

항만내의 장주기파 응답에 관한 수치해석 Numerical Analysis of Long-period Harbor Resonance

정원무*, 편종근**, 정신탉*, 채장원*

1. 서론

현재 사용중인 대부분의 항만부진동 예측을 위한 수치모형은 Lee(1969), Chen and Mei(1974)의 경우와 같이 Helmholtz 방정식을 사용하고 있으나 여기에는 경계면에서의 에너지 흡수 및 해저면 마찰에 의한 에너지 감쇠가 제외되었다. 그러나, 항내 파랑응답 문제에서는 경계면에서의 흡수와 해저면 마찰에 의한 에너지 감쇠가 중요한 역할을 하는 것으로 보고되고 있다(Ganaba et al., 1982). 본 연구에서는 이들의 영향을 고려한 천해파 방정식을 기본방정식으로 사용하였다. 그리고, 대상해역을 Fig. 1에 제시한 바와 같이 근해역 A와 원해역 R로 구분한 후 근해역에서는 유한요소 근사를, 원해역에서는 미지계수를 가진 해석적인 급수해를 사용하는 수치모형을 수립한 후 원해역까지의 반경 r_A 의 크기, 파랑의 입사각, 벽면에서의 반사계수 및 해저면 마찰계수의 변화에 따른 모델의 민감도와 적용성을 조사하였다.

2. 기본방정식과 경계조건

천해파를 가정하면 영역 A와 R의 기본방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda h \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda h \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\omega^2}{g} \phi = 0 \quad (1)$$

여기서, (x, y) 는 수평면에서의 직교 좌표계, $h(x, y)$ 는 수심, $\phi(x, y)$ 는 정상 상태의 속도포텐셜, ω 는 파랑의 각주파수, 그리고 g 는 중력가속도를 나타낸다. 해저면 마찰을 반영하는 계수 λ 는 해저면 전단응력이 경계층에서의 접선유속에 비례한다는 가정(Heaps, 1969)하의 선형화된 식으로부터 유도되었으며 적절한 수학적 과정(Chen, 1986; Lee, 1989)을 거치면 다음 식으로 제시된다.

$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{\beta a_0}{kh^2} e^{i\gamma}} \quad (2)$$

여기서, $\beta(x, y)$ 는 무차원 해저면 마찰계수, a_0 는 입사파 진폭, $k = \frac{\omega}{\sqrt{gh}}$ 는 파수, γ 는 유속과의 위상차이다. x 및 y 방향으로의 수평유속 u, v , 자유수면변위 ζ 및 수동역학적 압력(Hydrodynamic pressure) p_d 는 공간 유속포텐셜(Spatial flow velocity potential)과 다음 식과 같은 관계가 있다.

$$u(x, y, t) = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial x} e^{-i\omega t} \quad (3)$$

$$v(x, y, t) = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial y} e^{-i\omega t} \quad (4)$$

* 한국해양연구소 연안공학연구소(Coastal Engineering Laboratory, KORDI, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

** 명지대학교 토목공학과(Department of Civil Engineering, Myong Ji University, Seoul 120-708, Korea)

$$\zeta(x, y, t) = \frac{i\omega}{g} \phi e^{-i\omega t} \quad (5)$$

$$p_d(x, y, t) = \rho i \omega \phi e^{-i\omega t} \quad (6)$$

고체벽 ∂B 를 연한 경계조건으로는 다음과 같은 흡수 경계조건을 사용하였다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - \alpha \phi = 0 \quad (7)$$

여기서, n 은 영역 A 와 R 에서 외향인 단위 수직벡터이다. 그리고, α 는 다음 식으로 주어진다.

$$\alpha = ik \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \quad (8)$$

여기서, K_r 은 경계에서의 반사계수이다. $y \geq 0$ 에 대한 모든 수평방향으로는 무한영역에서 다음의 방사조건을 만족한다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik \right) (\phi - \phi_0) = 0 \quad (9)$$

여기서, (r, θ) 는 극좌표계이다. 입사파의 공간 유속포텐셜 ϕ_0 는 다음 식으로 주어진다.

$$\phi_0 = -\frac{iga_0}{\omega} \left[e^{ikr \cos(\theta - \theta_0)} + K_r e^{ikr \cos(\theta + \theta_0)} \right] \quad (10)$$

여기서, θ_0 는 x 축과 파랑의 입사각이 이루는 각도이다.

