

흐름상 淺海 反射波의 數值解析

(Numerical modelling of reflective waves on counter current)

劉 東 勳*, 金 崇 慶**, 李 錫 祐**

서론

1972년도에 발표된 두 수치모형 중 하나인 쌍곡형모형은 조석수치모형에 사용되는 수심적분된 두 방정식(연속방정식과 운동량보존식)과 유사한 형태의 기본식을 사용하는데, 최초에 Ito and Tanimoto(1972)가 발표한 수식은 파의 군속도가 파속에 일치하지 않는 해석에서 오차가 발생한다. Copeland(1985)와 Nishimura 등(1983)은 기본식을 에너지보존식으로부터 도출하여 이러한 오차를 줄이는데 성공하였으며, 이후 이들의 수치모형은 널리 사용되고 있고, 국내에서도 유 등(1989), 광 등(1990)이 독자적으로 개발하여 여러 현지에 적용한 바 있다.

굴절, 회절, 반사등의 영향과 함께 해류에 의한 파도변형 해석을 위한 수치모형도 최근 상기 쌍곡형 수식을 개선하여 Dong(1987)과 Yoo 등(1988)이 개발한 바 있으며, 각기 연안류 해석에 적용한 바 있다. 본 연구에서는 Yoo(劉)의 수치모형을 유속의 변화가 심한 이안류(Rip current)에 적용하여 모형의 유용성을 재확인하고자 한다.

유속장에서 파도의 변이

Copeland(1985)는 선형파인 경우 에너지보존식으로부터 다음과 같은 한쌍의 쌍곡형 방정식을 제시하였다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial x_i} (nQ_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \eta}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

여기서 η 는 해수위이며,

$$Q_i = \int_{-h}^{\eta} u_i dz \approx \frac{K_i}{K} \eta C \quad (3)$$

h 는 평균수심, u_i 는 파운동 입자의 유속, C 는 파속, K 는 파수 벡터, $i=1, 2$ 또는 x, y 이다. 해류상에서의 변이를 해석하기 위하여 기본식 (1), (2)에 사용된 주 변수 η 와 Q_i 를 주파수 σ 로 나누어주어 adiabatic variable를 사용하면

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial x_i} (nR_i) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

* : 아주대학교 토목공학과

** : (주) 한국해양과학기술

여기서 $\zeta = \eta/\sigma$ 이며,

$$R_i = \frac{1}{\sigma} \int_{-h}^{\eta} u_i dz \approx \frac{K_i}{K} \frac{\eta}{K} \quad (6)$$

해류 유속 U 의 변화가 파운동의 변화보다 훨씬 작다고 가정하면, 즉

$$\left| \frac{\partial U}{\partial X} \right| \ll KU \quad ; \quad \left| \frac{\partial U}{\partial t} \right| \ll \sigma U \quad (7)$$

해류에 따라 움직이는 이동좌표상에서 바라본 파도의 변이는 기본식(4)와 (5)를 그대로 사용하여 구성할 수 있다. 따라서 이동좌표 r_i 와 고정좌표 x_i 와의 상관식을 도출하여 고정좌표상의 수식으로 변환할 수 있다.

해류 유속의 연직변화율이 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정하면

$$x_i = \sigma_i + U_i t \quad (8)$$

가 성립한다. 또한 고정좌표 x_i 상에서 관측되는 주파수 σ 를 이용하여 위상 D 를 다음과 같이 정의하면

$$D = K_i x_i - \sigma t \quad (9)$$

이동좌표 r_i 상에서 관측되는 주파수 σ_0 를 이용하여

$$D = K_i r_i - \sigma_0 t \quad (10)$$

로 정의할 수 있다. 식 (8), (9), (10)을 조합하면 다음과 같은 Doppler 관계식이 만들어지며

$$\sigma = \sigma_0 + K_i U_i \quad (11)$$

같은 파봉선을 따라 위상차의 공간변화 $\partial D/\partial x_i$ 또는 $\partial D/\partial r_i$ 는 없으므로 식(9)로부터

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = \frac{\sigma}{K_i} \quad (12)$$

식(10)으로부터

$$\frac{\partial r_i}{\partial t} = \frac{\sigma_0}{K_i} \quad (13)$$

임을 알 수 있다.

또한 식(8)을 r_i 에 관하여 미분하고 식(13)을 이용하면

$$\frac{\partial x_i}{\partial r_i} = 1 + \frac{K_i U_i}{\sigma_0} = \beta_i \quad (14)$$

가 성립하여 이동좌표를 이용한 기본식 (4)와 (5)는 다음과 같이 변환되어 표기될 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \beta_i \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial x_i} (n R_i) = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial t} + \beta_i c^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} = 0 \quad (16)$$

여기서 adiabatic variable ζ 와 R_i 는 σ 대신에 σ_0 로 나누어준 변수를 취하여야 한다. 즉

$$\zeta = \frac{\eta}{\sigma_0} \quad ; \quad R_i = \frac{0_i}{\sigma_0} \quad (17)$$

