境界積分 方程式法에 의한 港內 靜穩度 解析
On the Harbor Tranquility by Boundary Integral Equation Method

李 哲 應* 片 宗 根** 李 吉 成*

1. 序論

港內 靜穩度 解析은 일반적으로 有限差分法, 有限要素法 및 境界積分 方程式法 等의 嚴密解法과 近似 境界積分法, 高山의 方法 및 波向線法 等의 近似解法으로 구분된다. 嚴密解法은 支配方程式을 離散化 以外의 近似를 사용하지 않고 푸는 數値計算 方法으로 任意形象에의 適用性과 嚴密性이 뛰어나나 對象으로 하는 波의 波長이 짧고 港의 規模가 큰 경우에는 計算用量이 增大되어 實用的이지 못하다. 반면 近似解法은 嚴密性이 부족하나 港의 規模에 비하여 波長이 충분히 짧은 경우에도 適用이 가능하여 實際 設計에 많이 사용되는 유효한 方法이라 하겠다. 有限要素法은 현재 일반적으로 사용되고 있는 方法으로 要素形狀의 선택에 임의성이 있기 때문에 복잡한 形狀의 港에 대해서도 쉽게 適用할 수 있을 뿐 아니라 境界條件 處理에 별다른 어려움이 要求되지 않는다. 그러나 短週期波에 대한 解析이 곤란하고, 對象領域 전체를 離散化하는 등의 入力資料 준비에 많은 時間을 소비하는 問題點이 있다. 이 方法을 사용한 研究에는 Gabana 等(1982), Chen(1986) 等이 있다. 境界積分 方程式法은 未知數가 境界上에만 한정되기 때문에 有限要素法과 비교하여 未知數가 적다는 長點이 있는 반면 港內의 水深變化와 外海 境界條件 處理가 어렵다는 問題點이 있다. 이와 같은 問題點을 解決하기 위하여 外國에서는 Lee (1975), Mattioli (1978), Ijima 와 Yoshida(1983), Kusaka(1988) 等에 의하여 研究 되었다. 國內에서는 아직 활발한 研究가 진행되지 못한 실정이고, 한편 郭文秀 等(1990)은 時間依存 緩傾斜方程式을 이용하여 有限差分 數値技法으로 港內의 波高分布를 계산하였다. 近似解法의 경우에는 Biesel과 Ranson(1961) 等이 近似 境界積分法을, Larsen(1977) 等이 波向線法을 사용한 바 있다. 國內에서는 李海宗(1988)이 高山(1981)의 方法으로 解析한 바 있다.

本 研究에서는 嚴密解法중의 하나인 境界積分 方程式法을 이용하여 위에서 이 方法의 問題點으로 언급한 것중 外海 境界條件處理를 중심으로, 任意 反射率 境界條件도 考慮할 수 있는 數値模型을 樹立하고자 한다. 本 數値模型을 理想化된 港灣에 適用하여 數値檢證을 行하였으며 厚浦港에도 適用하여 水理模型實驗 結果 및 기타 數値模型 結果와 比較하였다.

* 서울大學校 土木工學科(Department of Civil Eng., Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)
** 明知大學教 土木工學科(Department of Civil Eng., Myoung Ji University, Seoul 120-728, Korea)

2. 支配 方程式

지금 Fig.1 과 같이 半無限 領域에 접속된 任意형상의 港灣을 생각한다. 海低傾斜가 충분히 완만하다고 보고 速度 포텐셜Φ을 다음 式(1)과 같이 표시하면 $\tilde{\phi}(x,y)$는 다음 式(2)의 緩傾斜方程式을 만족한다.

$$\Phi(x,y,z,t) = \tilde{\phi}(x,y)\,\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\,e^{-i\omega t} \qquad (1)$$

$$\nabla(\, CC_g\, \nabla\tilde{\phi}\,) + k^2\, CC_g\, \tilde{\phi} = 0 \qquad (2)$$

특히 對象領域의 水深 h가 전부 一定하다고 假定할 수 있는 경우에는 다음의 Helmholtz 方程式으로 바뀌어진다.

$$\nabla^2\tilde{\phi} + k^2\tilde{\phi} = 0 \qquad (3)$$

式 (2)와 (3)은 모두 楕圓型의 偏微分方程式이기 때문에 해를 결정하기 위해서는 對象領域(지금의 경우는 半無限領域)의 全 境界上에 境界條件이 주어지지 않으면 안된다. 境界條件으로서는 港灣境界 Γ_1 및 海岸線 Γ_3 에서는 固定 境界條件 (部分 吸收條件)이, 無限遠方 Γ_2에서는 散亂波에 대한 放射條件이 주어진다.

