

## 유한시간 정정응답에 의한 직류전동기의 속도제어

Speed Control of DC Motor Using Deadbeat Response Method

金榮石 劉完植\*  
(Young-Seok Kim · Wan-Sik You)

仁荷大學校 工科大學 電氣工學科

### ABSTRACT

This paper presents the speed control of DC motor based on deadbeat response method. Since the deadbeat response systems are characterized by the discrete time control, the instability of the systems caused by saturation and time lag problems is inevitable. In order to release these problems, we propose a compensator utilizing the predictive control so that the fast response can be also achieved in the saturation state.

Experimental results demonstrated that outputs are able to settle final values in one sampling time for unsaturated reference inputs. For saturated reference inputs, outputs take one sampling time after getting free from the saturation state. Further we are able to settle the fast response with suppressed overshoot by applying the predictive control.

### 1. 서론

산업이 급속한 발전과 더불어 전동기에 있어서도 고성능의 제어특성이 요구되어지고 있다. 고강도 고속응답특성을 얻기 위한 제어법으로 PI, PID 보상기 또는 진상-지상 보상기등을 적용한 연속치제어계가 적용되어 왔다[1]. 그러나 이러한 제어법법은 루프이득에 매우 민감하고, 설계가 번거우며, 잡음의 영향을 받기 쉬운 단점이 있다. 그래서 어떤 특정한 것에 제한되지 않고 매우 다양한 제어를행할 수 있으며, 소프트웨어상에서 제어기의 처리정수나 알고리즘인

유 수정함으로써 설계변경에 용이하게 대처할 수 있는 정점을 가진 마이크로프로세서를 이용한 이산치제어가 널리 행해지고 있다[2][3]. 이산치제어법 중 유한시간 정정응답제어는 최소의 샘플링시간으로 목표치에 정정되고 정상상태오차거의 없는 특성을 가지고 있는데, 이러한 유한시간 정정응답 제어를 이용한 직류전동기의 속도제어법에 대한 연구가 행하여 졌다[4]~[6]. 유한시간 정정응답제어에 있어서는 이산치제어에서 일반적으로 나타나는 문제점 즉, 포화현상과 검출지연 등의 문제점이 대두된다. 따라서 최근에는 이러한 시간지연, 검출지연의 문제점을 해결하기 위한 예측제어법 등이 제안되고 있다 [4]~[7]. 그러나 제어량포화 현상은 제어계의 응답을 지연시키는 문제가 있음에도 불구하고 대부분의 연구는 제어량포화의 문제점에 대해서는 거의 언급하지 않고 있어 이에대한 연구도 행해져야 하리라고 본다.

본 연구에서는 제어량포화를 고려한 유한시간 정정응답 제어를 이용하여 보상기를 설계함으로써 포화상태에서도 고속정정이 가능한 직류전동기의 속도제어를 행하고자 한다. 또한, 검출지연이 문제를 해결하기 위해 펄스엔코더의 출력펄스열을 일정시간 개수함으로써 얻어진 평균속도의 검출치를 복수개 사용하여 현시점에서의 순시속도를 예측하고 그 예측치를 속도기환신호로써 사용하는 순시속도 예측법을 이용한 경우의 속도응답성에 대해서도 검토한다.

### 2. 유한시간 정정응답 제어

그림 1은 샘플치제어계의 블록선도이다. 이 시스템에서  $D(z)$ 는 보상기(마이크로프로세서),  $H$ 는 임차출터 요소(D/A변환기),  $G$ 는 제어대상을 나타

낸다. 그림 1에서 나타낸 시스템의 폐루프 전달 함수를  $W_c(z)$ 라 하면

$$W_c(z) = \frac{D(z) HG(z)}{1 + D(z) HG(z)} \quad (1)$$

이므로, 식 (1)로부터  $D(z)$ 는

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \frac{W_c(z)}{1 - W_c(z)} \quad (2)$$

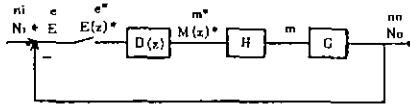


그림 1 샘플치 제어계의 블록선도

가 된다.  $D(z)$ 는  $W_c(z)$ 가 적절하게 결정되면 마이크로프로세서상에서 프로그램에 의해 정해진다. 여기서,

$$H = \frac{1 - e^{-T \cdot s}}{s}, \quad T = \text{샘플링 주기}$$

$$G = \frac{1}{1 + T_m \cdot s}, \quad T_m = \text{전동기의 기계적 시정수}$$

그런데,  $W_c(z)$ 는 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$W_c(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m} \quad (3)$$

이렇게  $W_c(z)$ 를  $z^{-1}$ 의 급수로 전개했을 때 유한개의 항수로 끝나도록 하면 유한개의 샘플링 동작으로 목표치에 정정시킬 수 있다. 일반적으로, 제어대상의 차수가  $m$ 차인 경우 임의의 초기치로부터  $m$ 회의 샘플링동작으로 목표치에 정정시킬 수 있는데, 이것을 유한시간 정정응답(Deadbeat Response)이라 한다[8][9].

