

## 초전도 슬랩내에서 인가자장, 전류 및 위상차로 인한 히스테리시스 손실의 컴퓨터 Simulation.

김 권 집   고 태 국  
연세대학교 전기공학과

### The Computer Simulation of Hysteresis Losses by Applied fields, Currents and Phasor differences in Superconducting Slap.

Gyeon-Jib Kim   Tae-Kuk Ko  
Dept. of Electrical Eng. Yonsei Univ.

**Abstract**

This paper deals with hysteresis losses on the superconducting slap by using type II superconducting theory and classical Maxwell equations. Transport current is transmitted to the longitudinal direction and applied magnetic field is perpendicular to the slap length and simultaneously parallel to the plate. And the sinusoidal transport currents and the magnetic fields are applied to the slap. Properties of hysteresis loss can be understood, using computer simulation with apply field, transport current and phasor difference. From this result the efficiency and the stability of superconducting system can be enhanced.

생하는 히스테리시스 손실을 규명함으로써 초전도 시스템설계를 효율적으로 하여 효율과 안정도를 높이고자 한다.

**1. 서론**

본 논문에서는 교류 손실의 개념을 설명하는데 가장 기초가 되는 Slap 모델을 사용하고 재료로는 type II 초전도체 중 현재 많이 쓰이고 있는 Nb<sub>3</sub>Sn을 선정하였다. Slap 모양은 길이가 무한히 길고 두께는 1mm이며 너비는 두께에 비해 충분히 큰 것으로 간주한다. Nb<sub>3</sub>Sn의 1차 임계자속밀도는 15 mT 정도이고 2차 임계자속밀도는 23 T 인데 정현파 인가자계의 amplitude는 1차 임계자속보다 훨씬 큰 값으로 하여 수식상에서는 1차 임계자속밀도는 무시하였다. 인가자장은 슬랩의 길이 방향에 대해서 항상 수직이며 면에 평행하고 전 공간에서 균일하게 가해준다. 전류밀도는 Bean의 임계전류밀도를 사용하여 인가자장의 세기에 관계없이 항상 일정하다고 가정한다. 이론적으로 type II에 관한 초전도 이론과 고전적인 맥스웰 방정식을 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 이용 히스테리시스 손실을 계산하였다. 이와 같은 해석 결과로서, 오늘날 초전도 응용에 있어서 가장 큰 문제점으로 남아있는 손실, 특히 인가자장과 전송전류에 의해 유기된 자장의 변화로 발

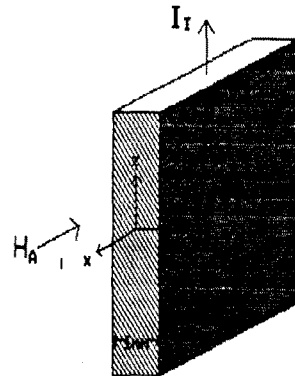


그림 1. 전송전류와 자장을 가한 슬랩모델  
H<sub>A</sub>: apply field   I<sub>T</sub>: transport current

**2. 해석이론**

2.1 기본 수식

Type II 초전도 슬랩 모델에 적용되는 미크로적인 전자기 현상은 다음 방정식으로 표현된다.

초전도체 내부영역 Ω<sub>c</sub>

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{2}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \tag{3}$$

$$\mathbf{J} = J \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{E}|} \quad (\mathbf{E} \neq 0) \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = 0 \quad (\mathbf{E} = 0) \tag{5}$$

초전도 슬랩 외부영역  $\Omega_{air}$

$$\nabla \times \vec{H} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (7)$$

슬랩 포면 경계 영역  $\Gamma_{\infty}$

$$[\vec{n} \times \vec{H}] = 0 \quad (8)$$

$$[\vec{n} \cdot \vec{D}] = 0 \quad (9)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{J} = 0 \quad (10)$$

여기서

$\vec{E}$ : 전기장의 세기 (V/m)

