

철근콘크리트 구조물의 유한요소 해석을 위한 균열모델

Cracking Models in Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structure

최창근* 정성훈**
Choi, Chang-Koon Chung, Sung-Hoon

ABSTRACT

A simple, yet effective, material model of concrete is presented in this paper. Based on the orthotropic model in which the assumption of orthogonal principal strain axes is used, the incremental stress-strain relation of concrete is defined in the biaxial stress condition and the rotating crack model is adopted to represent realistically the change of the crack direction according to the different loading path after cracking. Numerical results obtained from the finite element analysis are compared favourably with the available experimental data.

By the parametric study, moreover, it was found that the most important factor in the structural behavior when the reinforced concrete structure is subjected to the dominant shear forces is the tension stiffening effect. The influences of the tension stiffening effect remarkably appears as the steel ratio decreases.

1. 서론

최근 철근콘크리트는 고층건물, 장대교량, 핵발전소 격납용기 등의 구조물을 건설하는데 주요 재료로써 사용되어 왔다. 철근콘크리트 구조물들은 극한상태에서 다양한 하중을 받게 되면 탄성한계를 넘어 거동하게 되며 이와 같은 비선형거동의 대부분은 콘크리트의 균열(crack)과 철근의 항복에 의해 발생한다. 따라서 철근콘크리트 구조물의 거동을 유한요소법(finite element method)에 의한 수치해석을 통해 파악하고자 할 때 콘크리트 균열상태와 철근의 거동을 표현하는 수학적 모델(mathematical model)의 도입이 필수적이다.

일반적으로 균열모델은 Ngo와 Scordelis[1]에 의해 제안된 discrete crack model과 Rashid[2]에 의해 제안된 smeared crack model의 두 가지로 나눌 수 있다. smeared crack model은 discrete crack model이 갖는 단점을 보완할 수 있어 균열모델로서 많이 사용되어져 왔다. 이 모델의 특징은 균열을 콘크리트요소의 면내에 고르게 분포시켜 균열에 따른 구조물의 변화를 절점의 분리로 표현하지 않고 요소내의 재료성질을 변화시킴으로써 균열의 효과를 고려하고자 하는 것이다. 그러나 유한요소의 절점이나 좌표값을 재구성 하지 않으면서 균열의 발생과 그 방향성이 자유로운 점에서는 discrete crack model이 갖는 단점을 극복했

으나 균열을 면내에 분포시키기 때문에 균열요소의 재료행렬을 구성할 때 재료성질의 이방성(주응력-주변형률축의 불일치, 주응력과 전단응력 사이의 coupling 효과 등)으로 인해 여러가지 어려운 점이 발생하게 된다. 따라서 재료행렬을 구성하기 위해서는 재료성질에 대한 가정이 사용된다.

Darwin과 Pecknold[3]에 의하여 제안된 직교성 고정균열모델(fixed crack model)은 균열이 주응력 방향에 직각방향으로 발생하며 균열이 발생한 후에는 균열각이 하중상태에 따라 변하지 않고 고정된다고 가정하였다. 따라서 철근콘크리트 보나 슬래브 등 구조물의 거동이 비교적 단순한 경우에는 큰 문제가 없어 사용이 용이하나 균열 선단(crack tip)이나 하중상태가 비교적 복잡한 전단벽체의 경우 균열방향을 고정시킴으로 인해 실제거동과는 전혀 다른 오차가 많이 포함된 결과들이 종종 나타나게 된다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 하중상태에 따라 균열의 방향변화를 고려하는 회전균열모델(rotating crack model)이 1980년 Cope[4]에 의해 제안되었다. 그러나 이 모델을 사용함에 있어서 "두 주변형률 축이 직각이 아니다." 라는 가정으로 인해 재료행렬의 구성이 다소 복잡해지는 문제점이 발생한다. 이러한 문제점을 개선하기 위해 많은 사람이 연구를 거듭해 왔으며 그 대표적인 예로는 1982년 Gupta[5]에 의해 제안된 간단하며 효율적인 모델을 들 수 있다. 이 모델의 가정은 균열상태에 있는 콘크리트는 직교하는 두 주변형률축에 의해 충분히 표현이 가능하다는 것이다. 이러한 사실은 1984년 Milford[6]의 실험을 통해 입증되었다.