### 3. 시스템의 구성 및 보상기의 설계

#### 3.1 시스템의 구성

그림 2에 시스템 구성의 개략도를 표시한다. 마이크로프로세서는 8bit Z80를 사용하고 속도검출은 분해능 2000 Pulse/rev의 펄스엔코더를 사용했다. 구동회로는 4상한 초퍼로 D/A변환기의

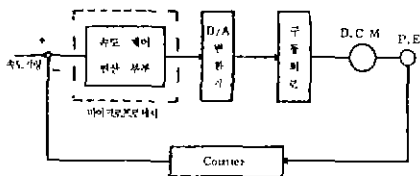


그림 2 시스템 구성의 개략도

출력전압이 1.75배 선형증폭되어 직류전동기에 인가된다.

#### 3.2 보상기의 설계

속도제어의 경우 제어대상은 1차로 근주할 수 있으므로,  $W_c(z) = a_0 + a_1 z^{-1}$  이 된다. 그런데

$$HG(z) = Z \{ HG \} = z^{-1} \frac{1 - e^{-T/T_m}}{1 - z^{-1} e^{-T/T_m}} \quad (4)$$

이 때의 첫 항이  $z^{-1}$ 로 시작되므로 시스템이 물리적으로 실현 가능하기 위해서는  $W_c(z)$ 의 첫 항은  $HG(z)$ 의 첫 항과 차수가 같아야하고 개의 제어입력은 개단입력이므로

$$W_c(z) = z^{-1} \quad (5)$$

이 된다. 식 (4)와 식 (5)를 식 (2)에 대입하면  $D(z)$ 는

$$D(z) = \frac{1 - z^{-1} e^{-T/T_m}}{1 - e^{-T/T_m}} \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (6)$$

이 된다. 또,

$$D(z) = \frac{N(z)}{E(z)} \quad (7)$$

로 나타낼 수 있으므로, 식 (6), 식 (7)로부터

$$\frac{N(z)}{E(z)} = \frac{1 - z^{-1} e^{-T/T_m}}{1 - e^{-T/T_m}} \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (8)$$

가 되며, 식 (8)에 본 시스템의 전체이득  $K$ 를 대입하고 역  $z$ 변환하여 정리하면 다음과 같다.

$$m[nT] = \frac{1}{K(1 - e^{-T/T_m})} e[nT] - \frac{e^{-T/T_m}}{K(1 - e^{-T/T_m})} e[(n-1)T] + m[(n-1)T] \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (9)$$

그런데, 식 (9)를 이용하면 1 샘플링 정정이 가능하다. 그 가능한 범위는 한정된다. 지금, 직류전동기를 정지상태로부터 회전시킨다면, 식 (9)에서  $m[-T] = e[-T] = 0$  이므로, 최초의 출력  $m[0]$ 는

$$m[0] = \frac{1}{K(1 - e^{-T/T_m})} e[0] \quad (10)$$

이고, 본 시스템에서 1 샘플링시간에 정정할 수 있는 속도는  $m[0]$  값이 256을 넘지않는 범위내로 제한된다. 따라서 속도지령치  $n_1$ 가 포화속도 이상인 경우는 직류전동기에 인가하는 전압이 포화하이 1 샘플링으로 정정할 수 없게 된다. 이 경우는 미리 전압이 포화를 고려해서 1 샘플링시간으로 정정시켜주는 새로운 보상기  $D(z)$ 가 필요하게 된다.