$\vec{D}$ : 전속 밀도 (C/m<sup>2</sup>)

$\vec{H}$ : 자계의 세기 (A/m)

$\vec{B}$ : 자속밀도 (Wb/m)

$\vec{J}$ : 전류밀도 (A/m)

$J_0$ : 임계전류밀도 (A/m)

$\mu_0$ : 진공 투자율 (H/m)

$\vec{n}$ : 법선 벡터

### 2.2 자계분포

전송전류에 의해 유도된 자계( $H_T$ )도 근사적으로 x-성분만을 가진다고 볼 수 있기 때문에 전체 자계는 x-성분만을 가지고 X축과 Z축에 따른 변화는 없다. 슬랩 단면을 통해 흐르는 전류는 z-성분만을 가지므로 식 (2)를 다시쓰면

$$-\frac{\partial H_x}{\partial y} a_z = J a_z \quad (11)$$

인가자계를 최대로 가해 주었을때 (11)식에 포면에서의 경계값을 대입하고 Bean의 임계전류모델을 적용하여 자계의 분포를 얻을 수 있다.

$$H_x = (H_A - H_T)_{\max} - J_0(y - y_0) \quad (y_0 < y < y_1) \quad (12)$$

$$H_x = (H_A + H_T)_{\max} - J_0(y + y_0) \quad (-y_0 < y < y_0) \quad (13)$$

$H_T$ : 포면에서 전송전류에 의해 유도되는 자계

$y_0$ : 자계의 완전침투시 내부 경계

자계가 최고치에 이르렀을때 슬랩의 전체영역에는 B가 영이 아니며 전류가 임계치의 값으로 흐르고 있다. 다시 자계가 감소하기 시작하는 순간 포면으로부터 새로운 두개의 경계( $y=y_1, y=y_2$ )가 생긴다. 이 경계는 자계가 감소하면서 내부로 이동하는 이동경계이다.

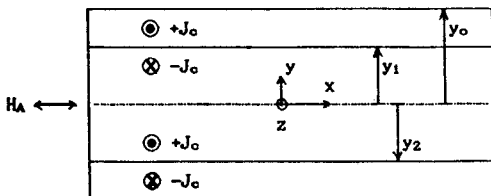


그림 2. 초전도 슬랩내의 전류분포 및 이동경계

자계의 변화는 이동하는 경계의 바깥쪽에서만 존재하며 안쪽에서는 변화가 없다. 이동경계 밖에서의 자계 분포를 구하면

$$H_x = H_A - H_T - J_0(y - y_0) \quad (y_1 < y < y_0) \quad (14)$$

$$H_x = H_A + H_T + J_0(y + y_0) \quad (-y_0 < y < y_2) \quad (15)$$

이동경계가 계속 내부로 이동하여 두 경계가 일치하게 되는 순간 경계가 하나( $y_1=y_2=y_c$ )로 되고 더이상 경계의 이동은 없다. 이 때부터는 전체영역에서 자속밀도의 변화가 있게 된다.

### 2.3 이동경계의 속도와 위치

이동 경계에 폐경로를 취하고 경로를 따라 선적분하면  $\oint H \cdot dl = I$ 로부터

$$H^- - H^+ = J_0 \Delta y^+ - J_0 \Delta y^- \quad (16)$$

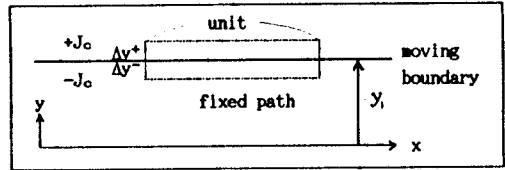


그림 3. 이동경계 주변의 적분경로

양변을 시간에 대해 미분을 하면, 이동경계 내에서 자계의 변화는 없으므로  $\Delta H^-/\Delta t = 0$ ,  $\Delta H^+/\Delta t$ 은  $\Delta y_1/\Delta t$ 과 같으며  $\Delta H^-/\Delta t$ 은  $-\Delta y_1/\Delta t$ 와 같으므로

$$-\Delta H^+/\Delta t = -2J_0 \Delta y_1/\Delta t \quad (17)$$

이동경계 밖에서  $\Delta H^+/\Delta t$ 은  $\Delta(H_A - H_T)/\Delta t$ 와 같으므로

$$\Delta y_1/\Delta t = \frac{1}{2J_0} \Delta(H_A - H_T)/\Delta t \quad (18)$$

이동경계는  $y_1$  항상 내부로 이동하므로 항상 '움'이다.