* 한국과학기술원 교수

** 한국과학기술원 박사과정

본 논문에서는 초기에 발표된 Darwin과 Pecknold의 모델을 사용하되 균열방향은 각 하중조건에 따라 변화하며 그 방향은 주변형울의 직각방향으로 나타난다는 가정을 적용한 회전균열모델(rotating crack model)로 대체하였다. 따라서 제안된 수정모델을 사용함으로써 하중조건에 따른 재료행렬을 비교적 간단하게 구성할 수 있으며 하중조건에 따른 균열방향의 변화를 효과적으로 고려할 수 있게 하였다. 또한 Vecchio와 Collins[7]가 수행한 실험치와의 비교를 통해 그 사용성을 검토하였다.

2. 콘크리트의 재료 모델링

2.1 콘크리트의 강도곡선식

2축응력 상태에서 재료의 파괴기준(failure criterion)이 되는 강도곡선식은 Kupfer[8] 등이 실험을 통해 제안한 식을 기본으로 사용하였다. 일반적으로 주응력 평면상에서 표현되는 강도곡선식은 응력상태에 따라 다르게 정의되는데 2축압축을 받는 영역에 대해서는 Kupfer가 제안한 식을 사용하지만 인장-압축 영역에서는 수정하여 사용하였다. 왜냐하면 인장-압축 영역에서의 파괴형상(failure mode)은 콘크리트의 인장균열(tensile crack)로 인한 인장파괴(tensile failure)이다. 그러나 철근이 충분히 배근되어 있는 경우 콘크리트의 이완(release)된 응력을 철근이 받게 되며 콘크리트에서는 압축응력이 계속 증가하여 압축파괴가 발생하게 된다. 이와같은 현상을 표현하기 위해서는 파괴포락선(failure envelope)에서 균열강도값에 해당하는 압축응력을 콘크리트재료의 최고치(peak value, σ_p)로 간주하는 것은 부적당하다. 즉 콘크리트재료의 압축응력은 최고치로 향하여 진행중이며 아직 연화현상이 발생한 것이 아니므로 압축강도에 대한 새로운 정의가 필요하다. 따라서 인장-압축 영역에서 콘크리트재료의 압축강도는 1축압축강도 f_c 로 고정시켰으며 각 응력상태에서의 강도곡선식은 그림 1에서와 같다.

2.2 콘크리트의 구성방정식

콘크리트에 대한 구성방정식을 정식화 하는데는 여러 가지 접근방법이 있으나 본 논문에서는 Darwin과 Pecknold에 의해 1977년 제안된 hypoelastic orthotropic 모델을 사용하였다. 포아손비는 두 직교성축(orthotropic axes)에서 같다고 하면 재료행렬은 식(1)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}(E_1+E_2-2\nu\sqrt{E_1E_2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

식(1)은 현재의 주변형울 방향에 대한 응력과 변형울의 함수로 표현되는 일축접선탄성계수(uniaxial tangent elastic modulus) E_1 과 E_2 를 사용하여 표현되며 여기에 2축 응력상태(biaxial stress state)에서의 효과를 고려하기 위해 등가일축변형울개념(equivalent uniaxial strain concept)을 도입한다. 등가일축변형울은 식(2)와 같이 정의 하며 식(3)을 이용하여 구한다.

$$\epsilon_{in} = \int \frac{d\sigma_i}{E_i} \quad (2)$$

$$\Delta\epsilon_{in} = \frac{\Delta\sigma_i}{E_i} \quad (3)$$

여기서 등가일축변형울은 가상의 값으로 연화현상과 파괴상태(failure state)를 포함한 콘크리트의 거동을 제어하는 각각의 주응력 방향에 대해 포아손효과가 제거된 변형울이다.

