

TAFEM을 이용한 터널 예제 해석

조선규 *, 정재동 **, 엄종욱 ***

(주) 서 영 기 술 단

ABSTRACT

This Finite Element Program(TAFEM) has been developed to be able to carry out the structural analysis of tunnel section and simulate the surrounding ground behaviour due to New Austrian Tunnelling Method, of which main support is the surrounding ground, itself.

The Elasto-plastic theory has been applied. The used finite elements are 8-noded isoparametric element(rock & shotcrete), 2 or 3-noded rod element(rock bolt) and infinite boundary element.

The load incremental method and tangential stiffness method has been used. Associated flow rule was applied to plastic flow and yield criteria included not only Mohr-Coulomb but also Drucker-Prager. In this paper, Drucker-Prager yield criterion has been used.

The relationship between plastic strain and stress is based on the incremental strain concept and stress-strain equation on the basis of the stress path of each gauss point has been adopted.

It may be rational that rock is considered to be no-tension material, so that no-tension analysis has been adopted in accordance with the brittle fracture constitutive equation.

1. TAFEM 해석 프로그램 개요

1) 일 반

본 Program은 지반 자체를 주요한 지보재로 활용하는 터널 신공법(NATM)에 대한 터널 단면의 해석 및 굴착에 의한 지반의 거동을 해석하기 위하여 개발된 유한요소 Program 이다.

본 Program은 탄소성 유한요소 개념을 도입하고 있으며 사용요소로써는, 지반 및 Shotcrete 요소는 8절점 4변형 요소, Rock-Bolt는 2 또는 3절점 ROD요소, 외부경계는 무한 경계요소를 각각 사용 하였다.

또한, 하중증분법과 접선 강도법을 이용 하였으며, 사용재료에 대한 직교 흐름법칙과, Mohr-Coulomb 및 Drucker-Prager 항복기준을 선택적으로 적용 하였다. 소성변형과 응력과 의 관계는 변형증분 이론을 근거로 하였으며, 각 응력경로에 따른 응력-변형관계식을 적용했다. 그리고 지반자체가 인장을 거의 받을 수 없는 비인장 재료임을 감안하여 지반을 취성파괴 기준에 따르는 비인장재료로 간주하여 취성파괴 구성식을 적용하였다.

2) 탄소성 비인장 이론

2-1) 취성재료의 파괴기준

2-1-1) 일 반

일반적으로 압축응력 상태에서는 다음과 같은 응력상태로 나눌수 있다.

- 가) 압축 - 압축상태
- 나) 인장 - 인장상태
- 다) 압축 - 인장상태

가)의 경우에 있어서는 소성의 발생이 있고 나)와 다)에서는 탄성거동을 하며 인장파괴가 생길 수 있다.

2-1-2) 인장파괴

주 인장응력이 한계 인장응력에 도달하면 주응력에 직각인 방향으로 균열이 생기며 이 1차 균열이 발생한 후 균열에 평행한 응력이 한계인장 응력에 도달하면 2차 균열이 생긴다. 이는 전단응력의 잔류를 허용하므로 1차 균열에 직각으로 생길 필요는 없으나 본 해석에서는 직각으로 생긴다고 가정하였다.

2-1-3) 소성영역

등가응력이 일축 압축강도 즉, 항복응력 σ_{yc} 에 도달하면 발생하는 것으로 하였다. 재료의 소성거동에는 Drucker-Prager 기준과 Mohr-Coulomb 조건을 선택적으로 적용 하였다.

2-2) 취성 재료의 구성 방정식

2-2-1) 탄성영역

본 해석에서는 con'c 및 지반요소를 등방탄성체로 가정하고 있으며 평면 변형체로서 다음의 구성 방정식을 가진다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

혹은 행렬 형태로는 다음과 같다.

$$\sigma = D \cdot \epsilon$$

2-2-2) 인장파괴

일단 균열이 발생하면 균열방향에 직각인 응력은 완전히 해제되고, 전단력은 Shear retention factor 만큼 감소된다.