$t=t_0$  일때  $y_1=y_0$ 라 놓고 (18)식을 시간에 대해서 적분하여  $y_1(t), y_2(t)$ 의 변화율을 구하면

$$y_1(t) = y_0 - \frac{1}{2J_0} |H_A(t) - H_T(t) - H_A(t_0) + H_T(t_0)| \quad (19)$$

$$y_2(t) = -y_0 + \frac{1}{2J_0} |H_A(t) - H_T(t) + H_A(t_0) - H_T(t_0)| \quad (20)$$

### 2.4 전계분포

슬랩내에서 자계의 변화가 있는 곳은 두개의 이동경계가 존재할 경우 이동경계의 외부에서만 일어난다. 변화율은 포면에서의 변화율과 같으므로 (1)식으로 부터 전계를 구한다.

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{d(H_A - H_T)}{dt} dy \quad (y_1 < y < y_0) \quad (21)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{d(\vec{H}_A + \vec{H}_T)}{dt} \quad (-y_0 < y < y_2) \quad (22)$$

전계의 방향은 전류의 방향과 일치하여 z-성 분만을 가지고 Y축에 따른 변화만이 존재하며 경계에서 전계 E는 접선성분이 항상 연속인 조건을 대입하면 경계상에서 전계는 '영'임을 알 수 있다. 이러한 경계조건을 가지고 전계를 구하면

$$E_x(y) = \mu \frac{d(H_A - H_T)}{dt} (y_1 - y) \quad (y_1 < y < y_0) \quad (23)$$

$$E_x(y) = \mu \frac{d(H_A + H_T)}{dt} (y_2 - y) \quad (-y_0 < y < y_2) \quad (24)$$

두개의 이동경계가 하나의 고정경계( $y_0$ )로 되었을때는 (23), (24)식의  $y_1$ 과  $y_2$ 대신에  $y_0$ 을 대입하여 전계를 구한다.

### 3. 손실 특성방정식 및 Simulation

#### 3.1 손실 특성 방정식

손실의 point form은 E와 J의 내적으로 나타낼수 있으며 단위 체적당 순간손실 P/V 는

$$\frac{P}{V} = \frac{1}{V} \int \vec{E} \cdot \vec{J} \, dv \quad (25)$$

인가자장과 전송전류를 같은 주파수를 같은 정현파라 놓으면

$$H_A = H_0 \cdot \cos \omega t \quad (26)$$

$$I_T = I_0 \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad (27)$$

$$H_T = T_0 \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad (28)$$

$H_0$  : 인가자계의 amplitude

$I_0$  : 전송전류의 amplitude

$\delta$  : 인가자계와 전송전의 위상차

$T_0 (=0.5I_0)$  : 전송전류에 의해 유도된 자계의 amplitude

부분침투시 손실

$$\frac{P}{V} = \frac{4\omega\mu}{16y_0} \left[ \begin{aligned} & |H_0 \sin \omega t + T_0 \sin(\omega t + \delta)| \cdot |H_0 \cos \omega t + T_0 \cos(\omega t + \delta) - H_0 - T_0 \cos \delta|^2 \\ & + |H_0 \sin \omega t - T_0 \sin(\omega t + \delta)| \cdot |H_0 \cos \omega t - T_0 \cos(\omega t + \delta) - H_0 + T_0 \cos \delta|^2 \end{aligned} \right] \quad (29)$$