한편 2축응력상태의 콘크리트의 구성방정식을 형성하기 위해서는 등가일축변형울-응력관계(equivalent uniaxial strain - stress relation)가 필요하며 Saenz의 식을 이용하여 정의한다. 또한 2축응력상태 하에서 나타나는 강도(strength)와 연성(ductility)의 증가를 σ_p 와 ϵ_p 에 포함시켜 나타내며 이 식을 이용하여 각 주응력축에 대한 접선탄성계수를 구한다. 단 재료가 응력의 최고치를 넘어 연화현상을 보일 때는 법선탄성계수(secant elastic modulus)를 사용한다(그림 2).

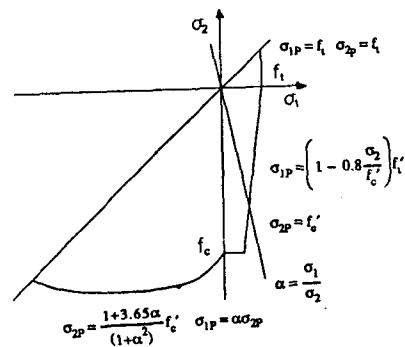


그림 1 강도곡선식

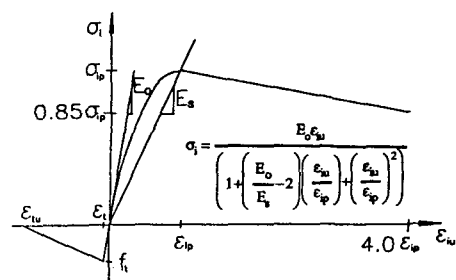


그림 2 콘크리트의 응력-변형울 곡선

2.3 균열모형 및 균열발생후의 거동

고정균열모형과 회전균열모형의 근본적인 차이점은 균열각을 정의하는 데 있다. 고정균열모형에서는 강도개념으로 균열의 발생을 정의하므로 균열이 주응력방향에 직각으로 발생하며, 회전균열모형에서는 변형연화영역의 변형을 증가에 따른 강도의 감소를 고려하기 위해 균열을 주변형상방향에 직각으로 정의한다. 따라서 고정균열모형에서는 인장강도를 넘어 처음 발생한 균열각을 계속 고정시켜 파괴상태까지 유지하나 회전균열모형에서는 균열의 방향이 항상 인장축 주변형상의 방향에 수직한 방향이라는 가정하에 균열선단이 새로운 방향으로 변화하며 본래의 균열은 작아지고 새로운 균열이 발생하게 된다.

한편, 직교이방성 모델을 사용하는 경우 전단강도계수 G 가 문제시 된다. 일반적으로 균열이 발생하여 두 주응력축에 대해 서로 다른 거동을 할 때 전단은 정의상 존재하지 않지만 실제로 콘크리트에서는 균열면을 따라 발생하는 전단력의 전달(shear transfer)로 이 영향이 고려되어야 한다. 고정균열모형에서는 전단강도계수 G 에 전단강도보유계수(shear retention factor) $\beta(0 \leq \beta \leq 1)$ 를 사용하여 균열현상을 실제에 가깝게 표현할 뿐만 아니라 수치해석과정에서 나타나는 해의 불안정성(unstability)도 줄일 수 있다. 또한 회전균열모형에서는 변화하는 E_1, E_2 로 표현된 전단강도계수를 갖고 있으며 각 하중상태에서 새로 구해진다.

철근콘크리트 구조물의 거동을 실제에 가깝게 해석하기 위해서는 균열이 발생한 후의 콘크리트의 거동이 꼭 고려되어야 한다. 일반적으로 균열이 생긴 철근콘크리트에서 균열사이의 콘크리트는 인장에 저항하게 되는데 이는 부착작용에 의해 철근으로부터 전달된 인장응력이다. 본 논문에서는 이 효과를 콘크리트의 인장축 응력-변형률 곡선에 포함시켜 표현하였으며 수치해석으로 선택한 전단력에 적용하고자 Vecchio와 Collins의 실험결과를 이용하였다(그림 3).