경계치 문제를 풀기 위하여 복합요소법을 적용하였다. 변분법의 이론에서는 경계치 문제를 직접 푸는 대신에 관련된 범함수 $\Pi(\phi)$ 가 停留性(Stationarity)을 가지는 ϕ 를 구하는 등가문제로 하여 풀 수 있다. 범함수 Π 는 다음 식으로 제시된다.

$$\begin{aligned} \Pi(\phi, \phi_R) = & \int \int_A \frac{1}{2} \left[\lambda h (\nabla \phi)^2 - \frac{\omega^2}{g} \phi^2 \right] dA - \int_{\partial B} \frac{1}{2} \alpha \lambda h \phi^2 dL \\ & + \int_{\partial A} \lambda h \left[\frac{1}{2} (\phi_R - \phi_0) - (\phi_A - \phi_0) \right] \frac{\partial \phi_R}{\partial n_A} dL - \int_{\partial A} \frac{1}{2} \lambda h (\phi_R - \phi_0) \frac{\partial \phi_0}{\partial n_A} dL \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, ϕ_0 및 ϕ_R 은 입사파 포텐셜 및 영역 R 에서의 속도 포텐셜로서 각각 다음 식으로 주어진다.

$$\phi_0 = -\frac{iga_0}{\omega} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n J_n(kr) [(1 + K_r) \cos n \theta_0 \cos n \theta + (1 - K_r) \sin n \theta_0 \sin n \theta] \quad (12)$$

$$\phi_R - \phi_0 = -\frac{iga_0}{\omega} \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n \frac{H_n(kr)}{H_n(kr_A)} \cos n \theta \quad (13)$$

여기서, $\epsilon_0 = 1, \epsilon_1 = \dots = \epsilon_{\infty} = 2, J_n(\)$ 은 제 1종 Bessel 함수, $H_n(\)$ 은 제 1종 Hankel 함수, r_A 는 영역 A 까지의 윗徑을 나타낸다. 그리고, μ_n 은 미지수로 여기서는 $n = 0, 1, \dots, 7$ 까지 사용하였다.

3. 계산결과 및 분석

有限要素로는 가장 간단한 선형 삼각형 요소를 이용하여 요소별로 보간함수 $\hat{N}(x, y)$ 와 절점(Node)에서의 포텐셜 값 $\hat{\phi}$ 로 미지수 ϕ 를 표시하여 계산하였다. 식 (11)을 각 요소별로 정리한 뒤 全領域에 대하여 합하면 다음과 같이 행렬식으로 표시되는 선형연립방정식을 얻는다.

$$[K] \{ \psi \} = \{ Q \} \quad (14)$$

식 (14)에서 $\{ \psi \}$ 는 미지수로서 각 절점에서의 $\hat{\phi}$ 와 μ_n 이 포함되어 있다.

항만내의 특정지점에서의 증폭비 재현은 정 등(1990)에 자세히 제시되었다. 본 연구에서는 Fig. 2에 제시한 것처럼 Lee(1969), Ippen and Goda(1969)가 수치모형실험을 실시한 직사각형 모형항만에 대해 $r_A = 1.0B, 1.5B, 2.0B$ 와 같이 항의영역을 달리 하여 유한요소망을 구성하였다. 이들의 절점수는 309, 340, 431, 그리고 요소수는 518, 576, 744이다. 항의 폭 B 와 길이 L 은 이들의 경우와 동일하게 각각 2.38 inch 및 12.25 inch이다.

Fig. 3은 항에 수직으로 입사하는 경우의 제 1모드($kL=1.325$)의 증폭비를 도시한 것으로 (a), (b), (c) 모두 항입구의 중심에서 항만의 폭만큼 떨어진 거리에서 방사파가 사라지므로 요소망의 범위를 결정할 수 있는 지표로 삼을 수 있다. Fig. 4는 $r_A = 2.0B$ 의 항에 수직으로 입사하는 경우 제 1모드와 제 2모드($kL=4.225$)의 증폭비를 2차원 및 3차원으로 도시한 것이다.

입사각을 $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ 로 했을 때 제 2모드의 증폭비의 변화를 각각 Fig. 5(a), (b), (c)에 제시하였다. 입사각이 x 축과 이루는 각이 작아질수록 항의 영역에서는 상당한 변화가 나타나지만 항내에서는 큰 변화가 발생하지 않았다.