완전침투시 손실을 구하면

$$\frac{P}{V} = \frac{4\omega\mu}{4y_0} \left[ \begin{aligned} & |H_0 \sin \omega t + T_0 \sin(\omega t + \delta)| \cdot (y_0 + y_c)^2 \\ & + |H_0 \sin \omega t - T_0 \sin(\omega t + \delta)| \cdot (y_0 - y_c)^2 \end{aligned} \right] \quad (30)$$

#### 3.2 Simulation

히스테리시스 손실을 계산하기 위해 정현파 인가자장과 전송전류 amplitude와 상호 위상차를 입력으로 하여 순간손실 특성과 1 주기동안 손실량을 살펴보았다.

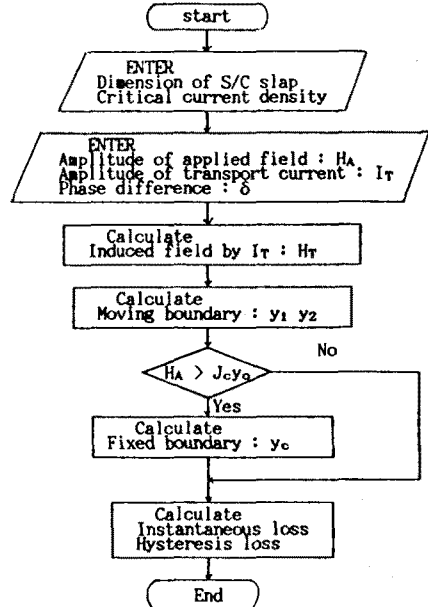


그림 4. Flow chart

### 4. 결과 고찰

전송전류에 의한 순간손실은 반주기 동안에는 손실특성에서 처음에는 amplitude에 관계없이 매우 작은 값을 나타내고 손실의 크기는 위상이 130° 부근에서 최대값을 갖는다.

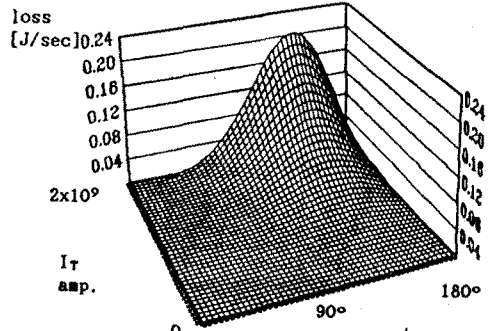


그림 5. 전송전류의 크기와 순간손실

인가자장의 경우 특징은 이동경계가 완전히 침투해 들어가는 순간에 손실의 변화가 급격히 커지는 것을 볼수가 있는데 이는 손실 발생 영역이 최대도 되고 인가자장에 변화가 큰 시점이기 때문이다.

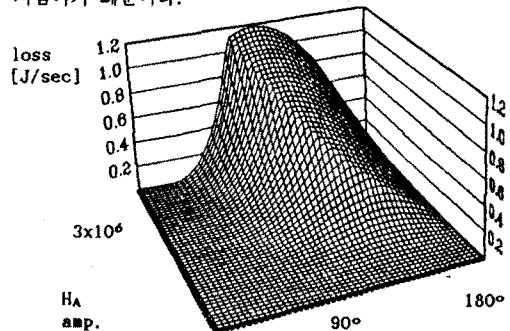


그림 6. 인가자장의 크기와 순간손실

인가자장과 전송전류에 따른 히스테리시스 손실은 이동경계의 완전침투가 이루어지는 크기에 해당하는 시점부터 손실량이 급격히 증가하였다. 또한 전송전류에 따른 손실량의 변화보다 인가자장에 따른 손실량의 변화가 크게 나타났다.