3.3 전압의 포화를 고려한 보상기 D(z)의 설계

그림 3으로부터, 우선 A점에서 초기전압이 포화상태에서 벗어났다고 하면, 그 때까지는 제한 전압이 인가되고 있으며, 이 상태로는 D점에 도달하지만 실제로는 C점에 도달하도록 해야 한다. 현재 t = iT 상태에 있다고 하고, E점으로 향하는 속도를 내는 전압 ΔM을 A점에서 인가하면

$$(1 - e^{-T/T_m})\Delta M = -\Delta n \quad (11)$$

이 되며, 단,

$$\Delta M = M(z) - z^{-1}M(z) \quad (12)$$

$$\Delta n = i\bar{n} = \bar{A}\bar{F}e^{-T/T_m} \quad (13)$$

이고, 지금 A점에 있는 상태이므로

$$\bar{A}\bar{F} = z^{-1}E(z) - E(z) \quad (14)$$

가 된다. 식 (13), (14)로부터

$$\Delta n = [z^{-1}E(z) - E(z)] e^{-T/T_m} \quad (15)$$

이 된다. 식 (15)를 식 (11)에 대입하여 M을 구하면 속도가 B점으로 향하게 되지만 실제로는 C점으로 향해야 하므로 식 (13)의 Δn으로부터 BC = E(z)를 빼주면

$$(1 - e^{-T/T_m})[M(z) - z^{-1}M(z)] = E(z) - [z^{-1}E(z) - E(z)] e^{-T/T_m} \quad (16)$$

가 된다. 여기에 전체이득을 고려하고 역 z 변환하면 다음과 같다.

$$m[nT] = \frac{1 + e^{-T/T_m}}{k(1 - e^{-T/T_m})} e[nT] - \frac{e^{-T/T_m}}{k(1 - e^{-T/T_m})} e[(n-1)T] + m[(n-1)T] \quad (17)$$

그런데, 식 (16)을 구하는 조건이 z<sup>-1</sup>E(z)와 E(z)가 지수함수적으로 변화한다는 조건하에서 구했기 때문에 식 (17)은 t = 0인 상태, 즉 기동시에는 적용할 수 없다. 따라서, 식 (17)을 기동시에도 사용할 수 있도록 식 (15)의 [z<sup>-1</sup>E(z) - E(z)]의 항을 실속도 N(z)로 표시하도록 한다. 즉,

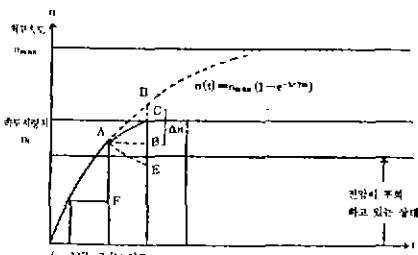


그림 3 진입 포화상태로부터 벗어난 후 1 샘플링 치간내에 목표치에 정경시키는 과정

$$\Delta n = [N(z) - z^{-1}N(z)] e^{-T/T_m} \quad (18)$$

이 되고 식 (18)를 식 (16)에 대입하여 정리하면

$$m[nT] = \frac{1}{k(1 - e^{-T/T_m})} e[nT] - \frac{e^{-T/T_m}}{k(1 - e^{-T/T_m})} \{n_0[nT] - n_0[(n-1)T]\} + m[(n-1)T] \quad (19)$$

이 된다. 식 (19)는 식 (17)과 등가이며, t = 0인 상태에서도 사용할 수 있다.

3.4 예측제어를 적용한 보상기의 설계

본 논문에서는 속도귀환신호로서 펄스연속터의 출력펄스열을 일정시간 계수한 것을 사용하기 때문에 검출지연이 발생하는데, 이의 해결을 위해 예측제어를 적용한 보상기를 설계한다.

진동기의 실제속도 n(t)가 그림 4와 같이 변화하고 있다면, 이때 펄스연속터의 출력펄스열을 일정시간 마다 계수하면 속도검출치 N은 그림 4와 같다. 즉 i 번째의 샘플링시점에서 검출된 속도검출치 N<sub>i</sub>는 양지화오차를 무시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_i = \frac{1}{T} \int_{(i-1)T}^{iT} n(t) dt \quad (20)$$

식 (20)에서 나타낸듯이 속도검출치 N<sub>i</sub>는 (i-1)T에서 iT까지의 속도의 평균치를 의미하고 있으므로 iT시점에서의 순시속도 n<sub>i</sub>와 검출된 평균치 N<sub>i</sub>는 다르게 된다. 따라서, 이점을 개선하기 위하여 검출된 평균속도 N<sub>i</sub>와 N<sub>i-1</sub>를 사용하여 순시속도 n<sub>i</sub>를 예측하고 그 값을 속도귀환신호로 사용하는 방법을 고찰한다.

