

GFRP 복합구조의 피로신뢰성 해석모형에 관한 연구

Fatigue Reliability Analysis Model for GFRP Composite Structures

조효남* 신재철** ○이승재***
Cho, Hyo-Nam Shin, Jae-Chul Lee, Seung-Jae

Abstract

It is well known that the fatigue damage process in composite materials is very complicated due to complex failure mechanisms that comprise debonding, matrix cracking, delamination and fiber splitting of laminates. Therefore, the residual strength, instead of a single dominant crack length, is chosen to describe the criticality of the damage accumulated in the sublaminate. In this study, two models for residual strength degradation established by Yang-Liu and Tanimoto-Ishikawa that are capable of predicting the statistical distribution of both fatigue life and residual strength have been investigated and compared.

Statistical methodologies for fatigue life prediction of composite materials have frequently been adopted. However, these are usually based on a simplified probabilistic approach considering only the variation of fatigue test data. The main object of this work is to propose a fatigue reliability analysis model which accounts for the effect of all sources of variation such as fabrication and workmanship, error in the fatigue model, load itself, etc. The proposed model is examined using the previous experimental data of GFRP and it is shown that it can be practically applied for fatigue problems in composite materials.

1. 서론

복합재료의 피로해석은 대체로 다음과 같은 두가지의 접근방법이 고려될 수 있다. 우선, 각각의 파손기구에 대한 피로손상의 전파모형을 수립하고 작용하중 및 재료특성에 따른 손상과의 관계를 설정하는 방법이고, 다른 하나는 각각의 파손기구에 대한 해석없이 간접적으로 손상의 정도를 하나의 대표적 양으로 표현하는 방법이다.

전자는 복합재료의 가능한 피로 파손기구에 대한 체계적 분석을 전제로 하는 데, 복합재료의 피로파손기구는 강구조의 피로와는 근본적으로 다른 섬유이탈, 섬유파단, 모재균열, 층간박리 등의 다중모드로 나타나기 때문에 이들 각각을 정량적으로 해석한다는 것은 매우 힘든 일이다. 따라서, 복합재료안에 누적된 전체적 손상의 정도를 시간에 따른 강성의 저하로서 표현하는 잔류강도 저감모델 즉, 초기 강성의 손실을 작용하는 피로하중의 향으로 나타내는 후자의 방법이 복합재료의 피로해석을 위한 실용적이고 합리적 접근방법으로서 현재 널리 연구되고 있다.

한편 이 잔류강도 저감모델을 기초로 한 복합재료의 피로수명 예측이론은 전술한 바와 같은 복합재료의 피로파손기구의 다양성으로 인하여 대부분 통계적 수법에 의해서 연구되고 있으나, 현재까지의 연구결과들을 살펴보면 아직은 피로수명 시험 Data만의 통계분포를 고려하는 단순 확률기법에 머물러 있는 것을 알 수 있는데, 복합재료와 같이 재료의 물성이 재래의 재료와는 달리 비균질이면서 주문제작에 의해 다양하게 변화하며, 광범위한 응용성으로 인한 공용피로하중의 높은 변동성을 생각하면, 이미 강구조물에 대해서 적용되었던 엄밀한 확률론적 피로해석 기법인 피로신뢰성이론의 도입이 바람직하다고 본다. 따라서 본 논문의 목적은 GFRP 복합구조의 피로해석 및 설계에 대하여 구조저항 및 공용하중 속에 내재하는 확률특성을 그대로 이용하는 피로신뢰성이론의 도입을 위한 기초적 연구로서, 합리적 피로신뢰성 해석모형을 제안하고자 하는 것이며, 실험치 뿐만아니라 재래적 해석방법과의 비교, 분석을 통하여 제안 모형의 타당성 및 실용성에 대하여 고찰하고자 한다.

* 정회원, 한양대학교 토목공학과 교수
** 정회원, 충남대학교 토목공학과 부교수
*** 한양대학교 토목공학과 박사과정

2. 잔류강도 저감모델

2.1 잔류강도

복합재료의 피로파괴는 전술한 바와 같이 강재에서 나타나는 하나의 지배균열에 의한 성장보다는 섬유이탈, 섬유파단, 모재균열, 적층박리 등의 다중모드로 나타나기 때문에 피로손상의 정도를 표현하기 위한 척도로서는 균열길이보다 잔류강도가 더 유용하게 사용될 수 있으며, 잔류강도 $R(n)$ 은 피로하중의 반복횟수 n 직후의 정적강도로서 적층판의 초기강도를 $R(0)$ 라 하면 반복횟수 n 까지의 손상 $D(n)$ 과 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$R(n) - R(0) = g(D(n)) \quad (1)$$

