

고출력 SLIM 설계를 위한 치형상 최적화에 대하여

*임 달 호, **김 규 탁, *박 승 찬, *최 영 준
*한양대학교 전기공학과, **창원대학교 전기공학과

On the optimization of teeth shape to design SLIM with high power

*Im dal-ho, **Kim gyu-tak, *Park seung-chan, *Choi young-jun

*Dept. of Electrical Eng., Hanyang Univ. **Dept. of Electrical Eng., Changwon Univ.

Abstract

This paper presents a method that optimizes the teeth shape of linear induction motor. Independent variables are x-coordinate change of four nodes at each tooth, and its objective function is thrust at start. As a result, linear induction motor with high quality which its thrust increases up to 10 % per pole can be designed.

1. 서 론

선형유도전동기는 직접 직선 추력을 발생하므로 직선 운동이 필요한 곳에서는 매우 능률적이어서 차세대 전동기로 주목받고 있다. 본 연구에서는 편측식 선형유도전동기(single-sided linear induction motor: SLIM)의 설계변수를 일반 비선형 프로그래밍의 일종인 순차 비제약 최소화 기법(sequential unconstrained minimization technique: SUMT)을 도입하여 최적화한다.

전자계는 본질적으로 분포계이어서 집중 정수 취급하여 해석하기는 문제점이 있으나, 최적화 문제에 있어서 집중 정수 회로로 취급하여 특성계산을 한다면, 많은 시간 절약과 함께 주요 설계변수 선택에 별다른 제약을 받지 않게 된다. 그러나, 이와 같은 방법은 개략적인 설계변수의 최적화에 적당할 뿐 복잡한 형상에 따른 특성을 전혀 고려할 수 없다.

따라서 본 연구에서는 유한요소법과 SUMT법을 함께 사용하여, 상세 설계 과정인 치부분의 형상 최적화를 수행한다. 이것은 앞의 최적화 과정과는 달리 전자계 현상 자체를 이산화 시켜서 지배방정식의 해를 구하는 방법으로서, 형상의 변화에 따른 급격한 해의 변화를 정확하게 파악할 수 있다.

일반적으로 유한요소법을 이용한 형상 최적화에는 민감도 해석법이 널리 이용되고 있으나[1], 선형 유도전동기의 해석과 같이 와전류 문제를 포함하는 경우에는 그 적용이 매우 어렵고, 전자소자의 형상 최적화나 직류전동기의 회전자 형상 설계 등에만 국한되어 사용되고 있는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 복잡한 민감도 해석 과정을 생략하고, 형상의 결정에 직접 관계되는 좌표값의 변화를 독립변수로 선택함으로써, 보다 간편한 형상 최적화 방법을 제시한다.

2. 비선형 최적화 문제의 정식화

일반적으로 비선형 최적화 프로그래밍의 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$g_j(\bar{x}) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \text{의 조건하에서} \\ f(\bar{x}) \text{를 최소화시키는 } \bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{을} \\ \text{구한다.} \quad (2.1)$$

본 연구에서는 penalty 함수법을 사용하여 이러한 최적화 문제를 다른 형식으로 변환시킨 다음, 일련의 비제약 최소화 문제를 풀어내므로써 해를 구한다[2,3]. 즉, 변환 함수는 다음과 같다.

$$\phi_k = \phi(\bar{x}, r_k) = f(\bar{x}) + r_k \sum_{j=1}^m G_j[g_j(\bar{x})] \quad (2.2)$$

여기서 G_j 는 제약함수 g_j 의 함수이고, r_k 는 penalty 변수로서 양의 정수이다. 식 (2.2)의 두번째 항은 penalty 항이다. 만일 함수 ϕ 의 비제약 최소화가 일련의 penalty 변수 r_k ($k = 1, 2, \dots$)에 대해서 반복된다면 식 (2.1)에 표현된 문제의 해에 수렴하게 된다. 따라서 이러한 penalty 함수법은 순차 비제약 최소화 기법(SUMT)이라 하기도 한다.