따라서, 인장파괴가 생긴 경우의 구성관계식은 다음과 같이 쓸수가 있다.

$$\sigma = D \cdot \epsilon$$

여기서, $D = T \epsilon^T D' T \epsilon$

$$T \epsilon = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad D' = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta \cdot G \end{bmatrix}$$

2-2-3) 소성영역

항복후 구성관계의 증분형은 다음과 같다.

$$d\sigma = D_{,,} \cdot d\epsilon$$

여기서, $D_{,,}$ 는 항복된 곳에서의 탄소성 행렬로 다음과 같다.

$$D_{,,} = D - \frac{d_b \cdot d_b^T}{A + d_b^T \cdot a}$$

$$d_b = \bar{D} \cdot a$$

2-2-4) 2차 균열

1차 균열방향에 평행한 응력이 한계인장응력을 초과하는 경우 2차 균열이 1차 균열에 직각으로 발생한다. 이 경우에 있어서 평면변형에 대한 탄성행렬은 다음과 같이 구성하였다.

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2-2-5) 균열의 폐합 (Closing)

하중자체가 단조증가의 경우가 아닐때에는 기 발생된 균열에 대한 개폐 (Opening and Closing)를 필히 고려하여야 한다. 본 이론에서는 균열이 발생된 gauss 적분점에 대한 변형을 경로를 추적하여 균열에 대한 법선 변형율이 균열직전의 값보다 현재의 값이 작을 경우 해당 gauss 적분점의 균열은 폐합되며 따라서 다시 등방탄성체로 거동하는 것으로 하였다. 재료의 소성거동에는 Drucker-Prager 기준과 Mohr-Coulomb 조건을 선택적으로 적용 하였다.

3) 강도방정식의 해석 Algorithm

유한요소법의 최종적인 처리 단계는 힘과 변위의 선형대수 방정식을 푸는 문제로 귀착된다. 이 해석방법은 크게 나누어 Band Solver와 Frontal Solver가 있는데 본 해석에서는 가급적 Computer의 실기억 용량을 적게하고 그 해석 시간을 줄이고저 Frontal Solver를 사용 하였으며, 비선형 문제나 시간종속 문제에서 반복계산 때문에 계산시간이 현저히 증가되는점을 고려하여 Frontal Solver를 사용하는 전처리 절차로서 Front쪽의 축소작업 즉, 요소의 번호를 임의 순서대로 입력하여 Front쪽이 작아지도록 요소의 번호를 재부여하고 유한요소 해석을 실시한 후 입력 요소번호로서 결과를 출력 하도록 하는 Frontal Minimization 기법을 활용하고 있다.

4) program의 구성

4-1) 개 요

본 program은 크게 3단계로 분류되며 다음과 같다.

- 1단계 : 입력 data 작성 과정

Automatic Mesh generation 작업과 완성된 data에 대한 basic graphic 또는 Plotting에 의한 검색작업

- 2단계 : 본 계산과정

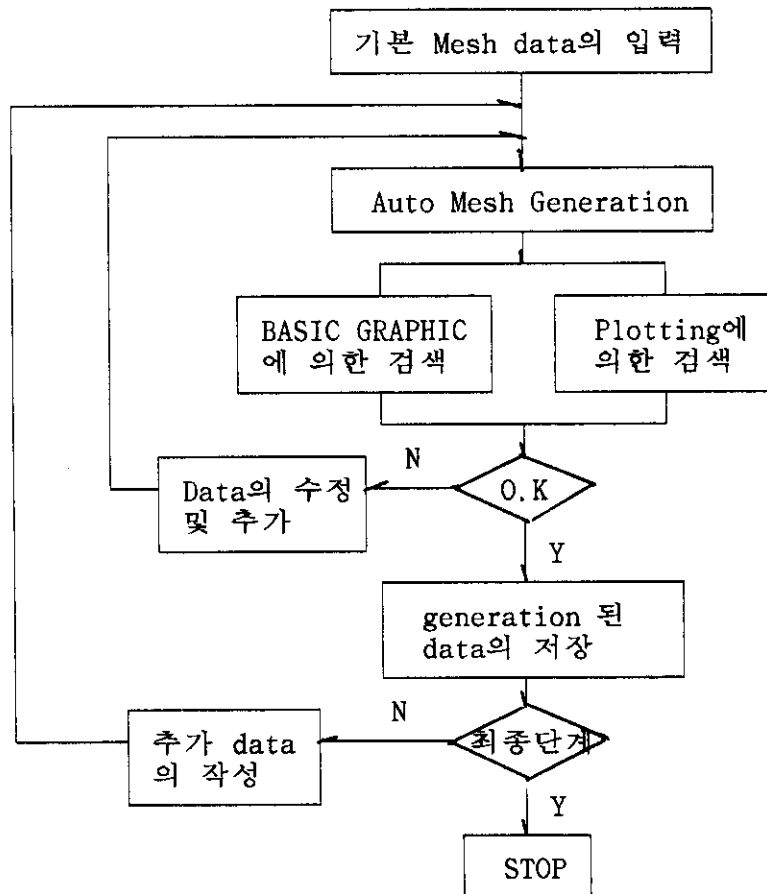
1단계에서 완성된 data를 이용하여 유한요소법에 의한 해석을 수행하고 굴착에 의한 굴착등가력의 계산 및 저장