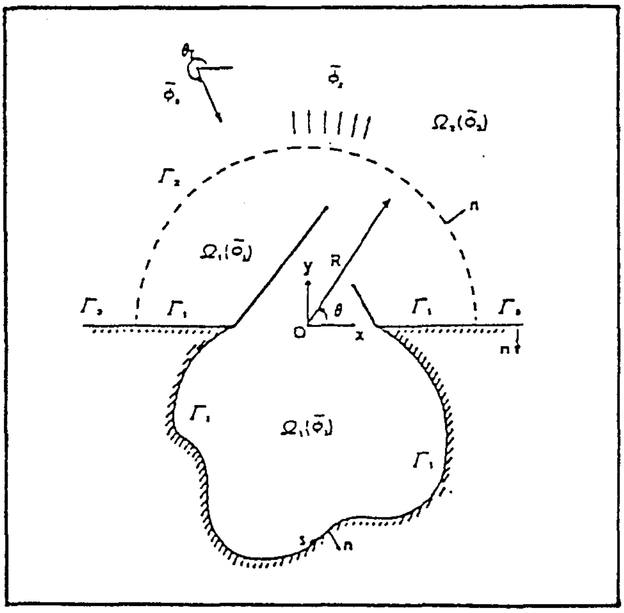

Fig. 1 Computation Domain and Coordinate System

2 - 1 固定 境界條件(部分 吸收條件)

反射率 K_R의 값을 가진 線境界 Γ_1과 Γ_3에 입사하는 파의 部分反射를 생각한다. 部分 重複波의 速度 포텐셜을 $\tilde{\phi}(s,n)$라 하고 近似시키면 境界上에서 일반적으로 사용하는 다음의 部分 吸收條件式이 성립한다.

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} = ik\alpha\, \tilde{\phi} \qquad (4)$$

여기서 α 는 吸收率이라 불리우고 다음 식과 같다.

$$\alpha = \frac{1 - K_R}{1 + k_R} \qquad (5)$$

2 - 2 放射條件

港外領域 Ω_2에서의 速度 포텐셜 $\tilde{\phi}_2$를 다음 식과 같은 2성분으로 나누어 表現한다.

$$\tilde{\phi}_2 = \tilde{\phi}_o + \tilde{\phi}_s \qquad (6)$$

여기서 $\tilde{\phi}_o$는 入射波와 海岸線에서의 反射波를 나타내는 포텐셜이며 $\tilde{\phi}_s$는 港으로 부터의 散亂波를 나타내는 포텐셜이다. $\tilde{\phi}_s$에 대해서는 無限遠方에서 原點 0로 부터 멀어지는 파가 존재하지 않는다는 條件 즉 Sommerfeld의 放射條件이 요구된다.

$$\lim_{R\to\infty} \sqrt{R}\left(\frac{\partial \tilde{\phi}_s}{\partial R} - ik\tilde{\phi}_s \right) = 0 \qquad (7)$$

여기서 R은 원점 0로 부터의 거리이다

2 - 3 外海 境界條件

현재 對象으로 하고있는 Fig.1과 같은 半無限 領域에서는 領域 全體를 離散化하는 것이 不可能하고 따라서 어떤 外海境界의 處理가 필요하다. 현재까지 提案되어 있는 外海境界 處理法에는 다음과 같은 方法이 있다.

(1) Γ_2상에서 식(7)의 放射條件이 近似的으로 成立한다고 假定하는 方法.

(2) Γ_2 外部의 $\tilde{\phi}_s$를 式(7)을 만족하는 級數解로 표현하여 놓고 Γ_2상에서 內部解와 接續하여 그 係數를 決定하는 方法 [Mei,1983].

(3) 外部 領域을 Γ_2상에 湧出点(source) 또는 2重 湧出点(doublet)分布로 나타내고 Γ_2상에서 內部解와 接續하여 그 強度를 決定하는 方法 [Zienkiewicz et al.,1977].

(4) 形狀函數가 指數函數 形態를 가지는 無限要素를 사용하는 方法 [Bettes and Zienkiewicz,1977].

本 硏究에서는 (3)의 方法을 사용하여 解析하였다.

3. 境界積分 方程式法

여기서는 支配 方程式으로 式(3)을, 境界條件으로 式(4) 및 式(7)을 사용한다. 式(7)을 만족하는 式(3)의 主要解로서 第1種 0次의 Hankel 函數 $H_0^{(1)}(kr)$을 택하면, $\lim_{kr \to 0} H_0^{(1)}(kr) = \frac{2i}{\pi} \ln(kr)$ 과 Green公式을 領域 Ω_1에 적용하면 다음 式을 얻는다.

$$\tilde{\phi}(x,y) = \lambda \int_{\Gamma_1+\Gamma_2} \left[\tilde{\phi}_1(\mu,\nu) \frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(kr) - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n} \tilde{\phi}_1(\mu,\nu) \right] ds(\mu,\nu) \qquad (8)$$