2 샘플링시점 사이의 속도 n(t)가 1차함수로 변화하고 있다고 가정하면

$$n(t) = at + b \quad (21)$$

가 되고, (i-1), i번째의 샘플링시점에서의 속도 검출치 N<sub>i-1</sub>, N<sub>i</sub>는 다음과 같다.

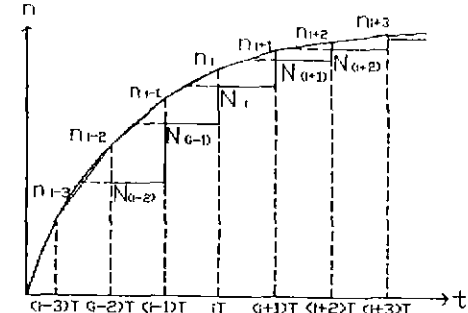


그림 4 순시속도 예측법

$$N_{i-1} = a\{(i-2)T + (i-1)T\}/2 + b$$

$$= a(2i-3)T/2 + b \quad \text{----- (22)}$$

$$N_i = a\{(i-1)T + iT\}/2 + b$$

$$= a(2i-1)T/2 + b \quad \text{----- (23)}$$

여기서  $iT$  시점에서의 순시속도  $n_i$ 는 식 (21)에 의해 다음과 같이 된다.

$$n_i = a iT + b \quad \text{----- (24)}$$

식 (22), (23), (24)로부터  $a$ ,  $b$ 를 소거하면 1차식 근사를 이용한 순시속도의 예측치  $n_i^*$ 는 다음과 같이 된다.

$$n_i^* = \frac{3 N_i - N_{i-1}}{2} \quad \text{----- (25)}$$

#### 4. 실험 결과 및 검토

실험에 사용된 시스템의 상수와 전체이득  $K$ 는 표 1과 같다.

표 1. 시스템의 상수 및 전체이득

샘플링시간	$T$	2.9 msec
기계적 시정수	$T_m$	20.9 msec
전기자 저항	$R_a$	13.3 ohm
관성	$J$	0.29 G·CM·SEC <sup>2</sup>
역기전력 상수	$K_E$	13.8 V/KRPM
토크 상수	$K_T$	1.4 KG·CM/A
D/A변환기 이득	$A$	10/256
구동회로 이득	$B$	1.75
펄스엔코더 이득	$C$	96.7/KRPM
전체이득	$K$	$A \cdot B \cdot C \cdot 1/K_E = 0.4790$

실험은 컴퓨터 모의실험과 실제실험 두 가지를 행하였고, 비교를 위하여 컴퓨터 모의실험 파형과 실제실험 파형을 병행해서 보이도록 한다.

그림 5와 그림 6은 속도지령치가 103[rpm]인 때 응답이다. 이와 같이 속도지령치가 제한속도 166[rpm] 이하인 경우는 식 (9)에 의해 1 샘플링 시간으로 정정할 수 있다.

그림 7과 그림 8은 속도지령치가 550[rpm]인 경우이며, 제대로 유한시간 정정응답이 되어있지 않음을 볼 수 있다. 이것은 전압이 포화하고 있기 때문이다. 따라서, 포화를 고려한 보상기가 설계되어야 한다. 그림 9와 그림 10은 포화를 고려한 식 (19)를 이용한 경우의 응답이다. 이것은 그림 8에 비해 속응성은 비교적 양호하지만 이득이 비교적 크기 때문에 정상시에 진동이 발생하고 있다. 따라서 속응성이 양호하면서도 정상시에 진동이 없는 보상기가 필요하게 된다. 그림 10에서 본 것처럼 식 (19)를 이용하면 정상시에

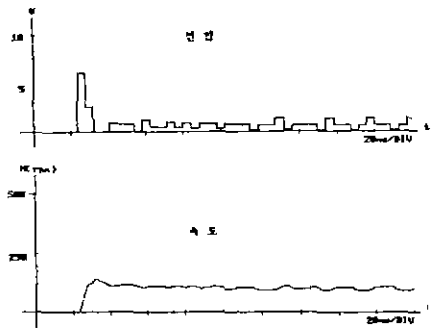


그림 5 식 (9)를 이용한 경우의 컴퓨터 모의실험 (전압이 포화하지 않은 경우)

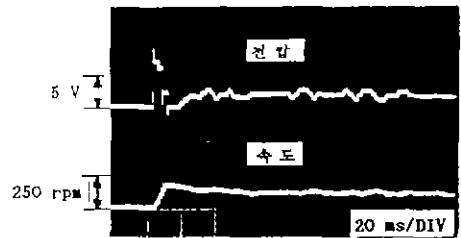


그림 6 식 (9)를 이용한 경우의 속도응답 (전압이 포화하지 않은 경우)