여기서 $g(D(n))$ 은 구조손상함수로서 실험에 의해 정의되는 함수이다. 또한 식(1)로부터 손상의 변화속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dD(n)}{dn} = \left[\frac{\partial g(D(n))}{\partial D(n)} \right]^{-1} \left[\frac{dR(n)}{dn} \right] \quad (2)$$

여기서, $dR(n)/dn$ 은 잔류강도 저감속도로서 일반적으로 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\frac{dR(n)}{dn} = f(s_r, R, n) \quad (3)$$

여기서, s_r : 응력범위
 R : 응력비

이 관계식은 적절한 가정을 바탕으로 실험적으로 구해지는데 이에 대한 많은 연구결과가 보고된 바 있으나 현재로서는 다양한 복합재료에 대해서 보편적으로 받아들여지는 일반식은 없다. 따라서 본 논문에서는 우선적으로 잔류강도의 저감속도를 각각 단순감소형태와 지수감소형태로 간단하게 가정하고 있는 Yang-Liu[1977] 및 Tanimoto-Ishikawa[1985]의 제안모델에 관해서 비교, 평가하고자 한다.

2.2 Yang-Liu의 연구

Yang-Liu는 잔류강도 $R(n)$ 은 n 의 증가에 따라 단순감소한다고 가정하여 잔류강도 저감속도를 다음과 같이 표현하였다.

$$\frac{dR(n)}{dn} = - \frac{f(s_r)}{c R(n)^{c-1}} \quad (4)$$

여기서 c 는 실험정수이고, $f(s_r)$ 은 응력범위 s_r 의 함수이다. 양변을 $n=0$ 에서 n 까지 적분하면, 다음과 같은 잔류강도 저감과정을 표현하는 식이 구해진다.

$$R(n)^c = R(0)^c - f(s_r) \cdot n \quad (5)$$

2.3 Tanimoto-Ishikawa의 연구

반복하중에 의해서 잔류강도가 저감되는 속도

는 반복횟수가 증가함에 따라서 작게 되고, 이때의 잔류강도 저감곡선은 지수함수적으로 단순 감소한다는 가정에 기초하여 Tanimoto-Ishikawa는 다음과 같이 제안하였다.

$$\frac{dR(n)}{dn} = - f(s_r) \cdot R(n) \quad (6)$$

여기서 $f(s_r)$ 은 응력범위 s_r 의 함수이며, 이를 $n=0$ 에서 n 까지 적분하면 다음과 같이 표현되는 잔류강도 저감모델을 얻을 수 있다.

$$R(n) = R(0) \cdot \exp[-f(s_r)n] \quad (7)$$

또한 다양한 복합재료와 여러 변동하중 조건에 적용할 수 있도록 식(6), (7)을 다음과 같이 일반화하여 확장하였다.

$$\frac{dR(n)}{dn} = -f(s_r) \cdot n^c \cdot R(n) \quad (8)$$

$$R(n) = R(0) \cdot \exp[-f(s_r)n^c] \quad (9)$$

이 때, $c=1$ 이면 식(6) 및 (7)로 된다.

3. 피로수명의 통계분포

3.1 Yang-Liu의 방법

손상되지 않는 적층판의 초기강도 $R(0)$ 는 2모수 Weibull 분포를 따른다. 따라서 초기강도의 분포함수를 $F_R(0)$ 로 표현하면

$$F_R(0)(x) = P[R(0) \leq x] = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\omega}\right)^k\right] \quad (10)$$

여기서, ω : 특성치
 k : 형상모수

또한 잔류강도 $R(n)$ 의 분포함수 $F_R(n)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_R(n)(x) &= P[R(n) \leq x] \\ &= P\{[R(0)^c - f(s_r)n]^{1/c} \leq x\} \\ &= F_R(0)\left[\frac{x^c + f(s_r)n}{R(0)^c}\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{x^c + f(s_r)n}{\omega^c}\right)^{k/c}\right] \quad (11) \end{aligned}$$

따라서, 피로수명의 분포함수 $F_N(n)$ 은 $[N \leq n]$ 사상의 확률과 $[R(n) \leq \sigma_{max}]$ 사상의 확률은 근본적으로 같기 때문에 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_N(n) &= P[N \leq n] \\ &= P[R(n) \leq \sigma_{max}] \\ &= F_R(n)(\sigma_{max}) \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{n^c + \sigma_{max}^c / f(s_r)}{\omega^c / f(s_r)}\right)^{k/c}\right] \quad (12) \end{aligned}$$

또한, 낮은 응력범위에 의한 피로문제에 있어서는 실험정수 c 의 값이 대부분 10 이상의 양수로 나타나기 때문에 $(\sigma_{max}/\omega)^c \ll 1$ 이므로, 식(12)은 근사적으로 다음과 같이 된다.

$$F_N(n) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{n}{\omega/f(s_r)}\right)^{k/c}\right] \quad (13)$$

즉, Yang-Liu의 방법에 의한 피로수명 N의 분포형은 형상모수 k/c, 특성치 $\omega^c/f(s_r)$ 를 가지는 2모수 Weibull 분포로 된다.