입사각이 90° 이고 $r_A = 2.0B$ 인 경우 반사계수 $K_r = 1.0, 0.95, 0.90$ 에 대해 계산한 제 1모드의 증폭비를 Fig. 6(a), (b), (c)에 각각 제시하였다. K_r 이 감소함에 따라 증폭비가 크게 감소되는 양상을 보여주고 있다. 동일한 경우에 대해 마찰계수 β 를 0.0, 5.0, 10.0으로 변화시켰을 때의 증폭비를 Fig. 7(a), (b), (c)에 제시하였다. 마찰계수의 변화에는 증폭비가 그다지 크게 반응하지 않음을 알 수 있다.

4. 결 론

항만내 장주기파 응답에 관한 여러 수치모형중의 하나인 본 수치모형의 특성에 관하여 고찰해 보았다. 이러한 과정이 실제 항만의 적용에 앞서 필요할 것으로 사료된다. 현재로는 방파제에 의한 회절 효과를 충분히 반영할 수 있을 것이며 자연 해변 또는 소파구조물을 가진 경계면의 처리는 미흡하나마 감안되었다고 판단된다. 앞으로 입의 반사율을 가진 경계의 처리를 보다 실제에 가깝게 해야 할 것으로 판단된다.

參 考 文 獻

- 정신탐, 정원무, 채장원. 1990. 항만내의 파랑 응답에 관한 수치해석. 1990년도 정기학술강연회 발표논문 초록집, 한국 해안·해양공학회, pp. 35-39.
- Berkhoff, J.C.W. 1972. Computation of combined refraction - diffraction. Proceedings of 13th conference of coastal engineering. ASCE: 471-490.
- Chen, H.S. 1986. Effects of bottom friction and boundary absorption on water wave scattering. Applied ocean research 8(2): 99-104.
- Chen, H.S and C.C. Mei. 1974. Oscillations and wave forces on an offshore harbor. Rep. 190. Ralph M. Parsons Lab. MIT.
- Ganaba, M.B., L.C. Wellford, and J.J. Lee. 1982. Dissipative finite element models for harbor resonance problems. In Kawai, T. ed., Finite Element Flow Analysis. University of Toyko Press: 451-459.
- Heaps, N. S. 1969. A two-dimensional numerical sea model. Royal Society of London, Philosophical Transactions, Series A, 265, 1160, pp.93-137.
- Ippen, A.T., and Y. Goda. 1963. Wave induced oscillations in harbors: the solution for a rectangular harbor connected to the open-sea. Hydrodynamics Laboratory Rep. 59. MIT.
- Lee, J.J. 1969. Wave induced oscillations in harbors of arbitrary shape. W. M. Keck Laboratory Rep. KH-R-20. Caltech.
- Lee, J.W. 1989. Hybrid element analysis of water waves for harbor design. Ph.D Thesis, University of Hawaii, 242 pp.

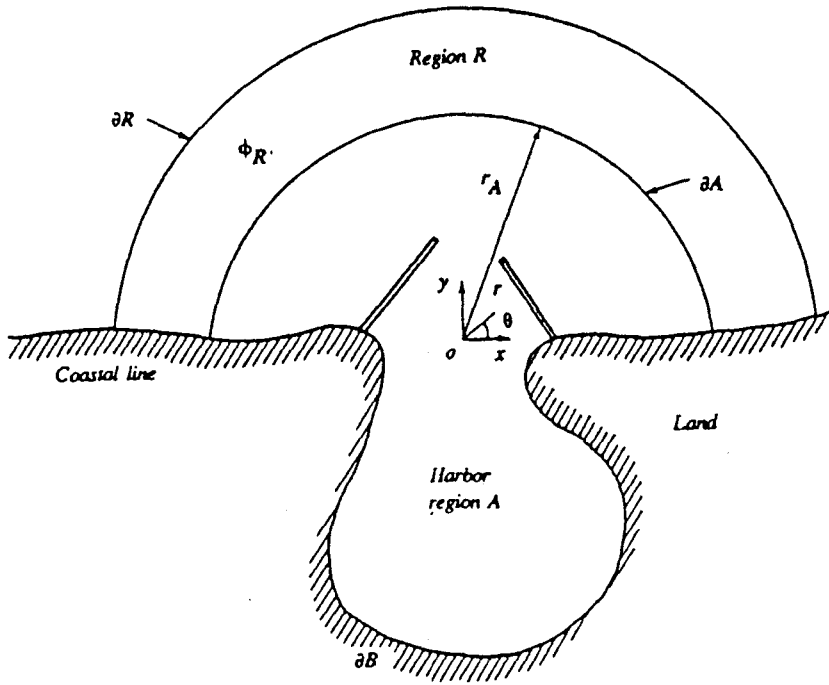


Fig. 1 Definition sketch of the boundary value problem.

