

매입형 영구자석 동기전동기의 효율 최대화 설계

심동준^o · 박현수 · 원중수
서울대학교 공과대학 전기공학과

Efficiency Maximized Design of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors

Sim Dong-Joon · Park Hyun-Soo · Won Jong-Soo
Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.

ABSTRACT - Design characteristics of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors are induced. In order to maximize the efficiency of the motor, the objective function is taken stator winding and core losses. And using Sequential Unconstrained Minimization Technique, the dimensions of the motor are obtained which minimize the objective function. Characteristics of the motor which is designed as above are compared with the conventional one.

1. 서론

전동기를 설계하는 데에 있어 종래에는 원하는 사양이 주어지면, 경험을 바탕으로 치수를 결정한 후 특성이 만족되지 못할 경우 치수제원을 변경해 가면서 요구되는 특성이 만족되도록 하는 시행착오적인 방법이나 유한 요소법을 사용하였다. 그러나, 이와 같은 방법을 사용할 경우, 복합적인 설계 파라미터로 구성되는 전동기의 비선형적인 특성이나 가격, 중량 등을 최적화하는 설계를 행하기에는 시간이 오래 걸릴 뿐아니라 설계의 정확도가 떨어지는 단점이 있다.

따라서 비선형적인 특성을 갖는 전동기의 최적화 설계 기법이 개발되어 유도기와 동기기의 설계에 이용되어왔다. 그리고, 근래에는 직류 서보전동기의 설계에도 이러한 방법이 적용되었으나, 영구자석 동기전동기 특히 매입형 영구자석 동기전동기의 경우에는 최적화 설계에 관한 연구가 미미한 실정이다.

본 논문에서는 표면 부착형 영구자석 동기전동기(이하 SPMSM이라 함)와 매입형 영구자석 동기전동기(이하 IPMSM이라 함)의 유사성을 고려하여 IPMSM의 설계식을 도출하고, 제약 조건을 갖는 비선형 함수를 최소화하는 알고리즘을 이용하여 IPMSM의 효율을 최대로 하는 전동기의 치수를 구하고, 도출된 치수를 사용하여 전동기의 제반 특성을 구해서 비교한다.

2. IPMSM의 특성식

구조적으로 IPMSM은 SPMSM과 거의 같다. 즉 양자간에 회전자 구조에만 차이가 있을 뿐 고정자는 동일하므로 IPMSM의 회전자 부분을 보정하면 SPMSM의 특성식은 IPMSM에도 적용될 수 있다. 그림 1은 IPMSM의 회전자 구조, 그림 2는 공극 자속밀도 분포를 나타낸다. 이러한 회전자 구조에 대해서 공극 자속밀도 B_g 를 구해본다. [1]

r_s 를 고정자 내반경, w_m 을 자석의 폭, 2α 를 자극 각도(기계 각), g 를 공극길이, y 를 링크 부분의 폭이라 할 때, 이들 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

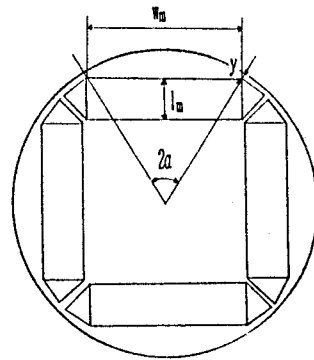


그림 1. IPMSM의 회전자 구조 및 치수

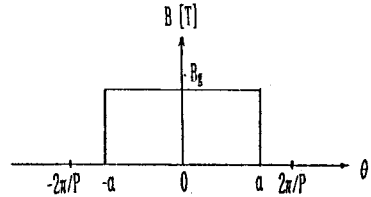


그림 2. 공극 자속밀도 분포

$$w_m = 2(r_s - (g + y)) \sin \alpha \quad (1)$$

공극에서의 프린징을 무시하면 공극 자속밀도 B_g 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B_g = (\mu_0 / g_e) U_m \quad (2)$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$: 진공의 투자율

$g_e = k_c g$: 유효 공극길이

k_c : 카터 계수

U_m 은 자석 양단의 기자력으로 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$U_m = \frac{\phi_r - \phi_l}{P_m + P_g} \quad (3)$$

P_m 과 P_g 는 각각 자석과 공극의 퍼미언스로서 다음과 같이 주어진다.