- 3단계 : 출력 및 Plotting 과정

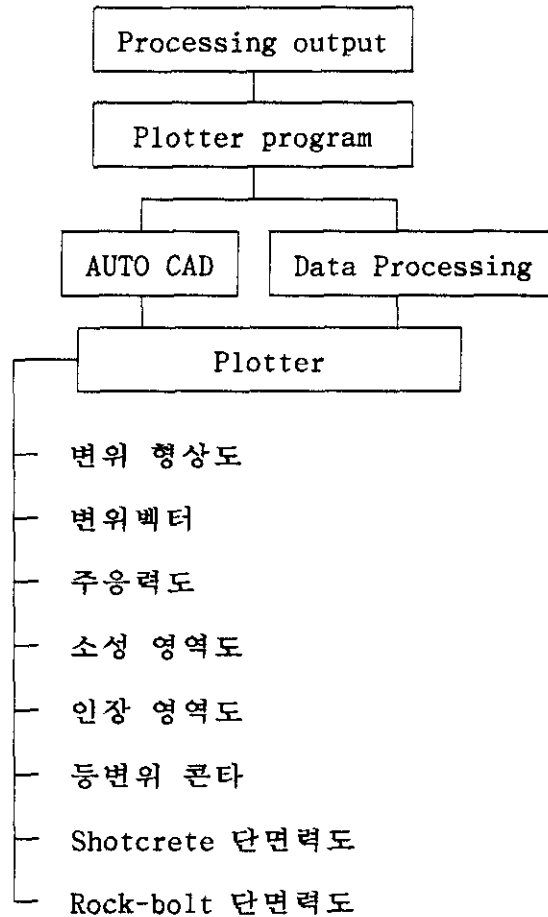
2단계에서 계산된 결과에 대한 Printing 및 Plotting 작업

4-2) 흐름도

4-2-1) 1 단계 (Pre-Processing)



4-2-2) 3단계 (Post-Processing)



2. 굴착공사 단계별 Simulation

1) 초기응력

1-1) 일반

하중재하 또는 굴착전의 기초지반 응력상태는 일반적으로 중요한 의미를 지니고 있다. 지반을 선형 탄성체로 가정한 경우 초기응력은, 변형에 직접적인 영향을 주지 못하지만, 강성이 응력에 따른 변수인 비선형 해석의 경우 큰 영향을 주게된다. 이러한 초기응력을 어떤 방식으로 조립할 것인가 하는 문제가 중요한데 여기에는 무응력지반에 중력하중을 재하시켜 계산하는 방법과 직접 규정하는 2가지 방법이 있다.

본 해석에서는 이 2가지 방법을 모두 고려하고 있다.

1-2) 중력하중에 의한 초기응력

단위중량의 수직물체력을 전영역에 걸쳐 재하시켜 유한요소 탄성해석으로써 초기응력을 규정하는 방법으로 이 방식을 사용하는 경우에는 중력하중에 의해 불필요한 하향변경이 생기게 되는데, 본 해석에서는 이를 보정하여 주고있다.

1-3) 초기응력의 직접적 규정

이 방식은 해석자가 직접 평형초기 응력을 선택하는 방법이다. 이 경우 표면은 수평으로 되어 있어야 하는데 그렇지 못할 경우에는 사면에 대한 예비해석을 실시하여야 한다.