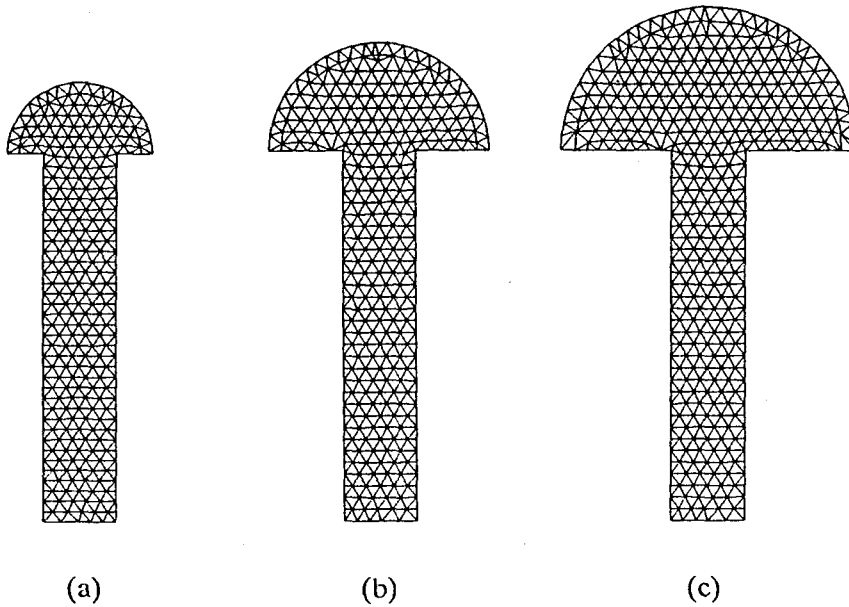


Fig. 2 Finite element grids for a rectangular harbor with :
 (a) $r_A = 1.0B$, (b) $r_A = 1.5B$, (c) $r_A = 2.0B$.

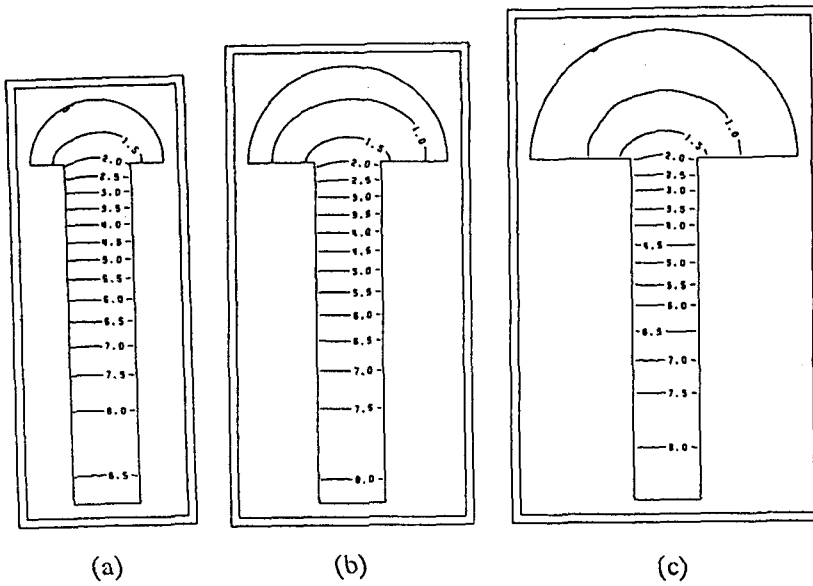


Fig. 3 Wave amplification ratios at the first peak computed with incident wave normal to the x -axis using : (a) $r_A = 1.0B$, (b) $r_A = 1.5B$, (c) $r_A = 2.0B$.