여기서 $r = \sqrt{(x-\mu)^2 + (y-\nu)^2}$ 이고 λ는 x, y가 境界 內部에 있을 경우 -i/4, 경계상에 있을 경우 -i/2 이다. 또한 領域 Ω_2 내의 $\tilde{\phi}_s$에 대해서도 Green 公式을 적용하면 다음 式을 얻는다.

$$\tilde{\phi}_s(x,y) = \lambda \left(\int_{\Gamma_3+\Gamma_\infty} ds - \int_{\Gamma_2} ds \right) \left[\tilde{\phi}_s(\mu,\nu) \frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(kr) - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n} \tilde{\phi}_s(\mu,\nu) \right] \qquad (9)$$

式(8), (9)는 式(4), (7)을 사용함으로써 다음과 같은 式으로 바꾸어 쓸수 있다.

$$\tilde{\phi}_1(x,y) = \lambda \int_{\Gamma_1} \left[\frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(kr) - ik\alpha H_0^{(1)}(kr) \right] \tilde{\phi}_1(\mu,\nu) \, ds + \lambda \int_{\Gamma_2} \left[\tilde{\phi}_1(\mu,\nu) \frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(kr) - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n} \tilde{\phi}_1(\mu,\nu) \right] ds \quad ;\ (x,y) \varepsilon \Omega_1 \qquad (10)$$

$$\tilde{\phi}_s(x,y) = \lambda \int_{\Gamma_3} \left[\frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(kr) - ik\alpha H_0^{(1)}(kr) \right] \tilde{\phi}_s(\mu,\nu) \, ds - \lambda \int_{\Gamma_2} \left[\tilde{\phi}_s(\mu,\nu) \frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(kr) - H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial}{\partial n} \tilde{\phi}_s(\mu,\nu) \right] ds \quad ;\ (x,y) \varepsilon \Omega_2 \qquad (11)$$

식(10), (11)에서 (x,y)를 Γ_1, Γ_2 및 Γ_3 상에서 택하고 Γ_2 상에서는 $\tilde{\phi}_1 = \tilde{\phi}_o + \tilde{\phi}_s$, $\partial\tilde{\phi}_1 / \partial n = \partial(\tilde{\phi}_o + \tilde{\phi}_s)/\partial n$인 조건을 이용하면 $\tilde{\phi}_o$가 기지이기 때문에 결국 式(10), (11)는 Γ_1상의 $\tilde{\phi}_1$, Γ_2상의 $\tilde{\phi}_s$, $\partial\tilde{\phi}_s/\partial n$및 Γ_3상의 $\tilde{\phi}_s$에 관한 積分方程式이 된다. 따라서 Γ_1, Γ_2 및 Γ_3상을 離散化하고 式(10), (11)을 聯立 1次方程式으로 나타냄으로써 경계상의 速度포텐셜을 구할 수 있다. 경계상의 速度 포텐셜이 구해지면 港內 및 港外의 速度 포텐셜은 式(10), (11)을 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

4. 結 果

Helmholtz 方程式을 支配 方程式으로 하여 境界積分 方程式法에 의하여 外海 境界 條件 處理와 短週期波에 대한 適用이 가능한 數値模型을 樹立하였다. 이에 대한 數値檢證을 위하여 먼저 直四角形 港灣에 適用하였다. Fig.2에 이에 대한 結果를 나타낸 것으로서 嚴密解가 實驗値와 잘 일치하고 있다. 또한 東海岸의 厚浦港(Fig.3)에도 適用하여 既存의 結果와 比較하였다. Tab.1에 나타낸 파고비에 대한 結果를 보면 약간의 차이를 보이고 있으나 一定水深(h=4m)의 假定을 考慮하면 비교적 잘 일치한다고 볼 수 있어, 本 方法은 港灣 靜穩度 解析에 있어 보다 有用하게 사용 할 수 있으리라 생각된다.