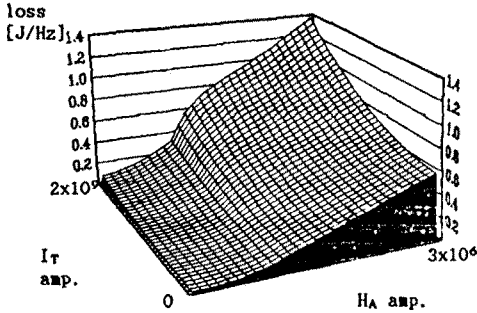


그림 7. 전송전류 인가자장과 히스테리시스 손실

두 정현파 인가자장과 전송전류의 위상차에 따른 손실에서 위상차이율 0°부터 180°까지 변화시켰을때 주기당 손실량은 위상차가 60°부근에서 가장 크게 나타났다. 이것은 두입력의 합이 위상차로 인해 전체 자장의 변화곡선이 가장 왜곡된 상태를 보이는 상태이다. 따라서 손실량은 자장의 세기 뿐만 아니라 변화율에도 영향을 받는다는 것을 알수 있다.

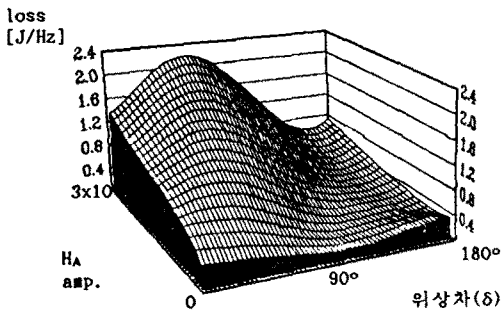


그림 8. 전송전류와 인가자장의 위상차로 인한 손실

$$I_T = 2 \times 10^6 \text{ [A]}$$

5. 결론

초전도 슬랩에 정현파 전송전류를 흘려주고 외부에서 정현파 자장을 인가하였을때 히스테리시스 손실 특성은 다음과 같다. 전송전류만을 최대도 가하였을때 주기당 발생하는 손실은 0.084[J/Hz] 이하의 작은 양으로 전송전류에 의한 시스템의 영향은 작다는 것을 알수 있다. 그러나 인가자장을 3.8T 정도 가했을때 손실은 0.587[J/Hz]으로 크게 나타나 인가자장에 의한 영향은 크다는 것을 알 수 있다. 또한 인가자장과 전송전류가 동시에 존재할 경우 최대치가 1.37[J/Hz]으로 독립적으로 존재할 경우보다 훨씬 큰 손실이 나타났다. 전송전류를 최대도 하고 인가자장의 세기를 완전침투가 이루어지는 시점부터 증가시켜 가면서 두 정현파의 위상차에 따른 분포에서는 위상차를 조절함으로써 손실을 줄일 수 있었다.

6. 참고 문헌

- [1] Terry P. Orlando and Kevin A. Delin, Foundations of Apply Superconductivity, Addison & Wesley, 1991.
- [2] W.J. Carr, Jr. AC Loss and Macroscopic Theory of Superconductors, Gordon and Breach science. 1983.
- [3] J.A. Eikelboom and J.A. Roeterdink, "AC-losses in the ECN concept of the NET-IF-conductor", IEEE MAG(24), No.2,1463,1988
- [4] M.Ashkin, "Flux distribution and hysteresis loss in a round superconducting wire for the complete range of flux penetration", Appl. Phys. 50(11), 7060, 1979
- [5] OGASAWARA, T., TAKAHASHI, Y., KANBARA, K., KUBOTA, Y., YASOHAMA, K.,and YASUKOCHI, K., "Transient field losses in multifilamentary composite conductors carrying dc transport current", Cryogenics Dec., p. 736, Cryogenics April 1980,p.216.
- [6] Taekuk Ko and O.K. Mawardi, "Parametric Representation of a Superconducting High-Current Generator", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 25, No. 5, pp. 4346-4349, Sep. 1989.
- [7] B. Turck, "Coupling losses in various outer normal layers surrounding the filament bundle of a superconducting composite", J.appl. Phys. 50 (8), p.5397. 1979.