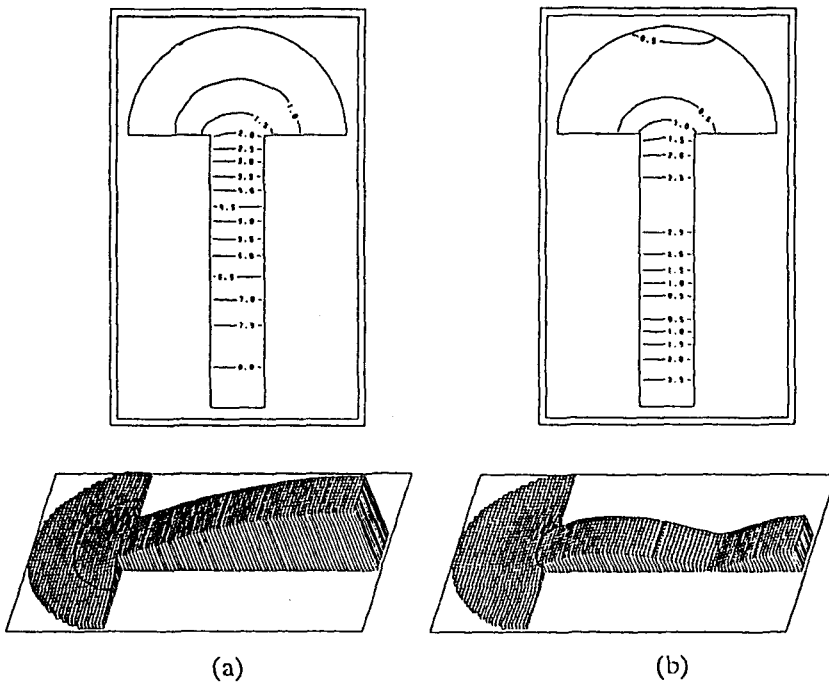


Fig. 4 Wave amplification ratios at the first and second peaks computed with incident wave normal to the x -axis using $r_A = 2.0B$ and : (a) $kL = 1.325$, (b) $kL = 4.225$.

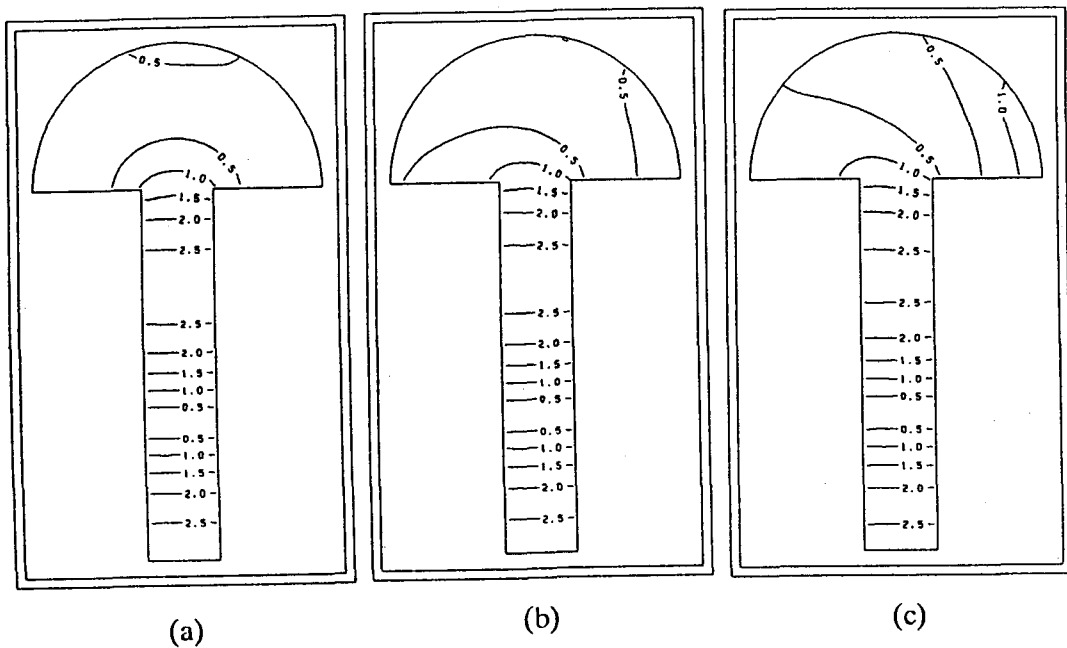


Fig. 5 Wave amplification ratios at the second peak computed with $r_A = 2.0B$ using : (a) $\theta_0 = 90^\circ$, (b) $\theta_0 = 60^\circ$, (c) $\theta_0 = 30^\circ$.

