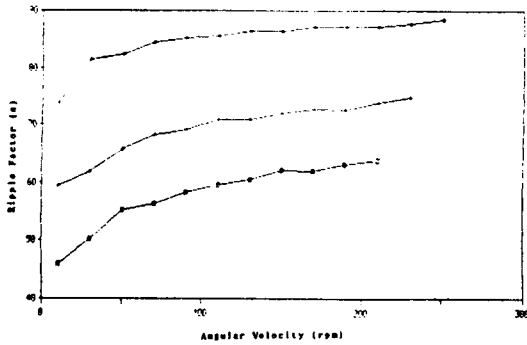


그림 6. 토크 리플이 최소일 때의 각속도에 따른 리플 성분
Fig. 6. Ripple factor versus speed for the minimum torque ripple

그림 6.은 토크 리플이 최소일때 각각의 속도에서의 모우터 토크 리플성분을 백분율로 나타낸 것으로 각속도가 증가함에 따라 토크의 리플이 증가함을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 개루프로 구동되는 스텝모터의 단점을 극복하기 위하여 새로운 상여자 방식에 의하여 스텝모터에 인가되는 전압을 Fourier 급수로 나타내어 평균토크를 계산하였다. 이러한 상여자 방식은 평균토크를 진상각과 도통각의 두개의 변수로 나타내어 평균토크 값에 의한 진상각과 도통각을 구하였으며, 모우터의 순시토크식에 의한 실제토크의 실효치를 계산하였다. 그리고 일정한 평균발생 토크에서의 토크의 리플 성분이 최소가 될 때의 진상각과 도통각을 각각의 속도에 대해서 진상각은 최소의 토크 리플을 갖는 값이 불규칙함을 알 수 있었고, 도통각은 속도에 따라 일정하게 증가함을 알 수 있었다.

본 논문의 시뮬레이션은 슈퍼컴퓨터 (IBM 3090 V/F)를 이용하여 시뮬레이션 시간을 단축하였다.

REFERENCE

[1] B.C.KOU ed, Incremental Motion Control: "Step Motor and Control System" VOL 2, SRL Publishing Company, Champagin ILLINIQS 1979

[2] Delgads, M.A. "Mathematical Model of a Stepping Motors", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-14, No. 4 pp.394-pp.397, Aug., 1969

[3] B.C.KUO, " Theory and Application of Step motors", WEST Publishing CO, Champaign ILLINIQS 1974

[4] Ronald H. Brown and Krishna Srinivas " A Damping circuit for chopper driven bifilar hybrid step motors", IEEE, pp.446-pp.451, 1989

[5] Maher Jaroudi and Ronald H. Brown " Torque prediction for efficient commutation strategy of bifilar hybrid step motors" IEEE, pp.411-pp.417, 1989

[6] Takashi Kenjo, Stepping Motor and their Microprocessor Controls, Clarendon Press, Oxford 1884

[7] T.R. Fredrikson " Application of the Closed-Loop Stepping Motor, IEEE Trans.on Automatic Control", Vol. AC 13, No.5, pp.464-pp.474, 1968