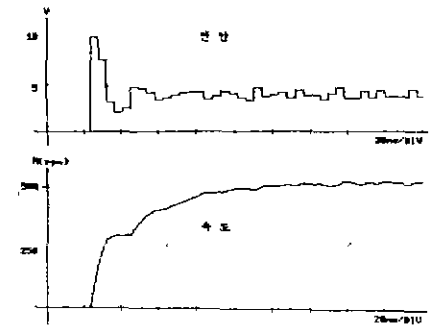


그림 7 식 (9)를 이용한 경우의 컴퓨터 모의실험 (전압이 포화하고 있는 경우)



그림 8 식 (9)를 이용한 경우의 속도응답 (전압이 포화하고 있는 경우)

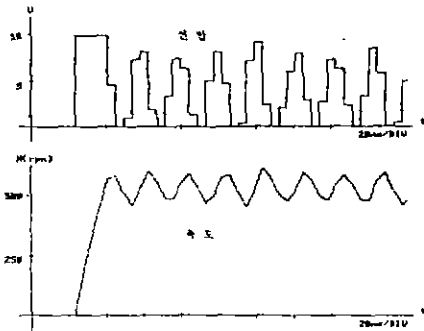


그림 9 식(19)를 이용한 경우의 컴퓨터 모의실험 (전압이 포함되어 있는 경우)

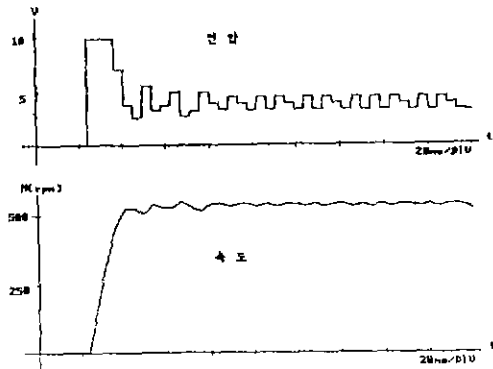


그림 13 예측제어의 컴퓨터 모의실험

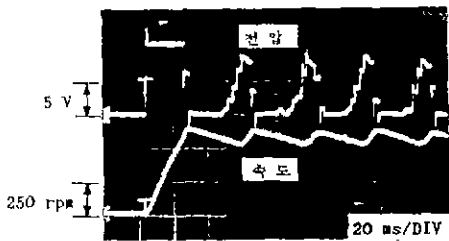


그림 10 식(19)를 이용한 경우의 속도응답 (전압이 포함되어 있는 경우)