$$P_m = \mu_0 \mu_r \frac{A_m}{l_m} = \mu_0 \mu_r \frac{w_m l_r}{l_m} \quad (4)$$

$$P_g = \mu_0 \frac{A_g}{g_e} = \mu_0 \frac{2 \alpha r_s l_r}{g_e}$$

μ_r : 자석의 상대 투자율
 l_r : 고정자의 축방향길이
 l_m : 자석의 자화 방향 길이
 A_m : 자석 단면적
 A_g : 공극 단면적

Φ_r 은 자석의 잔류자속으로 다음과 같다.

$$\Phi_r = B_r A_m = B_r w_m l_r \quad (5)$$

B_r : 자석의 잔류자속밀도

Φ 은 누설자속으로 링크 부분의 포화자속 Φ_{link} 과 자석 측면의 누설자속 Φ_{side} 의 합으로 구성되어 있고, Φ_r 의 5 ~ 7 % 정도의 값을 갖고 있다. 따라서 식 (1) ~ 식 (5)로부터 B_g 를 구하면

$$B_g = \frac{l_m B_r}{g_o + l_m/k_{ad}} \quad (6)$$

$l_m = l_m/\mu_r$: 자석의 등가 공극길이

$B_r = k_a B_r$: 유효 잔류자속밀도

$k_{ad} = \sin \alpha / \alpha$

와 같고, 식 (6)의 분모는 자석을 고려한 유효 공극길이 l_g 를 나타낸다.

$$l_g = g_o + l_m / k_{ad} \quad (7)$$

식 (6)과 식 (7)로부터 IPMSM은 자석을 공극으로 치환했다고 가정했을 때 유효 공극길이 l_g 를 갖고 공극에 크기 $\Phi_g = B_g l_g$ 의 기저역원을 갖는 SPMSM으로 동가시킬 수 있다.

그림 3에 고정자 부분의 주요 치수를 나타낸다. 이 때 슬롯과 치는 그림과 같이 치폭이 일정한 구조로 가정한다. 또한, 주어진 반경 r_s 에 대해서 토오르크를 최대도 하기 위해서 슬롯폭 w_s 와 치폭 w_c 의 비율 1 : 1로 한다. 즉, $w_s = w_c$ 이다.

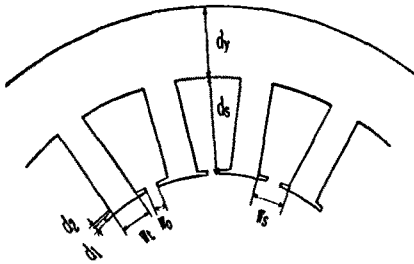


그림 3. IPMSM의 고정자 구조 및 치수

전동기의 주요 치수와 고정자의 상당 권회수 N_s , 공극 자속밀도 B_g , 고정자 1상 권선의 실효 전류 I_s 를 이용하여 IPMSM의 특성식을 정리해보면 다음과 같다. [2]

아래 식의 변수들은 SI 단위계를 사용하여 나타낸다.

(a) 토오르크

$$T_o = \frac{12\sqrt{2}}{\pi} k_w r_s l_r B_g \sin \frac{P\alpha}{2} N_s I_s \quad (8)$$

P : 자극의 수

k_w : 권선 계수

(b) 출력

$$P_o = \frac{24\sqrt{2}}{\pi P} k_w r_s l_r B_g \sin \frac{P\alpha}{2} N_s I_s \omega_s \quad (9)$$

ω_s : 전원 각주파수

(c) 공극길이

$$g = 0.2 + 0.003 \sqrt{r_s l_r} \quad (10)$$

(d) 고정자 저항

$$R_s = \frac{12 \rho_c N_s^2}{\pi f_s d_s (r_s + d_s/2)} (l_r + \frac{2\pi r_s}{P}) \quad (11)$$

ρ_c : 동선의 저항 계수

f_s : 슬롯의 점격율 (space factor)

d_s : 슬롯 깊이

$\sigma = \frac{\text{권선의 오버행 길이}}{\text{극호 길이}}$

(e) 동선의 전류밀도

$$J_s = \frac{6 N_s^2 I_s^2}{\pi f_s d_s (r_s + d_s/2)} \quad (12)$$

(f) 고정자 동손

$$P_{sw} = \frac{36 \rho_c N_s^2 I_s^2}{\pi f_s d_s (r_s + d_s/2)} (l_r + \frac{2\pi r_s}{P}) \quad (13)$$

(g) 고정자 철손

고정자 철손은 치 부분에서의 손실과 요오크 부분에서의 손실로 구성된다.