이때의 초기응력 성분은 각 Gauss Point별로 입력되는데 여기에도 2가지 방법이 있다. 첫번째 방법은, 외력하중을 vector로 읽어들여 평형방정식의 하중 vector로 취하여, 일반적인 방식으로 해석변위를 계산한 다음 응력과 변형율을 유도하는 방법이 있다. 두번째 방법은, 초기응력에 등가인 힘을 하중 vector에 저장하여 외력을 바로 여기에 합산시키는 방법이 있다.

2) 굴착 등가력

2-1) 일단굴착

유한요소의 Mesh는 굴착후의 기하형상에 관계되는 것으로 전술한 두방법 중 어느것을 사용하느냐에 따라 그 과정은 달라진다.

첫번째 방법의 경우, 굴착경계를 따라 총 초기응력을 0으로 감소시키도록 등분포 하중이 작용된다.

둘째방법의 경우, 경계에 따라 어떠한 하중도 작용되지 않는다.

왜냐하면 computer 내에서 자동적으로 불균형 초기응력을 이러한 힘으로 간주하기 때문이다.

2-2) 다단굴착

이 경우 두번 또는 그 이상으로 연속적인 해석을 수행한다. 첫단계는, 일단굴착의 경우와 같으나, 최종응력은 다음 해석 단계의 초기응력으로 사용 하여야 하므로 저장하여야 한다.

둘째방법을 사용하는 경우에는 굴착부분에 포함되는 요소는 Mesh 내에서 제거시켜야 한다. 1단계에서 최종응력 (또는, 등가 절점력)은 초기응력으로 읽어 들여야 하며 2단계 굴착면을 제외한 자유 굴착면에서의 응력은 0 가 된다. 이러한 불균형 응력은 Program 내에서 2단계 굴착을 해석하기 위해 증가하중으로 변환되어야 한다.

첫째 방법을 사용하는 경우, 1단계 해석으로 부터 불균형 하중을 결정하며 2번째 단계의 하중 data에 포함 시켜야 한다.

이것은 비조합 절점력을 취하여 조합함으로써 새로운 경계에서의 응력을 0 으로 감소시킬 하중을 산출한다.

굴착요소를 제거하는 또하나의 방법으로 굴착요소를 공요소로 간주하여 Mesh내에 그대로 잔류시키는 방식이 있다. 즉, 간단히 이들을 강성을 무시할 정도로 작은 값으로 감소시키면 된다. 또, 강도행렬이 singular 가 되는것을 방지하기 위하여 유한의 미소값을 가져야 한다. 이들을 사용하면 해석단계 사이의 요소번호 재부여 등의 번거로움을 없앨수 있다.

그러나, 둘째방법을 사용하는 경우에는 공요소에 대한 등가절점력 배분을 금지시킬수 있는 Routine을 삽입 하여야 하는데, 본 해석에서는 frontal Minimization Routine에서 처리하도록 하였다.

3) 해석단계 구분 및 하중분배

해석대상에 대한 모델링은 터널굴착에 의한 변위를 충분히 무시할수 있는 영역까지를 취하는것이 일반적으로 터널 주위의 암반특성에 따라 다소 차이는 있으나보통 터널직경의 2-3배 정도를 기준하고 있다.

또한 원지반 자체가 가지는 응력을 산출하기 위해서 중력하중과 외력에 의한 탄성해석 또는 직접규정 방식에 의거하여 초기응력을 부여한다.

해석의 단계선정은 굴착순서에 따라 크게 분류한 다음 Shotcrete 타설, Rock bolt 타입시기 및 순서 등에 따라 다시 소단계(보통 2-3단계)로 구분한다.

단계별로 배분하여 고려하는 바, 예를들어 어떤 굴착단계에서 소단계를 한 상태와, Shotcrete 및 rock bolt 설치가 끝난 상태의 2 단계로 구분할 경우 전단계에서 등가굴착력의 50%를 적용하고 나머지 50%는 다음단계에서 적용한다. 또한 3단계로 구분하였을 경우에는 굴착등가력의 50%는 굴착만 한 상태에서 25%는 Green Shotcrete와 Rock bolt가 설치된 상태에서 그리고 최종 25%는 Hard Shotcrete 상태에 적용하여 총 100%의 하중을 적용시킨다. 이러한 단계의 구분 및 단계별 등가굴착력 분배율은 주로 경험적인 문제로서 많은 해석적 경험과 실제 시공시의 계측 결과를 비교검토 함으로써 좀더 합리적인 추론을 할 수 있다고 하겠다.