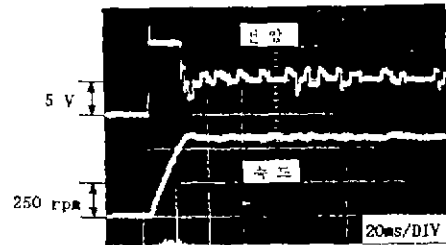


그림 14 예측제어에 의한 속도응답

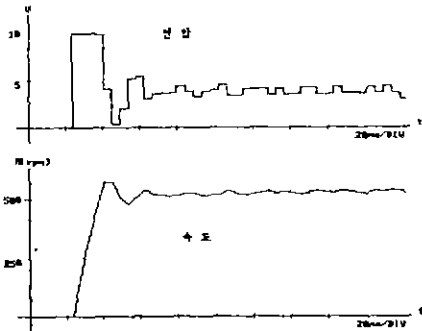


그림 11 과도시에는 식(9), 정상시에는 식(19)를 이용한 컴퓨터 모의실험

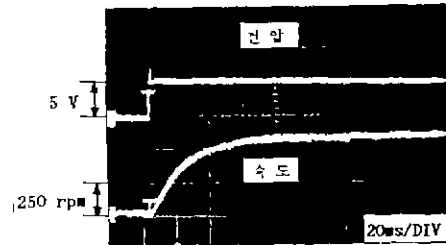


그림 15 제어되지 않은 경우의 응답

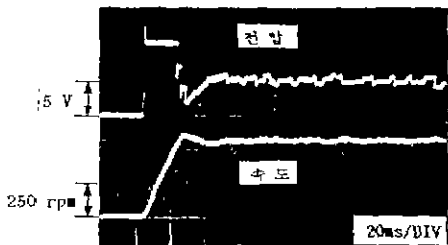


그림 12 과도시에는 식(9), 정상시에는 식(19)를 이용한 경우의 속도응답

진동이 생기므로, 전압이 포함되어 있는 상태에서 부터 벗어날 때까지의 과도시에는 식(19)를 사용하고, 그 이후 정상시에는 식(9)를 이용하도록 한다. 그림 11과 그림 12는 식(9)와 식(19)를 조합한 경우의 실험결과이다. 그림 11은 그림 8에 비해 속응성이, 그림 9에 비해 진동이 개선되었음을 알 수 있다. 그림 13과 그림 14는 예측 제어법을 적용하여 지령치 550[rpm]으로 실험한 경우의 응답이다. 그림에서 보면 알 수 있듯이 과도상태에서의 오우버슈우트가 양호하게 제어되어 고속으로 정정하고 있다. 정상상태에서 전압의 맥동이 보이고 있는데 이것은 앞에서 보인 그림들에서의 정상상태의 전압맥동과 마찬가지로 마이크로프로세서가 연산에 소모하는 시간에서 생기는 오차, 속도귀환에서 생기는 오차, 소수

검 부분을 무시한 양자하오차 등에 의해서 생기는 것이다. 이러한 오차는 고속 대용량 마이크로프로세서의 채용과 속도귀환신호의 정밀도를 높이기므로써 해결할 수 있다.

이상의 실험결과와 비교를 위하여 참고로 제어하지 않은 상태에서의 응답을 보인다. 그림 15는 정상상태속도 550[rpm]에 해당하는 제어하지 않은 일점전압을 계단적으로 가했을 때의 파형으로 그림 14는 그림 15에 비하여 응답속도가 매우 향상되었음을 알 수 있다.

### 5. 결론

이상으로 유한시간 정정응답 제어이론을 이용하여 직류전동기의 속도를 최소한의 시간내에 목표치에 정정시키는 제어 알고리즘을 개발했으며, 이 알고리즘을 적용한 컴퓨터 모의실험과 실제실험을 행함으로써 고속 응답특성을 얻을 수 있음을 확인하였다.

본 논문에서 얻은 결과로는,

- 1) 전압이 포화되지 않을 때는 1 샘플링시간으로 목표치에 정정할 수 있었으며,
- 2) 전압 포화시에는 미리 전압의 포화를 고려한 보상기를 적용함으로써, 유한회의 샘플링에 의해 목표치에 정정시킬 수 있음을 확인할 수 있었고,
- 3) 순시속도 예측법을 적용함으로써 검출지연에 의해 발생하는 문제점을 해결할 수 있었다.

급후의 과제로는 이 이론을 적용하여 속응성이 우수하고 정밀도가 높은 위치제어 시스템의 개발 등이 있다.

### 참고 문헌

[1] THADJAPAN KRISHNAN and BEJLAMKONDA RAMASWAMI, "A Fast-Response DC Motor Speed Control System", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-10, No.5, pp634-651, Sep./Oct.1974

[2] NICHOLAS J. KRIKELIS, SPILOS D. FASSOIS, "Microprocessor Implementation of PID Controller and Lead-lag Compensators", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-31, pp79-85, February 1984

[3] PRADEEP K. NANDAM, PARESH C. SEN, "Analog and Digital Speed Control of DC Drivers using Proportional-Integral and Integral-Proportional Control Techniques", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-34, pp227-233, May 1987

[4] JIANG JING-PING, RICHARD S. MARLEAU, "Digitally Controlled DC Drive Motors", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-18, No.6, pp728-735, Nov./Dec. 1982

[5] J.M. Ho, "The Study of Predictive Observer in a Motor Drive System", IECON'87, pp189-196, 1987

[6] YOSHIHARU HARADA, HIROSHI MURATA, SETSUO SAGARA, "有限整定應答装置によるフィードフォワード制御とその直流電動機速度制御系への適用", 日本電気学会論文誌 B, Vol.106, No.2, pp174-180, 1986

[7] YUMIO HARASHIMA, SEIJI KUNDO, "Robust State Observer and Variable Sampling Technique for Performance Improvement of a Motor Drive System", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-30, No.4, pp325-329, Nov. 1983

[8] Katsuhiko Ogata, "Discrete-Time Control Systems" Prentice-Hall, INC., 1987

[9] H. SFRAJ, "Deadbeat Control of Discrete-time System using Output Feedback", INT. J. CONTROL, Vol.21, No. 2, pp213-223, 1975