해류가 존재하지 않을 때 좌표변환계수 β_i 는 1이 된다.
 식 (15)를 시간 t 에 관하여 미분하고 식(16)을 이용하면

$$n \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} n C^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} n U_i C_i \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + \frac{K_i U_i}{\sigma_0} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} n C^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} n U_i C_i \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} \right) = 0 \quad (18)$$

수심의 변화가 완만할 때, $\zeta C_i = R_i$ 로 대치하고 약간의 수식과정을 거치면 식(18)은

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + n U_i \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} + U_i \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} \right) + n \frac{\partial U_i}{\partial x_1} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} + U_i \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_1} n C^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + (1-n) \sigma_0 \zeta = 0 \quad (19)$$

가 되어 Booij(1981) 또는 Kirby(1984)가 제안한 타원형 수식과 매우 유사해진다. 또한 이동좌표 r_i 를 그대로 사용하여 기본식 (15)를 t 에 관하여 미분하고 식 (16)을 이용하면 Wave action 보존식이 성립함을 증명할 수 있다(Yoo, et al, 1988).

수치모형 검증

기본식 (15)와 (16)을 Copeland (1985)가 제시한 양해법으로 푼다. 경계조건 산정에 있어 파의 전진방향 결정이 중요한데, 특히 반사파가 존재할 때는 입사파와 반사파의 중첩에 대한 고려가 필요하다(Yoo, et al, 1988). 본 수치모형은 두 경우에 대하여 검증을 실시하였다. 첫번째 경우는 Kirby(1984)와 Liu(1983)가 적용한 실험으로서 인위적으로 만든 이안류장에서의 파변이를 해석하는 것으로서, 그의 수치모형결과와 비교하였다. 두번째 경우는 Yu (1954)가 Counter Current에서의 파변이현상을 수조에서 실험한 결과와 비교하여 검증을 시도하고 있는 중이다.

경사가 일정한 해변에서 이안류가 존재할 때 파도의 전파양상에 대하여 수치모형을 적용하였는데, 이안류를 인위적으로 만들었지만 이론적인 해나 관측결과는 없기때문에 충분한 검증은 이루어질 수 없다. Figure 1은 경사도 1:50인 해변상에 인위적으로 생성한 연안류의 분포이다. 입사파의 파고가 2 m이고 파주기가 10초인 경우 본 수치모형으로 해석한 파진폭의 분포결과가 Fig. 2에 제시되어 있다. 파고는 최대 5 m를 넘지 않았는데 이는 Kirby의 계산결과와는 많은 차이를 보이는 것으로서 Fig. 3에 비교된 바와 같이 Kirby의 수치모형은 쇄파되기 전까지 계속 증가하여 최대파고가 8 m까지 되는 반면에 본 1단계 수치모형은 최대파고가 약 4.6 m에 이르러 이후 서서히 파고가 줄어드는 양상을 보이고 있다.

2단계 진화모형(evolution model) 또는 3단계 평균모형(period-average model)은 Counter Current의 유속이 파속의 25 %되는 때까지 무한대로 파고를 증폭시키는 것으로 산정하는데 이는 물리적으로 인정될 수 없는 현상이며 어떠한 경우이던 파고는 이전에 줄어들 것이다. 이는 실험으로서 증명이 되었는데 Yu(1954)는 파고 약 1.5 inch, 파주기 1/3 - 4/3 초의 조건을 가진 파를 Counter Current에 입사시켜 파고가 그 이전에 줄어드는 현상을 분명히 확인한 바 있다. Yu의 실험결과에 대한 모형테스트는 현재 진행중이며 그 결과가 기대된다.

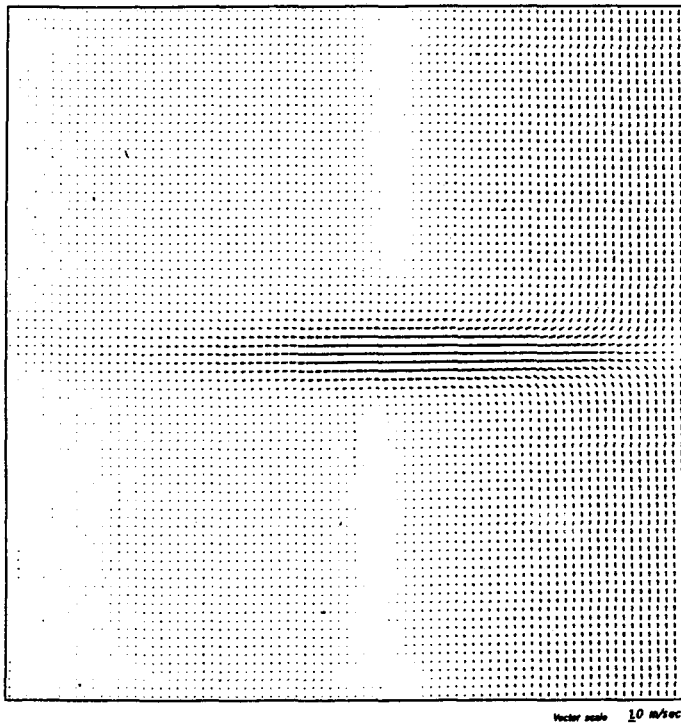


Fig. 1 Computed current velocities and directions.