1) 치부분의 손실

$$P_{ct} = \frac{32}{\pi P} k_{cl} S r_s l_r d_s B_g^2 \omega_s^2 \quad (14)$$

k_{cl} : 철손 계수

S : 슬롯 수

2) 요오크 부분의 손실

$$P_{cy} = \frac{32}{P^2} k_{cl} (r_s + d_s + \frac{d_y}{2}) \frac{r_s^2 l_r \alpha}{d_y} B_g^2 \omega_s^2 \quad (15)$$

d_y : 요오크 두께

(h) 역기전력

$$E = \frac{8\sqrt{2}}{\pi P} k_w N_s r_s l_r B_g \sin \frac{P\alpha}{2} \omega_s \quad (16)$$

(i) 자화 인덕턴스

$$L_M = \frac{24 k_w^2}{\pi P^2} \mu_o N_s^2 \frac{r_s l_r}{l_g} \quad (17)$$

(j) 누설 인덕턴스

$$L_i = L_{slot} + L_{end} \quad (18)$$

L_{slot} : 슬롯 누설 인덕턴스

L_{end} : 코일단 인덕턴스

$$L_{slot} = \frac{12 N_s^2}{S} \mu_o l_r (\frac{d_s}{3w_{se}} + \frac{d_l}{w_s} + \frac{d_c}{w_o}) \quad (19)$$

$w_{se} = \pi (r_s + 0.215 d_s) / S$

$$L_{end} = \frac{15 N_s^2}{P^2} \mu_o r_s \quad (20)$$

(k) 자석의 등가 전류인

$$I_r = \frac{E}{\omega_s L_M} = \frac{\sqrt{2} P l_g B_g}{3 k_w \mu_o N_s} \sin \frac{P\alpha}{2} \quad (21)$$

(l) 장하비

$$M = \frac{P B_g r_s l_r \alpha}{\pi k_w N_s I_s} \quad (22)$$

(m) 회전자 관성

$$J_r = \rho_i \pi l_r r_s^4 / 2 \quad (23)$$

ρ_i : 강판의 밀도

(n) 토오르크 - 관성 비 (각가속도)

$$\frac{T_o}{J_r} = \frac{24\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{k_w N_s I_s B_g}{\rho_i r_s^2} \sin \frac{P\alpha}{2} \quad (24)$$

3. 효율 최대화 설계

효율 η 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = \frac{\text{출력}}{\text{입력}} \times 100 = 1 - \frac{\text{손실}}{\text{입력}} \times 100 [\%] \quad (25)$$

따라서 입력이 일정한 경우 손실을 최소화하면 효율을 최대화

할 수 있다.
손실 Ploss는

$$P_{loss} = P_{sw} + P_{ct} + P_{cy} + P_{ml} \quad (26)$$

로 주어진다. 위식의 제 4항인 Pml은 기계적 손실로서 풍손과 마찰손으로 구성된다. 이값은 경험적으로 정격 출력의 0.5 ~ 2 [%] 범위의 값으로 고려된다.

영구자석 전동기에서는 유효 공극길이가 유도기에 비해 크고, 회전자에 슬롯과 권선이 없기 때문에 유도기에서 중요한 요소로 작용하는 표유부하손과 회전자손실 등은 일반적으로 무시된다. 결국, 고정자 동손과 철손의 합을 최소로 만들면 최대 효율을 얻을 수 있다. 따라서 식 (13) ~ 식 (15)로부터 최소화하고자 하는 목적함수 fobj를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{obj} &= P_{sw} + P_{ct} + P_{cy} \\ &= \frac{36 \rho_c N_s^2 I_s^2}{\pi f_s d_s (r_s + d_s/2)} \left(1 + \frac{2\pi \alpha r_s}{P}\right) \\ &\quad + \frac{32}{\pi P} k_{el} S r_s l_r d_s B_g^2 \omega_s^2 \\ &\quad + \frac{32}{P^2} k_{el} (r_s + d_s + \frac{d_y}{2}) \frac{r_s^2 l_r \alpha}{d_y} B_g^2 \omega_s^2 \quad (27) \end{aligned}$$

식 (27)의 Bg에 식 (6)을 대입하고, 전류 Is, 잔류자속밀도 Br, 슬롯 수 S를 일정한 값으로 놓으면 목적함수 fobj의 변수는 다음과 같다.

- i) 고정자 1상 권회수 (Ns)
- ii) 고정자 내반경 (rs)
- iii) 고정자 축방향 길이 (lr)
- iv) 슬롯 깊이 (ds)
- v) 요오크 두께 (dy)
- vi) 자극 각도 (2a)
- vii) 자석의 자화 방향 길이 (lm)

위 변수들이 만족해야할 제약 조건은 다음과 같이 주어진다.