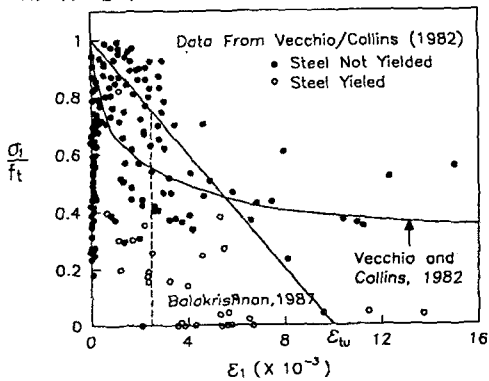


그림 3 전단벽체의 tension stiffening 효과

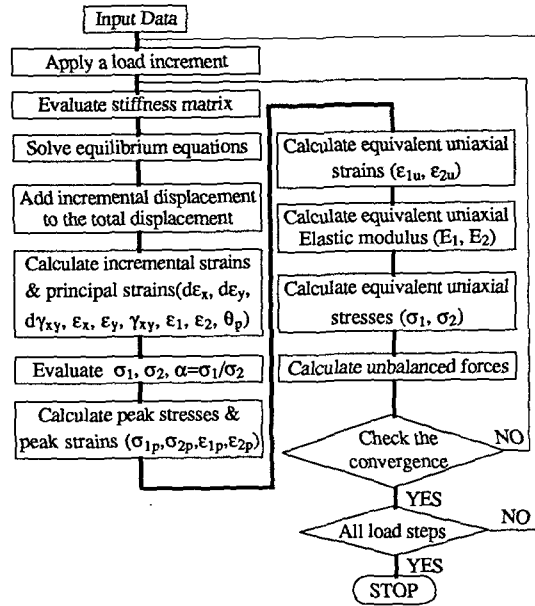


그림 4 수치해석방법에 관한 흐름도

3. 철근모형

철근의 재료성질은 단조증가의 탄소성 모델을 사용하여 정의하였으며 콘크리트내에 배근되어 있는 철근의 강성을 요소강성행렬(element stiffness matrix)에 포함시키기 위하여 철근을 smeared model과 embedded model로 각각 구성하여 적용하였다.

smeared model은 비교적 정식화과정과 사용이 간편하여 가장 많이 사용되는 방법으로 철근이 콘크리트요소 전체에 걸쳐 특정한 방향으로 철근비 ρ 만큼 균일하게 분포되어 있다고 가정하여 재료강성행렬(material stiffness matrix)을 구성한다.

반면 embedded model은 콘크리트내의 철근을 각각 독립적으로 모델링 하는 방법으로서 실제 배근된 철근의 위치에 따른 효과를 고려할 수 있다. 이 모델은 smeared model과는 달리 재료강성행렬을 구성하지 않고 최종적으로 요소강성행렬을 구하게 된다.

4. 유한요소법에 의한 정식화 과정과 수치해석절차

철근의 모델에 따라 철근콘크리트의 강성행렬을 구성하는 과정에는 다소의 차이가 있다.

먼저 smeared model을 사용할 때는 철근과 콘크리트에 대해 각각의 재료강성행렬을 합하여 합성재료로서의 재료강성행렬을 구한다. 일단 재료강성행렬이 구성되면 요소강성행렬은 일반적인 유한요소 정식화 과정에 따라 구해진다.

$$[K_{GL}]^{RC} = \int_V B^T (D_{GL}^C + D_{GL}^S) B dV \quad (4)$$

여기서 첨자 GL은 전체좌표계를, RC는 철근콘크리트를 C와 S는 콘크리트와 철근을 각각 나타낸다.

반면 embedded model을 사용할 때는 콘크리트와 철근의 강성행렬을 각각 구한 후 콘크리트요소의 강성행렬에 앞서서 구한 각 철근의 요소강성행렬을 요소내의 철근의 갯수(ns)에 대해 합하여 더한다.

$$[K_{GL}]^{RC} = \int_V B^T D_{GL}^C B dV + \sum_{i=1}^{ns} K_S^i \quad (5)$$

한편 이와 같이 유한요소법에 의해 정식화된 평형방정식의 해는 하중증분법과 반복시행법을 함께 사용하여 구하였으며 그 해석절차는 그림 4의 흐름도로 표시하였다