한편, 상진폭응력에 의한 S-N*관계로부터 특성피로수명 N*는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N^* = (K \cdot s_r^m)^{-1} \quad (14)$$

여기서, K, m : S-N*회귀직선 상수

그러므로 이를 식(13)의 $\omega^c/f(s_r)$ 의 값과 같게 놓으면

$$f(s_r) = \omega^c \cdot K \cdot s_r^m \quad (15)$$

의 관계를 얻을 수 있다.

따라서 이들의 방법에 의한 잔류강도 저감모델 및 피로수명의 통계분포는 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R(n)^c = R(0)^c - \omega^c \cdot K \cdot s_r^m \quad (16)$$

$$F_N(n) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{n}{1/Ks_r^m}\right)^{k/c}\right] \quad (17)$$

3.2 Tanimoto-Isikawa의 방법

초기강도 R(0)의 분포형에 관한 식(10)을 기초로 하여 Tanimoto-Ishikawa의 잔류강도 저감모델에 관한 식(9)에 의해 $F_R(n)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_R(n)(x) &= P[R(n) \leq x] \\ &= P[R(0) \exp\{-f(s_r) \cdot n^c\} \leq x] \\ &= F_R(0)[x \cdot \exp\{f(s_r) \cdot n^c\}] \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{x \cdot \exp\{f(s_r) \cdot n^c\}}{\omega}\right)^k\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\omega^*} \cdot \frac{1}{s_r}\right)^k\right] \quad (18) \end{aligned}$$

여기서, $\omega^*(s_r) = \omega \exp\{-f(s_r) \cdot n^c\}$

위식에서 R(n)의 분포형은 k와 $\omega^*(s_r)$ 의 모수를 가지는 2모수 Weibull 분포임을 알 수 있으며 이 때, n=0이면 식(10)으로 되는데 이것은 R(0)의 분포는 응력범위 s_r 과 관계없음을 나타낸다. 따라서 $F_N(n)$ 은, 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} F_N(n) &= P[N \leq n] \\ &= P[R(n) \leq \sigma_{max}] \\ &= F_R(n)(\sigma_{max}) \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{max}}{\omega^*(s_r)}\right)^k\right] \quad (19) \\ &= 1 - \exp\{-\exp[\zeta(s_r)(n - \eta(s_r))]\} \end{aligned}$$

여기서, $\zeta(s_r) = kf(s_r)$

$$\eta(s_r) = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_{max}}{\omega}\right)}{f(s_r)}$$

즉, Tanimoto-Isikawa에 의한 잔류강도저감모델에 기초하여 유도된 피로수명 N의 분포형은 모수 $\zeta(s_r)$ 와 $\eta(s_r)$ 을 가지는 2중지수분포형이 된다는 것을 알 수 있다.

또한 S-N*관계에 대한 식(14)의 관계를 이용하면 이들에 의한 R(n) 및 $F_N(n)$ 의 관계는 최종

적으로 다음과 같다.

$$R(n) = R(0) \exp\left[-Ks_r^m \ln \frac{\sigma_{max}}{\omega} n^c\right] \quad (20)$$

$$F_N(n) = 1 - \exp\left\{-\exp\left[\alpha Ks_r^m \ln \frac{\sigma_{max}}{\omega} \left(n - \frac{1}{Ks_r^m}\right)\right]\right\} \quad (21)$$

4. 피로신뢰성 이론

4.1 기본 개념

피로신뢰성이론에서 N을 피로수명을 나타내는 확률변수라 한다면 응력범위의 반복회수 n에서의 피로신뢰도는 반복회수 n까지 피로파손이 일어나지 않을 확률로서 정의된다. 즉,

$$R_N(n) = P(N > n) \quad (22)$$

반면에, n과 같거나 작은 반복회수에서 피로파손이 일어날 확률 $F_N(n)$ 은 피로위험도 또는 피로파손확률로 일컬어지며 $R_N(n)$ 과는 다음과 같은 보확률관계를 갖게된다.

$$\begin{aligned} F_N(n) &= P(N \leq n) \\ &= 1 - R_N(n) \quad (23) \end{aligned}$$