부등식 제약 문제에 대한 penalty 함수의 정식화는 내점법(interior method)과 외점법(exterior method)으로 나누어지며, 여기서는 내점법만을 채택하기로 하면, 내점법에서 주로 사용하는 G_j 의 형태는 다음과 같다.

$$G_j = -1/g_j(\bar{x}) \quad (2.3)$$

따라서 식(2.2)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(\bar{x}, r_k) = f(\bar{x}) - r_k \sum_{j=1}^m 1/g_j(\bar{x}) \quad (2.4)$$

여기서 ϕ_k 의 비제약 최소값들은 모두 실행가능영역(feasible region)에 존재하고, r_k 가 변화함에 따라 식 (2.1)의 해에 수렴해 간다. 그림 2.1은 $g_1(\bar{x}) = \beta - x_1 \leq 0$ 인 제약 조건하에서 $f(\bar{x}) = \alpha x_1$ 을 최소화 하게 하는 $\bar{x} = (x_1)$ 를 구하는 문제로서, r_k 가 순차적으로 감소함에 따라서 비제약 최소값들이

최적치 \bar{x}^* 에 수렴해감을 알 수 있다.

그림 2.2는 최적 설계 프로그램의 순서도이다.

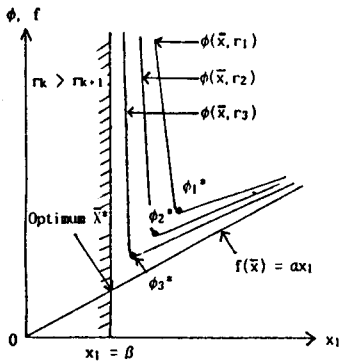


그림 2.1 Penalty 함수법(내점법)

Fig. 2.1 Penalty function method(interior method)

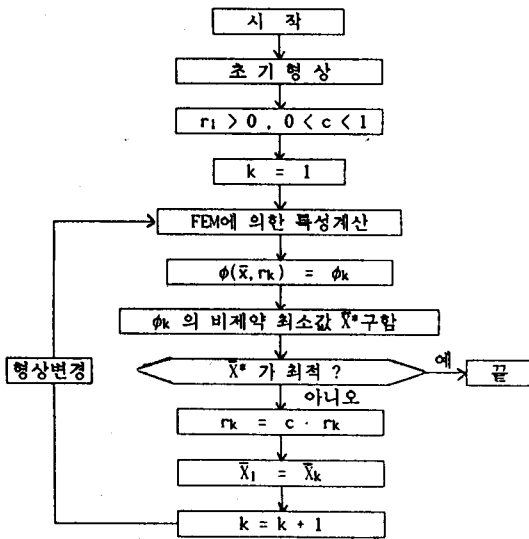


그림 2.2 최적설계 프로그램의 순서도

Fig. 2.2 Flow chart of optimization program

3. 유한요소법에 의한 치부분의 형상 최적화

3-1. 지배 방정식과 이산화

전자계를 지배하는 Maxwell의 방정식은 변위전류를 무시하면, 식 (3.1)~식 (3.4)로 표현된다.

$$\text{rot } H = J \quad (3.1)$$

$$\text{rot } E = - \frac{dB}{dt} \quad (3.2)$$

$$\text{div } B = 0 \quad (3.3)$$

$$B = \mu H \quad (3.4)$$

여기서, H : 자계의 세기, E : 전기계의 세기, B : 자속 밀도
J : 전류 밀도, μ : 투자율

또한 자기 벡터 포텐셜 A와 전위 ϕ 는 다음과 같이 정의된다.

$$B = \text{rot } A \quad (3.5)$$

$$E = - \frac{dA}{dt} - \text{grad } \phi \quad (3.6)$$

J는 강제 전류와 2차측에 유기되는 와전류를 포함하고 있으므로 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$J = J_0 + J_0 \quad (3.7)$$

여기서 J_0 : 인가 전류밀도[A/m²], J_0 : 와전류 밀도 [A/m²]
 J_0 는 2차 도체판의 도전율을 σ 라고 하면 다음과 같이 된다.