5. 수치해석 예제

콘크리트와 철근의 재료모델을 적용한 유한요소 프로그램을 검증하기 위하여 Vecchio와 Collins가 실험한 전단벽체를 유한요소로 이상화하여 그 결과를 실험치와 비교하였다. 시편에 대한 물성과 하중상태는 표 1에 나타나 있으며 기하학적형상은 길이와 폭은 890 mm로 같고 두께가 70mm이다. 수치예제로 전단벽실험을 택한 이유는 하중상태가 대부분 순수전단으로서 시편내의 응력상태가 인장-압축응력상태에 있기 때문이다. 본 논문에서는 전단벽체의 파괴형상을 대표할 수 있는 시편을 선택하여 예제해석을 하였다. 예제해석은 주로 균열에 의한 인장파괴가 지배적인 영역에서 거동에 영향을 주는 요인을 찾고자 수행되었다. 따라서 균열모델에 따른 거동의 차이와 tension stiffening효과에 주관심을 두었으며 앞 절에서 언급한 강도곡선식의 수정이 거동에 미치는 영향에 대하여 살펴보았다. 해석에서 사용한 시편의 이상화된 유한요소 모델은 그림 5와 같다.

표 1 사용한 시편의 재료성질 (단위:Mpa)

PANEL	$\tau_{xy} : \sigma_x : \sigma_y$	STEEL			CONCRETE		
		x - dir.		y - dir.	ϵ_c	f_c	
PV4	1:0:0	242	0.0106	242	0.0106	-0.0025	-26.6
PV20	1:0:0	460	0.0179	297	0.0089	-0.0018	-19.6
PV25	1:-0.69:-0.69	466	0.0179	466	0.0179	-0.0018	-19.2

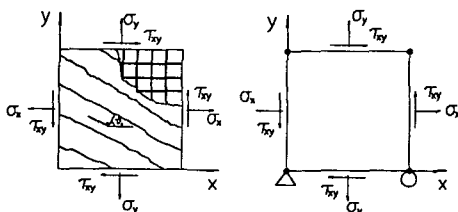


그림 5 실험에 사용한 시편과 유한요소모델

6. 결과분석

예제해석 결과를 우선 실험치와 비교하여 유한요소해석 프로그램을 검증하였다. PV4의 파괴형상(failure mode)은 초기 균열발생 이후 콘크리트의 tension stiffening 효과와 철근의 영향으로 하중에 저항하다가 양방향 철근이 모두 항복되면서 극한상태에 도달하는 것이다. 그림 6에서 실험치와 함께 비교한 Balakrishnan[9]의 유한요소 해석에 의한 결과는 균열 초기에는 그림 3에서 볼 수 있듯이 제안식의 주위에 파괴시 철근이 항복하지 않은 시편들이 집중적으로 분포되어 있기 때문에 실험치와 잘맞는 거동을 보인다. 그러나 PV4는 양방향의 철근량이 상대적으로 Balakrishnan의 tension cut-off 이전에서 철근의 항복으로 인한 파괴가 발생하므로 극한하중까지 강성이 큰 거동이 나타난다. 한편 본 연구에서는 변형연화 영역을 극한하중상태의 변형율에 근접한 0.003을 이용하여 정의하였으므로 상대적으로 강성이 작게 나타난다. PV20의 경우는 초기 균열이 발생한 후 강성이 약한쪽의 철근이 먼저 항복한 뒤 콘크리트의 crushing에 의해 파괴되는 거동을 보인다. 수치해석에 있어서 본 논문의 해석결과와 Vecchio의 해석 결과는 매우 유사하며 두 해석 모두 철근이 항복되지 않는 시편들의 값보다 tension stiffening 효과를 작게 고려하였으므로 구조물의 강성이 실험치보다 작게 계산되었다. 그러나 하중이 증가함에 따라 그림 3에서 보듯이 실험치와 tension stiffening의 차이가 줄어들게 되므로 실험치와 유사한 거동을 보이게 된다. 한편 PV25의 경우는 양방향 철근이 과다하게 배근된 경우로써 콘크리트의 crushing에 의한 압축파괴 거동을 보인다. 마찬가지로 그림 3에서 그 구조적 거동을 살펴보면 수치해석에서 사용한 tension stiffening효과를 고려하는 모든 모델이 압축파괴에 의한 점들을 잘 표현하지 못함을 볼 수 있다. 즉 초기균열 이후의 거동을 과소평가하고 있음을 볼 수 있다. 따라서 그림 8에서의 모든 수치해석 결과가 상대적으로 작은 강성의 결과를 보이고 있다.