이 피로신뢰도 $R_N(n)$ 및 피로파손확률 $F_N(n)$ 은 전술한 잔류강도 저감모델 및 피로수명의 분포함수로 부터 구해질 수 있는데 우선 Yang-Liu의 방법에서는 $F_N(n)$ 이 Weibull 분포로 정의되기 때문에 $R_N(n)$ 은 다음과 같은 평균수명 n와 피로수명의 변동계수 V_{RN} 의 항으로 표현될 수 있다(Ang, 1977).

$$R_N(n) = \exp\left[-\left(\frac{n}{\bar{n}} - \Gamma(1 + V_{RN}^{1.08})\right) V_{RN}^{-1.08}\right] \quad (24)$$

여기서, $\Gamma(\cdot)$: Gamma 함수

$$\bar{n} = \frac{C}{E(s_r^m)}$$

C : S-N* 회귀직선의 절편
E(s_r^m) : 응력범위 s_r 의 PDF의 m차모멘트

한편, Tanimoto-Ishikawa의 방법에서는 다음과 같이 표현된다.

$$R_N(n) = \exp\left\{-\exp\left[\left(\frac{n}{V_{RN}} - 1.1544\right) \left(n - \bar{n} + \frac{0.5772 V_{RN}}{\pi - 1.1544 V_{RN}}\right)\right]\right\} \quad (25)$$

따라서 본 논문에서는 두 방법에 의한 피로신뢰도의 계산에 있어서 각각을 평균피로수명과 피로수명의 변동계수의 항으로 나타내므로써 복합재료의 피로신뢰도가 저항의 불확실량 뿐만아니라 하중의 변동성도 고려되어 해석될 수 있도록 제안하였다.

4.2 저항 불확실량

저항 불확실량은 피로수명 N에 대하여 Taylor 급수전개하여 제1계항 근사화 (First Order Approximation)를 사용하면 그 총변동계수 V_{RN} 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$V_{RN}^2 = V_N^2 + V_F^2 + V_C^2 + m^2 V_S^2 \quad (26)$$
 여기서, V_{RN} : 피로수명 N 으로 표현되는 저항의 총 변동계수
 V_N : 회귀직선에 대한 피로시험 Data 자체의 변동계수
 V_F : 피로해석모형과 누적피해법칙의 가정시 발생하는 오차로 인한 변동계수
 V_S : 평균응력범위에 관련된 변동계수, 응력해석, 충격계수의 선택에 따른 오차포함
 V_C : 제작과 시공정도에 대한 불확실량을 반영하는 S-N회귀상수에 관련된 변동계수

Periodic Proof Tests for Graphite/Epoxy Laminates," J. of Composite Materials, Vol.11, p.176~203.

4.3 하중 불확실량

본 논문에서 주로 다루고자 하는 복합구조는 지하매설 GFRP관구조로서 피로를 유발하는 하중으로는 노면활하중 및 내압 등이 있다. 본 논문에서는 GFRP관구조의 공용중 작용하는 변동하중에 관한 합리적 분포형을 설정하여 피로신뢰도를 계산하고 이의 결과는 등가응력범위를 이용한 재래의 확정적인 방법에 의한 결과와 비교, 평가될 것이다.

5. 분석 및 고찰

본 연구에서는 잔류강도 저감모델에 관한 기존의 Yang-Liu 및 Tanomoto-Ishikawa의 모델에 기초하여 저항 및 하중의 불확실량을 고려하는 합리적 피로신뢰성 해석모형을 제안하였으며, 기존의 실험자료로부터 제안모형의 타당성을 검토하였다.

본 논문에서 제안된 피로신뢰성 해석모형은 앞으로 저항 및 하중 불확실량에 대한 정량적, 정성적 분석이 이루어질 수 있다면, 복합재료로 구성된 모든 구조에 응용 가능하리라고 판단된다.

감사의 글

본 논문은 한국과학재단의 '90 목적기초연구의 지원하에 이루어진 연구의 일부로서 이에 감사의 뜻을 표합니다.

6. 참고문헌

Ang, A.H.S.(1972), "Probability Bases of Safety, Perfomance and Design," Prepared for ASCE Specialty Conference on Structural Safety and Reliability of Metal Structures, Pittsburgh, November, 1972.

Tanimoto, T. and Isikawa, H.(1985), "Statistical Characterization of Residual Strength Degardation for Laminated GRP Materials under Variable Cyclic Loading Condition," Proc. ICOSSAR-4, 1, 415.

Yang, J. N. and Liu, M.D.(1977), "Residual Strength Degardation Model and Theory of