4) 해석단계간의 data 전달

본 Program은 각 단계별로 수행되기 때문에 단계별 입력 data외에 전단계에서 계산된 정보는 수행하고자 하는 현 단계로 전달되어야 하며 또한 각 단계의 해석결과를 Plotting으로 출력 하기위해서는 각 해석결과에 대한 정보를 저장하여야 한다.

따라서 각 단계간의 정보전달 및 plotting용 정보의 저장은 binary file 로써 구축하여 수행되도록 하였다.

3. 예제 터널 해석

1) 지반특성 및 암반분류

본 지역은 현재 서울 지하철 5호선, 7호선 및 8호선의 터널 표준지보단면 중 풍화암 구간의 복선단면 (PD-3)을 대상으로 하고있다.

터널이 통과하는 지역은 화강암지대로 지표로부터 10 m 까지는 풍화토층, 이로부터 30 m 깊이 까지는 풍화암층이 있고 그 이하는 연암층에 있다.

터널의 invert는 풍화암과 연암의 경계에 있다.

2) 해석영역 및 요소분할

해석영역은 지반의 형상 및 물성치에 따라 차이가 있으나, 본 해석에서는 터널 중심에서 약 2.5D (D: 터널 직경) 정도를 취하였으며, 상부는 지표면 까지 고려하고 측벽과 저면에는 2.5D의 영역을 확보하여 반무한지반 방향으로서는 무한경계 요소를, 그리고 터널간 중심부는 경계조건을 사용하여 정밀도를 높이고저 하였다.

지 반 유 한 요 소 : 1 TO 420 (STEP 1)

지 반 무 한 요 소 : 421 TO 455 (STEP 1)

Shotcrete 요 소 : 1 TO 73 (STEP 4)

Rock - Bolt 요 소 : 456 TO 491 (STEP 1)

여기서 Shotcrete 요소는 지반 굴착 이전에는 지반요소로 사용 되나, Shotcrete 타설이후에는 Shotcrete 요소로 사용된다. 또한, 반 무한 지반쪽 으로는 무한경계 요소를 사용하였으므로 경계조건은 필요치 않다.

3) 초기 응력의 결정

본 터널의 해석에 필요한 지반의 초기응력은 각 요소의 적분점에 그 초기응력을 직접규정에 의하여 지정하였다.

4) 해석단계 및 하중 분담율

본 해석에서는 시간적 변화에 따른 실제의 시공상태와 병행하기 위하여 총 5단계 나누어 해석하였다.

각 해석단계별 내용은 다음과 같다.

○ 1단계 : 상부 반단면 굴착

대상 터널의 상부 반단면 굴착으로, 하중분담율은 굴착하중의 50%이다.

○ 2단계 : 상부 반단면 (Green Shotcrete + Rock-Bolt)

상부 반단면을 굴착한후, Shotcrete를 타설하고 Rock-Bolt를 설치하는 단계로 굴착하중의 25%를 작용 시켰다. 이때, Shotcrete는 Green 상태의 물성치를 적용시켰다.

○ 3단계 : 상부 반단면 (Hard Shotcrete + Rock-Bolt)

전술한 2단계와 동일한, Green상태의 Shotcrete가 시간의 경과에 따라 Hard 상태의 Shotcrete로 바뀌게 되며 하중분담율은 나머지 25%가 된다. 따라서, 상부 반단면 굴착에 기인된 굴착하중의 총 100%가 작용되는 셈이 된다.

○ 4단계 : 하부 반단면 (굴착 + Green Shotcrete + Rock-Bolt)

하부 반단면을 굴착한후, Shotcret를 타설하고 Rock-Bolt를 설치하는 단계로 하중 분담율은 하부 반단면 굴착에 따른 굴착하중의 50%를 작용 시켰다.

본 단계에서도, 2단계와 마찬가지로 Green 상태의 Shotcrete 물성치를 적용하였다.

○ 5단계 : 하부 반단면 (Hard Shotcrete + Rock-Bolt)

전술한 4단계에서의 Shotcrete가 Hard 상태로 바뀌게 되며 하중분담율은 50%로써, 총 100%의 암반하중이 작용되었다.