그밖에 균열발생 이후의 구조물 거동에 큰 영향을 주는 인자가 무엇인지를 검토하기 위해 사용변수의 변화에 의한 parametric study를 수행하였다. 그림 9에서 PV25는 그림 3에서 압축파괴에 의한 거동이 나타나는 일정한 값 이상($\epsilon_{cr} = 0.008$)의 tension stiffening효과를 고려해 줄 경우 해석결과(그림 7 참조)가 tension stiffening 효과에 민감하지 않음을 알 수 있다. 그러나 tension stiffening을 고려하지 않을 경우는 철근의 급작스러운 응력증가로 인해 균열발생 직후 해석이 불안정해지며 경우에 따라 철근의 항복에 의해 파괴되는 잘못된 파괴형태가 나타나기도 한다. 반면 PV20은 궁극적으로 철근의 항복에 의해 파괴가 발생하는데 그림 3에서도 볼 수 있듯이 철근항복에

의해 파괴되는 주 인장축 변형률이 상대적으로 작다. 따라서 이 경우는 tension stiffening에 따라 그 구조적 거동이 다소 다르게 나타나지만 궁극적으로 극한 하중에 차이가 그리 크게 나타나지는 않는다. 특히 tension stiffening을 고려하지 않은 경우라 할지라도 불안정하지만 궁극적으로 구조물의 극한하중은 크게 차이가 없음을 볼 수 있다. 나아가서 상대적으로 양은 적지만 두 방향에 대해 동일한 철근비를 갖는 PV4의 경우는 tension stiffening 효과를 고려하지 않은 경우에도 구조물의 불안정성이 거의 발생하지 않음을 볼 수 있다. 그러나 구조물은 tension stiffening을 과다하게 고려하면 할수록 상대적으로 강성이 큰 구조적 거동을 보이게 됨을 알 수 있다.

또한 그림 10에서 볼 수 있듯이 초기균열 직후의 인장축 변형에 의한 영향이 상대적으로 큰 PV20의 경우 인장강도가 증가하게 되면 이로 인해 균열초기에 내부에 너지가 증가하게 되므로 극한전단하중이 다소 증가하는 경향을 보이지만 그 차이가 그리 크지는 않다. 반면 콘크리트의 압축파괴에 의해 극한전단하중이 결정되는 PV25의 경우는 압축강도에 따른 차이가 현저히 나타남을 볼 수 있다. 그림 10의 굵은 실선으로 표시된 거동은 실험치와 잘 일치하는 현상을 보이고 있는 반면 Darwin의 모델을 기초로 산정된 $0.65f_c$ 의 압축강도를 사용할 경우 극한전단강도가 상대적으로 과소평가되고 있는 현상을 볼 수 있다. 이는 실제의 과다철근콘크리트 구조물에서 초기에 인장파괴가 발생한다 할지라도 균열의 직각방향에서의 철근이 계속해서 하중을 받을 수 있기 때문에 인장파괴 영역으로 부터 압축파괴 영역으로의 응력경로(stress path)가 바뀌며 궁극적으로 압축파괴가 발생함을 의미한다. 즉 무근콘크리트에서 압축강도가 인장압축의 영역에서 감소하기는 하지만 모든 철근콘크리트 구조물에서 동일하게 발생하지는 않으며 오히려 그 구조적 거동이 철근비에 따라 바뀔 수 있다. 특히 무근콘크리트의 최대 압축 응력으로 $0.65f_c$ 를 사용할 경우 오히려 구조적으로 불안정한 결과를 초래할 경우도 있다. 따라서 본 연구에서 가정한 인장-압축영역에서 콘크리트의 압축강도는 일축강도 f_c 의 값을 사용하여도 유효함을 이 예제를 통해 볼 수 있다.