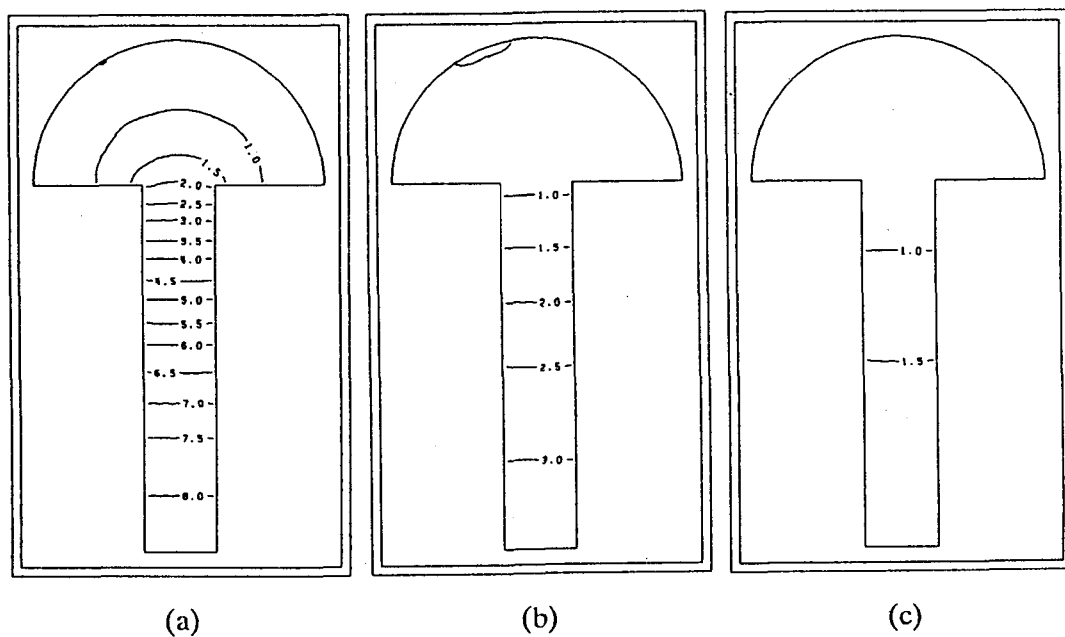


Fig. 6 Wave amplification ratios at the first peak computed with incident wave normal to the x -axis using $r_A = 2.0B$ and : (a) $K_r = 1.0$, (b) $K_r = 0.95$, (c) $K_r = 0.90$.

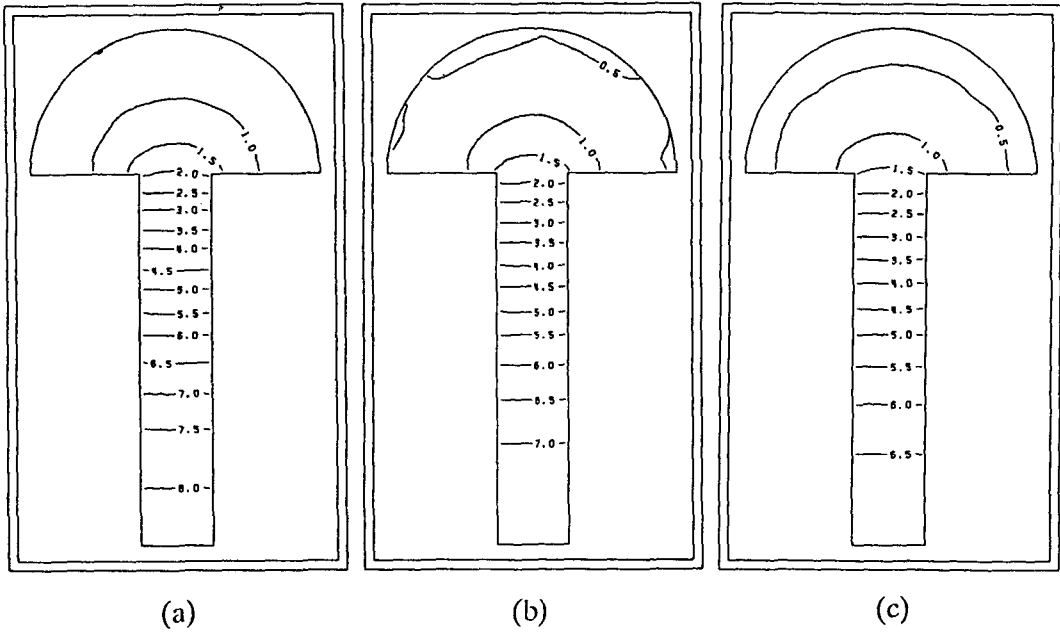


Fig. 7 Wave amplification ratios at the first peak computed with incident wave normal to the x -axis using $r_A = 2.0B$ and : (a) $\beta = 0$, (b) $\beta = 5$, (c) $\beta = 10$.