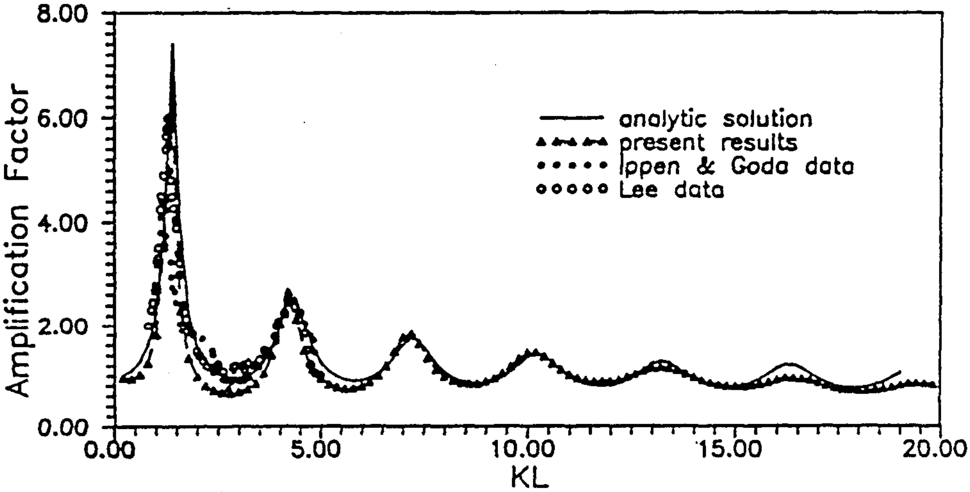

Fig. 2 Verification of Numerical Scheme

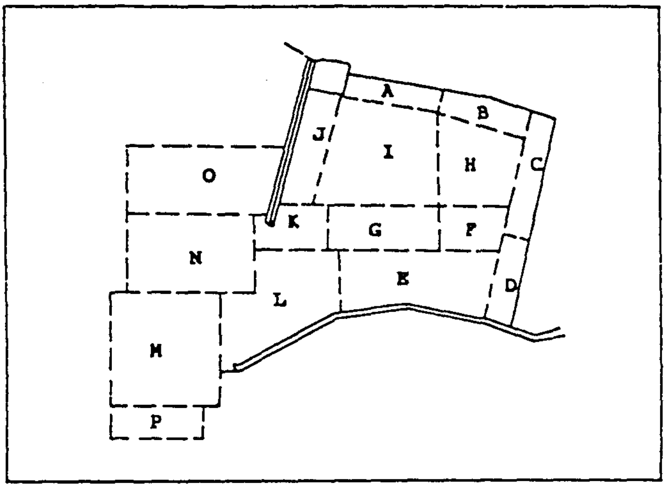

Fig. 3 Division of Experimental Regions in HUPO Harbor

Table 1 Comparision of Calculated Values and Experimental Values

Models / Regions	Experimental Data	Takayama Model	Mild Slope Eq. Model	Present Model
A	0.18	0.19	0.19	0.24
B	0.28	0.15	0.13	0.27
C	0.16	0.19	0.13	0.39
D	0.18	0.17	0.12	0.22
E	0.09	0.14	0.10	0.28
F	0.18	0.19	0.19	0.25
G	0.34	0.16	0.20	0.31
H	0.21	0.16	0.12	0.23
I	0.19	0.19	0.22	0.23
J	0.15	0.20	0.27	0.16

5. 參 考 文 獻

高山知司, 1981. 波の廻折と港灣波高分布する硏究, 港灣技術資料, No.367.

郭 文 秀, 洪 吉 杓, 片 宗 根, 1990. "時間依存 緩傾斜方程式을 이용한 港內 波高分布 計算", 韓國海岸·海洋工學會誌, 第2卷 第1號.

李 海 宗, 1988. 港內 波高分布에 關한 硏究, 明知大學校, 碩士 學位論文.

Bettes,P. and O.C. Zienkiewicz, 1977. "Diffraction and Refraction of Surface Waves Using Finite and Infinite Elements", Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering, Vol.11,No.2.

Biesel, F. and D. Ranson, 1961. Calculs de Diffraction de la Houle, AIRH, Dubrovnik.

Chen, H. S., 1986. "Effects of Bottom Friction and Boundary Absorption on Water Wave Scattering", Applied Ocean Research, Vol.8, NO.2.

Ganaba, M. B., C. Welford and J. J. Lee, 1982. "Dissipative Friction Element Models for Harbor Resonance Problems", in Kawai, T. (ed), Finite Element Flow Analysis, Univ. of Tokyo Press.

Ijima, T. and A. Yoshida, 1983. "Resonance in Harbors of Arbitrary Topography", Proc. 5th, Int. Conf. on Boundary Elements in Eng.

Kusaka,T., 1988. "Wave-Induced Oscillations in a Harbor with Arbitrary Reflectivity and Variable Depth", Coastal Eingeering in Japan,Vol.31,No.1.

Larsen, J., 1977. Computations of Harbor Oscillations by Ray Method, The Danish Center for Applied Mathematics and Mechanics, Rep. No.S8, The Technical Univ. of Denmark.

Lee, J. J., 1975. "Oscillations in Harbors Containing Island", Proc. Civil Eng. in the Ocean Ⅲ, Vol. I.

Mattioli, F., 1978. "Wave-induced Oscillations in Harbors of Variable Depth", Computers and Fluids, Vol.6.

Mei,C.C.,1983. The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, Wiley.

Zienkiewicz,O.C.,D.W.Kelly and P.Bettes, 1977. "The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedures",Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering,Vol.11,No.2.