여기서, 적용한 하중분담율은 터널 자체가 3차원적인 문제이고, 해석점의 변위도 막장의 굴착에 따라 점진적으로 발생되지만 해석자체가 2차적으로 수행되기 때문에 가능한 암반의 거동을 가깝게 모사할 수 있도록 경험적으로 결정한 것이다.

5) 해석결과 및 고찰

5-1) 변 위

해석결과에 따라 예측되는 각 절점의 단계별 변위량은 다음의 표에

나타난바와 같으며 이때의 각 절점의 위치는 후면 그림과 같다.
 표에 도시된바와 같이 터널 천정부의 처짐은 13.309mm, 터널 바닥은 2.206mm정도 융기하며, 지표면의 침하는 8.556mm 가 발생하였다.

(단위 : mm)

STEP	NO	30(Y)	160(X)	160(Y)	230(X)	230(Y)	305(Y)	1027(Y)
STEP 1		-9.967	0.771	-1.760	0.252	0.183	0.806	-7.071
"	2	-1.781	0.239	-0.284	-0.021	0.323	0.447	-0.756
"	3	-1.661	0.381	-0.591	0.035	0.355	0.484	-0.730
"	4	0.020	-0.709	-0.272	0.010	0.060	0.243	-0.018
"	5	0.080	-0.790	-0.145	0.020	-0.026	0.226	0.025
TOTAL		-13.309	-0.108	-3.082	0.296	0.895	2.206	-8.550

cf. (Y) + VE = 上向 (X) + VE = 右向
 - VE = 下向 - VE = 左向

5-2) 주변지반의 응력상태

본 지역은 터널주변 암반이 불량한 관계로 초기응력 상태가 상당히 불안한 상태이며, 이에 따라 터널굴착에 따른 불균형력도 자연적으로 큰 상태이다.

본 지역의 해석결과 암반굴착에 따른 응력교란의 정도가 거의 전영역에 걸쳐 발생되었고 이의 영향이 굴착진행에 따라 전영역에 걸쳐 소성영역을 형성시켰다. 측벽부와 Invert 의 접합부에 응력집중이 발생하고 있으며 마지막 단계에서의 최대발생 주응력은 250T/m²으로 나타났다.

5-3) Shotcrete 응력

결과에서 나타난바와 같이 Shotcrete는 거의 축력에 의해 지배되며 발생하는 모멘트는 극히 미소함을 알 수 있다.

따라서, 유한요소 구성시 Shotcrete를 축력지배요소, 즉 Rod 요소로 모델링 하는것도 충분한 이론적 타당성이 있을것으로 판단된다.

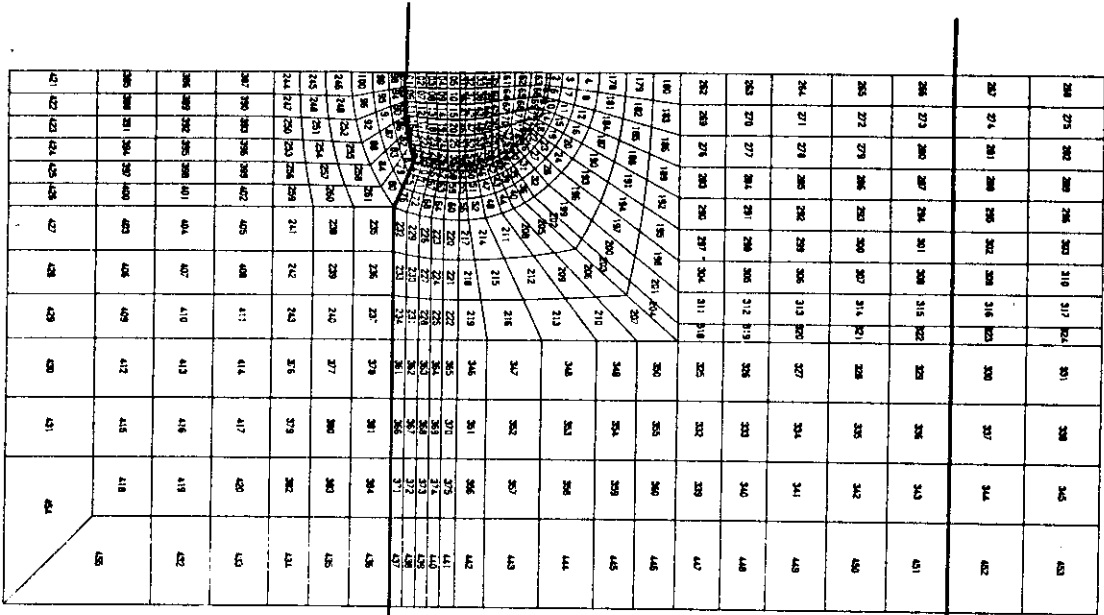
본 해석에서 발생된 Shotcrete의 최대응력은 Shotcrete의 측벽부에서 발생된 $77.535/(1.2 \times 0.2) = 323 \text{t/m}^2$ 로 허용응력 $0.4\sigma_{ck} = 800 \text{t/m}^2$ 보다 이하이다.