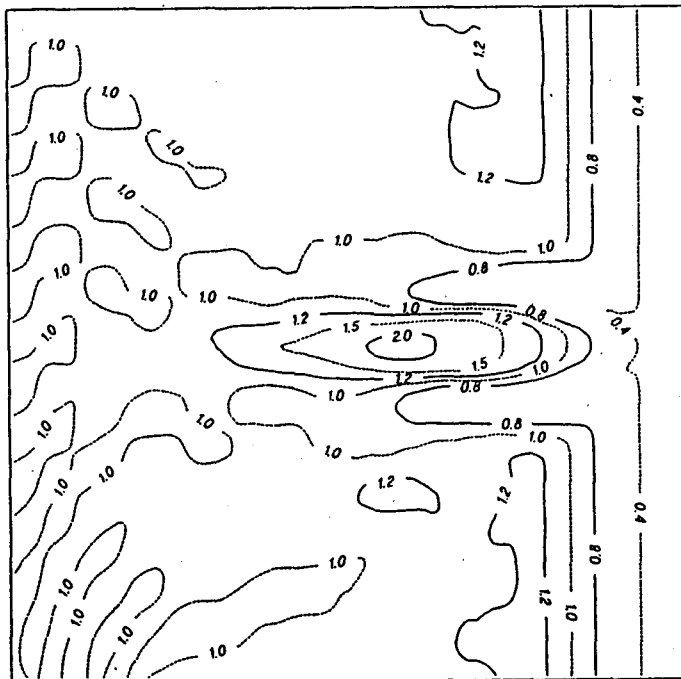


Fig. 2 Distribution of computed wave amplitude with current-interaction.
 ($H_i=2.0$ m, $T=10.0$ sec, $dx=dy=10$ m)

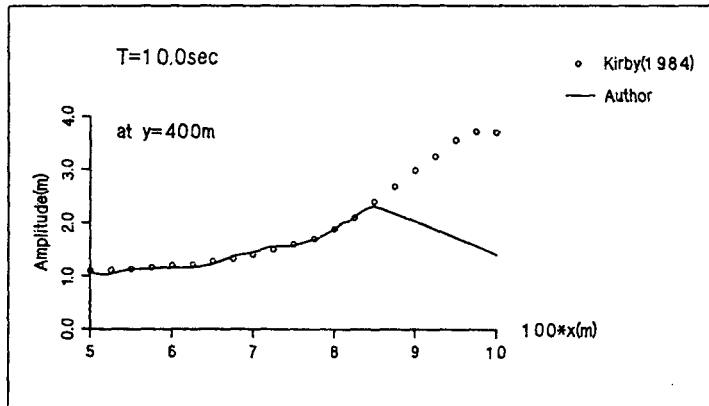


Fig.3 Cross profile of computed wave amplitude with current-interaction.

참고문헌

곽문수, 홍길표, 편종근, 1990, 시간의존 완경사방정식을 이용한 항내 파고분포 계산, 한국해양해양공학회지, 2(1): 18-27.

유동훈, 이석우, 김태인, 김승경, 1989, 북평항에 관한 파랑수치모델링 적용, 항만, 한국항만협회, 13(3): 34-43.

Booij, N., 1981, Gravity waves on water with non-uniform depth and current, Ph.D. dissertation, Delft Univ. of Technology, the Netherlands.

Copeland, G.J.M. 1985, A practical alternative to the 'mild slope' wave equation, Coastal Engineering, 9: 125-149.

Dong, P., 1987, The computation of wave-induced circulations with wave-current interaction and refined turbulence modelling, Ph.D. thesis, University of London.

Ito, Y. and Tanimoto, K. 1972, A method of numerical analysis of wave propagation: Application to wave diffraction and refraction, Proc. 13th Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE: 503-522.

Kirby, J.T. 1984, A note on linear surface wave-current interaction over slowly varying topography, J. Geoph. Res. 89(C1): 745-747.

Liu, P.L.-F. 1983, Wave-current interaction on a slowly varying topography, J. Geoph. Res., 88(C7): 4421-4426.

Nishimura, H., Maruyama, K. and Hiraguchi, H., 1983, Wave field analysis by finite difference method, Proc. 30th Japanese Conf. on Coastal Eng.: 123-127.

Yoo, D., Hedges, T.S. and O'Connor, B.A., 1988, Numerical modelling of reflective waves on slowly-varying currents, Proc. Int. Symposium on Water Modelling and Measurement 2, IAHR-BHRA.

Yu, Y-Y, 1952, Breaking of waves by an opposing current, Trans. American Geophysical Union, 33(1): 39-41.

사 사

본 논문은 1990년도 산학협동재단의 지원에 의한 연구결과의 일부이다.