(a) 고정자의 외경은 일정하다.
 $D_0 = 2 (r_s + d_s + d_y) : \text{일정} \quad (28)$

(b) 전동기의 출력은 일정하다.
 $P_0 = \frac{24\sqrt{2}}{\pi P} k_w r_s l_r B_g \sin \frac{Pa}{2} N_s I_s \omega_s : \text{일정} \quad (29)$

(c) 자석이 그림 1과 같은 구조로 배치되기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$w_m \leq 2 ((r_s - (g + y)) \cos \alpha - l_m)$$

위식을 정리하면 아래와 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$l_m - (r_s - (g + y)) (\cos \alpha - \sin \alpha) \leq 0 \quad (30)$$

또한 자극 각도 2a는 2π/P를 넘을 수 없으므로

$$0 < \alpha < \pi/P \quad (31)$$

(d) 고정자 전류밀도의 범위
 $J_{smin} \leq J_s = \frac{6 N_s^2 I_s^2}{\pi f_s d_s (r_s + d_s/2)} \leq J_{smax} \quad (32)$

(e) 고정자 치부분의 자속밀도의 한계
 $B_t \geq 2 B_g \leq B_{tmax} \quad (33)$

(f) 고정자 요오크 부분의 자속 밀도의 한계
 $B_y = r_g \alpha B_g / d_y \leq B_{ymax} \quad (34)$

(g) 장하비의 범위
 $M_{min} \leq M = \frac{P B_g r_s l_r \alpha}{3 k_w N_s I_s} \leq M_{max} \quad (35)$

- (h) 자석의 감자 한계
- 1) 고정자 전류의 최대 한계

$$I_{smax} = \frac{\pi P I_g (B_g - B_p)}{6\sqrt{2} k_w \mu_0 N_s} \quad (36)$$

Bp : 굴곡점의 자속밀도

2) 고정자 3상 단락

$$\frac{L_L}{L_M} \geq \frac{2 I_F}{I_s} - 1 \quad (37)$$

(i) 모든 변수들은 물리적인 양이므로 0보다 크다.

4. 비선형 프로그래밍 알고리즘

식 (28) ~ 식 (37)을 제약 조건으로 하는 목적함수 fobj를 최소화하는 해를 찾기 위해 제약 조건을 목적함수에 포함시켜 제약 조건이 없는 새로운 목적함수 fobj'를 만든 후, fobj'을 최소화하는 SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Techniques)를 사용한다. 이 알고리즘에는 허용영역(feasible region)의 외부로부터 해를 찾아 들어가는 외점법(exterior point method)과 그 내부에서 해를 찾아 나아가는 내점법(interior point method)이 있다. 전자는 주로 등식으로 주어진 제약 조건 - 식 (28), 식 (29) - 에 대해서 사용하며, 후자는 부등식으로 주어진 제약 조건 - 식 (30) ~ 식 (37) - 에 대해서 사용한다. [3]

fobj'의 변수를

$$X = (N_s \ r_s \ l_r \ d_s \ d_y \ \alpha \ l_m)^T \in R^n$$

R^n : n차원 벡터 공간 (n = 7)

로 놓고, 등식 제약 조건과 부등식 제약 조건을 각각

$$h_i(X) = 0, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots$$

의 형태로 나타내면, fobj'은 다음과 같이 표시된다.

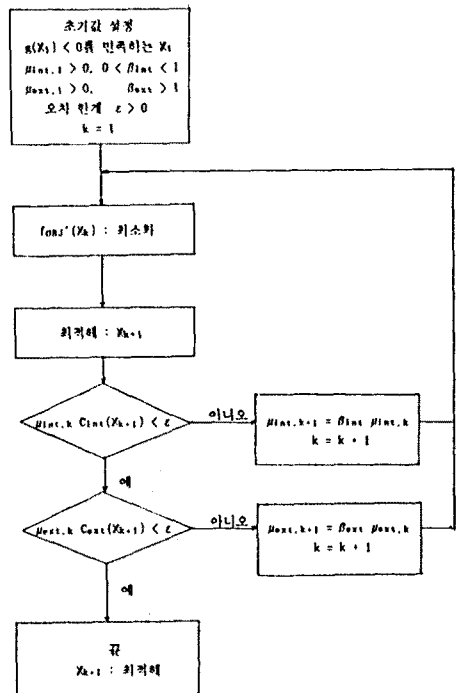


그림 4. SUMT 알고리즘

$$f_{OBJ}(X) = f_{OBJ}(X) + \mu_{int} C_{int}(X) + \mu_{ext} C_{ext}(X)$$

$$C_{int}(X) = -\sum 1 / g_j(X)$$

$$C_{ext}(X) = \sum h_i(X)^2$$

f_{OBJ} 의 최소값을 찾는 알고리즘을 그림 4에 나타낸다. 그리고 그림 5에 각 단계의 목적함수를 최소화하는 데에 사용된 Hooke - Jeeve Method의 알고리즘이 나타나 있다. [4]