그밖에 그림 11에서와 같이 압축이 지배적인 PV25의 경우 주응력 비인 α 의 값이 균열이 발생 후 극한 전단하중까지 계속해서 일정하게 증가하고 있음을 볼 수 있다. 즉 초기 인장균열 파괴가 발생한 후 압축파괴 영역으로 그 응력의 경로가 변하고 있음을 볼 수 있다. 그러나 초기 균열이 발생하는 곳에서 수치적인 불안정성이 야기되는데 이는 균열이 발생하면서 갑자기 인장응력이 감소함으로 인해 α 값에 따른 응력의 흐름 방향이 불안정해지기 때문이다. 따라서 균열이 발생한 직후의 이러한 불안정한

거동을 해결할 수 있는 알고리즘의 개발이 필요하리라 생각된다. 한편 β 에 따른 거동의 차이는 균열각의 변화가 큰 곳에서 나타난다.

7. 결 론

본 연구를 통해 전단벽의 거동해석을 위해 사용한 인장-압축의 2축응력 상태에서의 최대 압축응력은 콘크리트 일축강도로 고정시켜도 문제가 없음을 알 수 있으며 기본적으로 2축응력 하에서 재료의 성질을 정의하기 위해 고정균열모델에 토대를 둔 orthotropic 모델을 하중상태에 따른 균열각의 변화를 고려할 수 있도록 수정한 후 사용하여도 무리가 없음을 알 수 있다. 또한 전단력이 지배적인 구조물에서는 사용한 콘크리트 및 철근의 재료모델과 균열모델 보다도 철근비에 따른 콘크리트의 tension stiffening의 효과가 가장 현저하게 나타남을 알 수 있다. 따라서 어떠한 하중조건과 철근비에서도 그 구조적 거동을 잘 표현할 수 있도록 tension stiffening 효과를 효과적으로 표현할 수 있는 모델을 에너지 개념을 통하여 정립하는 것이 가장 시급하다.

참고문헌

1. Ngo, D. and Scordelis, A. C., " Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," *J. of ACI*, Vol. 64, No. 3, March 1967.
2. Rashid, Y. R., " Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels," *Nuclear Eng. and Design*, Vol. 7 No. 4, April 1968, PP. 334-344.
3. Darwin, D. and Pecknold, D. A., " Inelastic Model for cyclic biaxial Loading of Reinforced Concrete," Civil Engineering Studies, SRS No. 409, Univ. of Ill. at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, July, 1974.
4. Cope, R. J., et al. " Modeling of Reinforced Concrete behavior for finite element analysis of bridge Slabs," *Numerical Methods for Nonlinear Problems*, C. Taylor et al., eds., Vol. 1, Pineridge Press, Swansea, U. K., PP. 457-470.
5. Gupta, A. K. and Habibollah, A., " Changing Crack direction in reinforced concrete analysis," Report, Civil Engineering Department, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, Jun 1972.
6. Milford, R. V. and Schnobrich, " Nonlinear behavior of Reinforced Concrete Cooling towers," Report ISSN : 0069-4274, Univ of Illinois, Urbana-Champaign, 211.
7. Vecchio, F. and Collins, M. P., " The response of reinforced concrete to inplane shear and normal stresses," ISBN 0-7727-7029-8, Pub. No. 82-03, Univ. of Toronto, Toronto, Canada.
8. Kupfer, H., Hilsdorf, H. K., and Rusch, H., " Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses," *J. of ACI*, Vol. 66, August 1969, PP. 656-666.
9. Balakrishnan, S. and Murray, D. W., " Prediction of R/C Panel and Deep Beam Behavior by NLFEA," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol.114, No.10, Oct., 1988, pp.2323-2342.