$$J_0 = \sigma E = - \sigma \left(\frac{dA}{dt} + \text{grad } \phi \right) \quad (3.8)$$

식 (3.1) ~ 식 (3.8)로부터 다음 식을 얻게된다.

$$\text{rot } \frac{1}{\mu} (\text{rot } A) = J_0 - \sigma \left(\frac{dA}{dt} + \text{grad } \phi \right) \quad (3.9)$$

식 (3.9)를 2차원의 x - y 좌표로 전개하고, 우변의 제 3항 grad ϕ 는 인가전류에 대하여 와전류를 고려한 도체가 대칭이라 하면 이 항을 생략하여 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = - J + \sigma \frac{dA}{dt} \quad (3.10)$$

여기서 A, J는 각각 A, J의 z 방향 성분이다. 식 (3.10)의 우변 제 2항의 시간 미분항의 처리방법에는 차분 근사법과 복소수 근사법의 2 종류가 있으나, 여기서는 후자를 이용한다. 이것은 벡터 포텐셜과 전류 밀도등, 자계중의 모든 물리량이 교류 정상 상태에서는 시간에 대해 정현적으로 변화한다고 가정하는 방법이다. 따라서, 식 (3.10)의 시간 미분항의 d/dt를 j ω 로 치환하면, 다음의 기본 식이 얻어진다[4].

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = - J + j\omega\sigma A \quad (3.11)$$

이산화를 위해 에너지 최소 원리를 이용하여, 식 (3.11)을 Euler 방정식으로 하는 범함수를 구하면,

$$x = \int \left[\frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) - J_0 A + \frac{j\omega\sigma}{2} A^2 \right] dS \quad (3.12)$$

해석 영역 S를 1차 삼각 요소로 분할하여, 한 요소에 대한 식 (3.12)의 우변 제 3항의 와전류항에 관해서만 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_i^{(e)}} = \frac{j\omega \Delta^{(e)} \sum_{l=1}^3 (1 + \delta_{il}) A_l^{(e)}}{12} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.13)$$

여기서 Δ : 요소의 면적, δ : Kronecker delta 이다.

식 (3.12)의 우변 제 1항의 정자계의 항과 제 2항의 전류항에 대해 이산화 한 것에 식 (3.13)을 더하면, 전요소에 대해 구성되는 전체 절점 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \text{numxnum} \\ K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{numx1} \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{numx1} \\ f \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

3-2. 추력과 수직력 계산

체적 V 인 물체에 작용하는 힘은 그 물체의 표면 s에 작용하는 maxwell의 stress tensor P의 면적분과 같다. 요소 (e) 내에서 발생한 maxwell stress tensor P의 x, y 성분을 각각 p_x, p_y 라 하면,

$$p_x = \frac{1}{2\mu_0} ((B_x^2 - B_y^2)n_x - 2n_y B_x B_y) \quad (3.20)$$

$$p_y = \frac{1}{2\mu_0} ((B_y^2 - B_x^2)n_y - 2n_x B_x B_y) \quad (3.21)$$

로 주어진다. 여기서, n_x, n_y 는 외향 단위 법선 벡터이다.

따라서 적분경로 l에 대해 작용하는 힘의 x 성분인 추력 T_x 와 y 성분의 힘인 수직력 T_y 는 다음과 같이 구할 수 있다[5].

$$T_x = \int_l w p_x dl \quad (3.22)$$

$$T_y = \int_l w p_y dl \quad (3.23)$$

여기서 w 는 1차철심의 적층 폭이다.

3-3. 치부분의 형상 최적화

선형유도전동기는 단부효과가 존재하여 주기경계조건을 적용하기가 곤란하나, 저속도용 전동기에서는 이를 무시하고 단부효과의 영향이 적은 중앙의 1극분을 주기경계조건을 대입하여 해석하면, 최적화를 위한 형상 변경을 행할 때 매우 효율적이 된다.