5-4) Rock-Bolt 응력

굴착등가력에 의해 발생된 최대응력은 마지막단계의 측벽부에서 발생된 2058kg/cm^2 으로 이는 Rock-Bolt 항복응력의 80%인 $0.8 \times 3500 = 2800 \text{kg/cm}^2$ 보다 이하이다.

5-5) PLOTTER 출력도

- 암반분류도
- 중요절점 번호도
- 주응력 콘타
- 주응력도
- 인장균열도
- 전단균열도
- Shotcrete 단면력도
- 등변위 콘타
- Rock Bolt 단면력도



보사층

중화암층

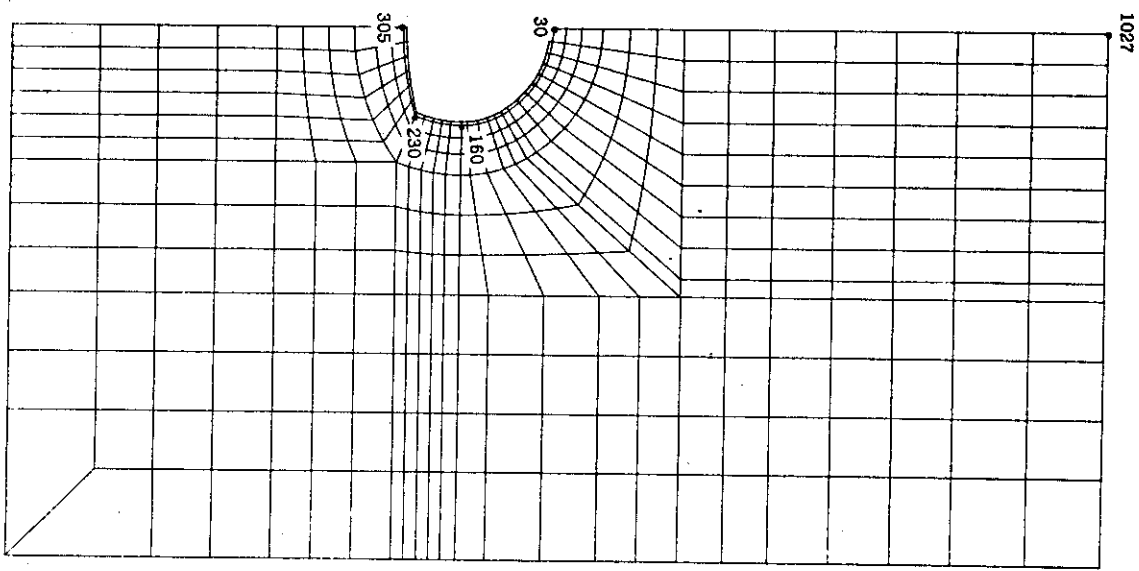
연암층

임 관 관 류 도

SCOTCH ENGINEERING COMPANY, LTD.
I.A.F.E.M. PLOTTING

PROJECT: Tunnel Test Analysis
TITLE: GENERAL ELEMENTS MESH DIAGRAM

DATE: 1.13.81



중요결점번호

SCOTCH ENGINEERING COMPANY, LTD.
I.A.F.E.M. PLOTTING

PROJECT: Tunnel Test Analysis
TITLE: CRACKING STRESS DIAGRAM

DATE: 1.13.81