표 1. 전동기 치수

	치수비 (효율최대전동기 / 샘플전동기)
전동기 외경 (D ₀)	1
고정자 내경 (r _s)	0.903
축방향 길이 (l _r)	0.851
슬롯 깊이 (d _s)	1.095
요오크 두께 (d _y)	1.090
자극 각도 (2α)	0.929
자석 길이 (l _m)	1.031
자석 폭 (w _m)	0.910
상당 권회수 (N _s)	1.033

표 2. 전동기의 특성 비교

	샘플전동기	효율 최대 전동기
정격 토오크 [Kg·cm]	22.9	22.9
정격 전류 [A]	1.9	1.9
정격 회전수 [rpm]	2500	2500
1상 저항 [Ω]	12.4	10.25
역기전력 [V]	109.5	104.4
회전자 관성 [Kg·cm ²]	0.8771	0.5046
정격 효율 [%]	79.2	81.5

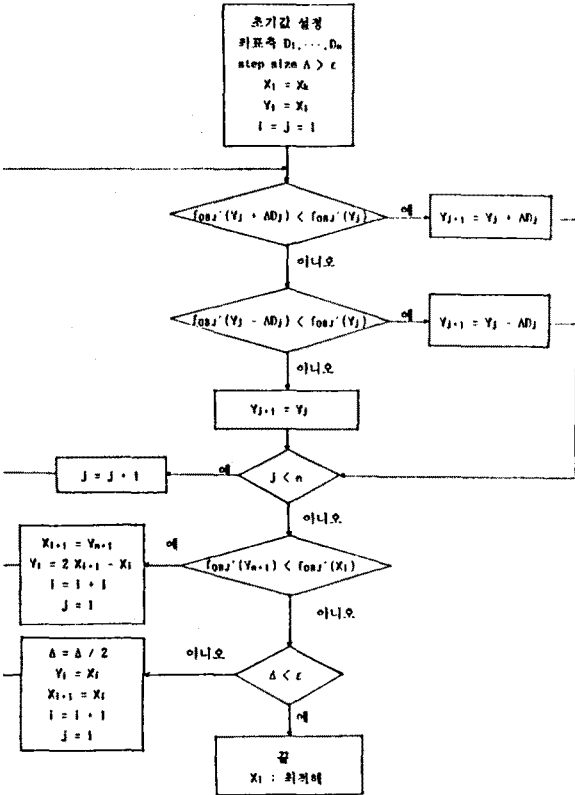


그림 5. Hooke - Jeeve 알고리즘

5. 결과

표 1은 효율 최대화 설계된 전동기의 치수를 나타낸다. 이 값들은 샘플전동기의 값들을 기준으로 하고 그에 대한 비율로써 표시되었다. 그리고 이 치수를 사용하여 전동기의 특성치를 계산한 값이 표 2에 나타나 있다.

그림 6에는 효율 최대로 설계된 전동기의 부하 변화에 따른 효율 곡선을 샘플전동기의 시뮬레이션 및 실험 결과와 함께 나타낸다.

참고 문헌

- [1] T. J. E. Miller, "Brushless Permanent Magnet and Reluctance Motor Drives", Oxford, 1989
- [2] P. Pillay et al., "Performance and Design of Permanent Magnet AC Motor", IEEE IAS, pp 2-1 ~ 2-38, 1989
- [3] A. V. Fiacco, G. P. McCormick, "Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques", John Wiley and Sons, 1968
- [4] M. S. Bazarrar, C. M. Shetty, "Nonlinear Programming - Theory and Algorithms"

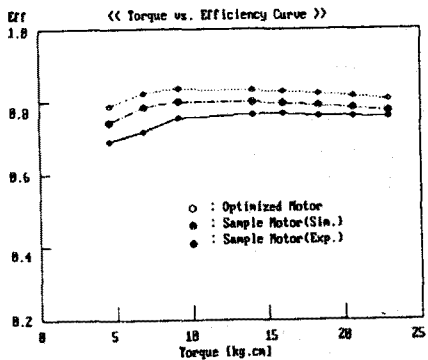


그림 6. 부하 - 효율 곡선