본 절에서는 SUMT 법과 유한요소법에 의한 1극분 해석을 통해 추력을 최대도 발생하게 하는 치부분의 형상을 찾아내는 방법을 제시한다.

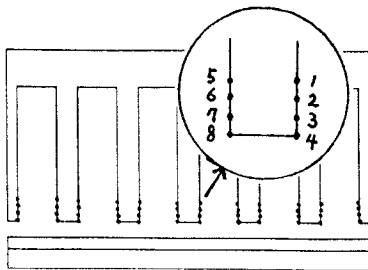


그림 3.1 독립 변수

Fig 3.1 Independent design variables

치부분에서 급격히 변화하는 지배방정식의 해를 유한요소법으로 알 수 있기 때문에 최적화 알고리즘으로써 전동기의 특성을 개선시키는 형상을 구할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 그림 3.1에서와 같이 독립 변수를 치머리부분의 4 절점의 x 좌표 변화로 선정하고, 이 값들이 각각 3.5[mm] 이상 증가하지 않게 제약을 둔다.

목적함수는 같은 입력에서 추력이 최대가 되게 하기 위해 다음과 같이 하였다.

$$\text{목적 함수 : } f_s(\bar{x}) = \max(T_x) \quad (T_x : \text{추력})$$

$$\text{제약 조건 : } 0 \leq g_i(x_i) \leq 0.0035[\text{m}] \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$\text{독립 변수 : } x_i = \Delta x_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (\Delta x_i : i \text{ 번째 절점의 } x \text{ 좌표 변화})$$

따라서 최적화 과정에서 1번에서 8번 절점까지의 x 좌표는 다음과 같이 표현된다.

$$x_i' = x_i + \Delta x \quad (\text{절점 } 1 \sim \text{절점 } 4)$$

$$x_i' = x_i - \Delta x \quad (\text{절점 } 5 \sim \text{절점 } 8)$$

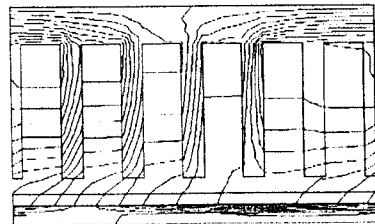
여기서 x_i 는 i 번째 절점 x 좌표의 초기값이다.

최적화를 마무리한 결과, 각 절점의 x 좌표 변화는 표 3.1과 같다.

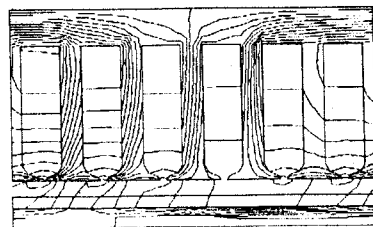
표 3.1 최종 형상 (단위 : m)