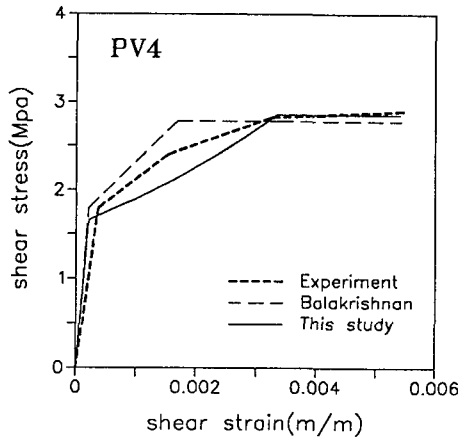


그림 6 PV4의 해석치와 실험치의 비교

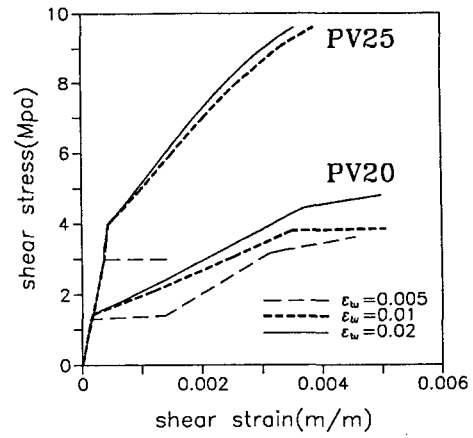


그림 9 tension stiffening에 따른 거동의 변화

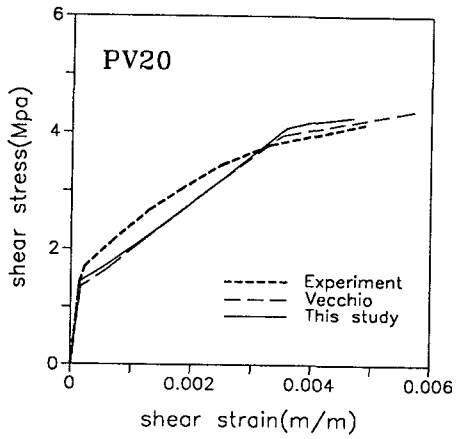


그림 7 PV20의 해석치와 실험치의 비교

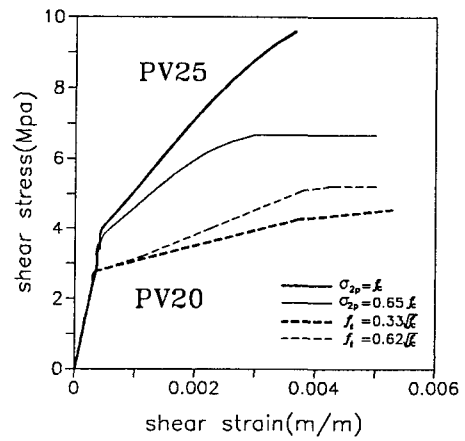


그림 10 압축강도와 인장강도에 따른 거동의 변화

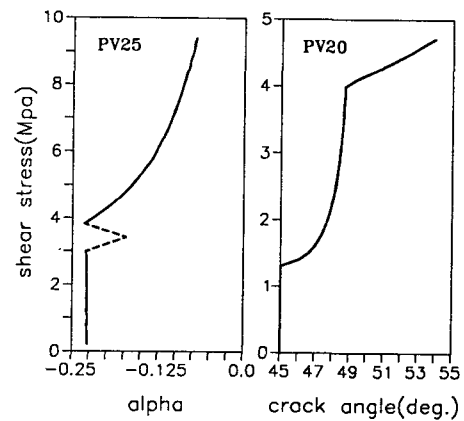
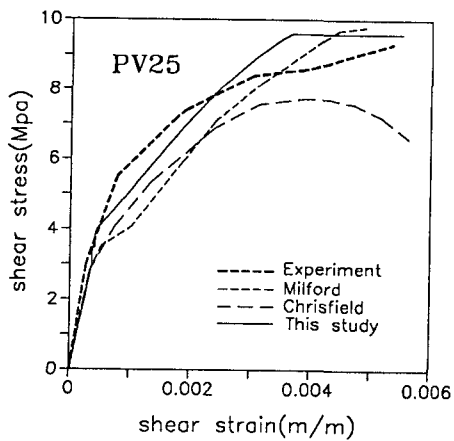


그림 11 주응력비와 균열각의 변화