Table 3.1 Final teeth shape

Δx_1	5.0048000E-04
Δx_2	1.0664134E-03
Δx_3	3.1604872E-03
Δx_4	3.3644985E-03



(a) 개슬롯인 경우



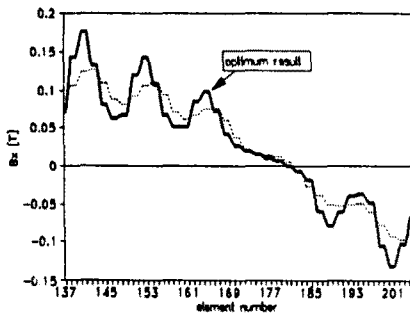
(b) 최적 형상의 경우

그림 3.2 등포텐셜선도

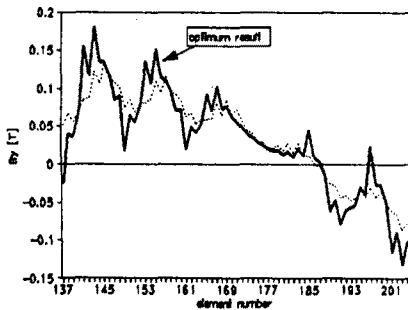
Fig 3.2 Equipotential lines

그림 3.2는 개슬롯의 형상을 갖는 경우와 최적화 알고리즘에 의해 구한 최종형상에서의 동포텐셜선도를 나타낸 것이다. 최적화된 형상의 경우, 개슬롯의 형상에서보다 누설자속이 많고 있으나 그림 3.3에서 보면 공극자속 밀도의 x 성분과 y 성분이 각각 증가하고, 개슬롯에서보다 그 분포가 약간 진동함을 알 수 있다. 그림 3.4는 공극에서의 힘밀도 분포이며, 자속밀도의 진동으로 인해 힘밀도 분포차가 심하지만 최종형상에서의 주력은 개슬롯에서 보다 약 3.5[N](1극분) 가량 증가하였다. 수직력 밀도 분포 역시 진동이 발생하나, 그 평균치는 거의 일정한 결과를 얻을 수 있었다.

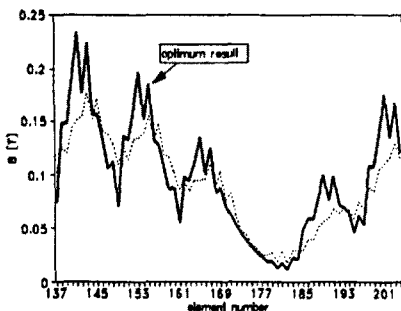
따라서, 같은 입력하에서 추력을 증대시키고 효율을 높이는 데에는 치부분의 형상 변경이 효과적이라는 것이 입증되었다.



(a) 자속밀도의 x 성분



(b) 자속밀도의 y 성분



(c) 평균자속밀도

그림 3.3 공극 자속 밀도 분포

Fig 3.3 Flux density distribution in airgap

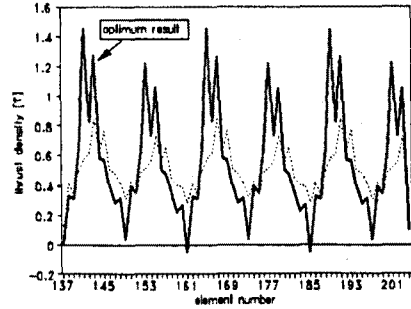


그림 3.4 추력 밀도

Fig 3.4 Thrust density

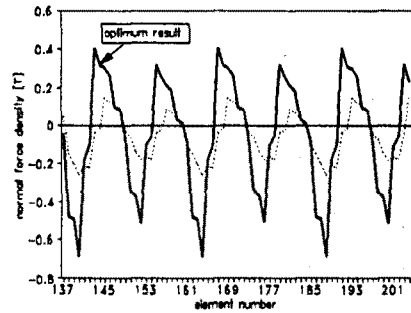


그림 3.5 수직력 밀도

Fig 3.5 Normal force density

4. 결론

본 연구에서는 편축식 선형유도전동기의 상세 설계과정으로서 유한요소법과 최적화 알고리즘을 이용하여 치부분의 최적형상을 구해내었다.

치의 형상 최적화를 통해서, 한국당의 추력이 약 10% 가량 증가하게 되는 고출력 전동기의 설계가 가능하였다.

본 연구에서 제시한 최적화 알고리즘은 전자석의 극형상 설계, 회전형 유도전동기의 회전자 형상 설계뿐만 아니라 모든 전기 기기 설계문제에 적용이 가능하므로, 매우 효과적인 설계법이 되리라고 생각된다.

참고 문헌

- [1] Uri Kirsch, "OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN", McGraw-Hill, 1981.
- [2] R. Ramarathnam, B.G. Desai, "OPTIMIZATION OF POLYPHASE INDUCTION MOTOR DESIGN", IEEE, vol. PAS-90, No. 2, pp. 570-578, 1971
- [3] S. S. RAO, "OPTIMIZATION", JOHN WILEY & SONS publishing, 1984.
- [4] 임달호, "전기계의 유한요소법", 동명사, 1983
- [5] 김규탁, "超高速 電鐵用 리니어 모터의 特性解析 및 最適 設計에 관한 研究", 1991. 안양대학교 대학원 박사학위논문