

몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 채광창을 가지는 실내면의 조도계산에 관한 연구 A STUDY ON COMPUTING ILLUMINANCE DISTRIBUTION OF THE INTERIOR WHICH HAS DAYLIGHT APERTURE BY MONTE CARLO SIMULATION

송민호* 김석환 지철근
SONG.M.H KIM.S.W CHEE.C.K

서울대학교 대학원 전기공학과

Dept. of Electrical Eng. Seoul National University

ABSTRACT

The Monte Carlo Simulation has been used widely in physics for computing flux transfer, principally in applications where direct solution of analytical equations is very difficult. But it seldom has been applied in determining interior lighting. This article summarizes the Method, and deals with numerical results of illuminance distribution. This Method considers daylight as well as artificial light sources.

1. 서론

설계의 초기 단계에서 인공광이나 자연광에 의한 실내의 조도 분포를 예측할 수 있는 방법은 여러가지가 제시되어 있다. 그러나 실내면의 구조가 보다 복잡한 형태를 가지게 될 경우, 이것을 analytic하게 분석하는 것은 매우 어려운 일이다. 또한 컴퓨터가 차지하는 비중이 점점 커지고 있는 현대 사회에서, 컴퓨터를 사용하여 조도의 분포를 예측할 수 있는 package의 개발은 시급하다 할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 Monte Carlo Simulation 을 이용하여 실내면의 조도를 계산하는 algorithm에 대한 소개와, 광원의 배광분포에 맞는 Random 함수의 작성, 그리고 인공광과 자연광에 대한 실제 계산 결과의 비교분석 결과를 제시한다.

II. 본론

2.1 조도 계산 Monte Carlo Simulation

이 방법은 입자의 발사 지점으로부터 실제 흡수면까지의 경로를 반복 계산하는 것이다. 발생되는 입자의 방향, 두과면을 통과하여 굴절되거나 벽면에 부딪혀 반사하는 경우의 반사 굴절 방향, 대기의 혼탁도에 따른 대기 중 흡수여부가 모두 그 상황에 따른 Random 함수에 따라 발생하는 Random Number 에 의해서 결정된다.

다음의 그림은 Monte Carlo 조도 계산 프로그램 flow chart 의 중심 부분이다.

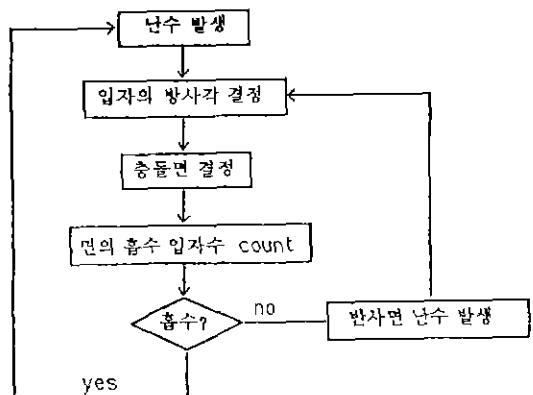


그림 1. flow chart 의 중심 부분

이러한 시뮬레이션 동작은 계속 반복된다. 어떤 지점의 조도는 전체 발사된 입자의 수에 대한 그 표면에 충돌한 입자의 수에 비례해서 결정된다. 이런 경우, 계산된 조도의 오차의 정도는 반복 횟수의 제곱근에 반비례하므로, 원하는 신뢰도를 얻기 위해서는 적절한 반복 횟수의 조절이 필요하다. 조도 분포를 보다 정밀하게 계산하기 위해서 각 실내면을 똑 같은 크기로 분할 된 1,600 개의 표면으로 나눈다.

2.2 Scaled Random Numbers

Monte Carlo Method의 초점은 연속되는 계산 과정에서 쓰이는 Random Number의 사용에 있다. 배광의 확률적 분포에 맞는 Random Number를 발생하는 함수를 작성해야 한다.

2.2.1 균등 배광 광원의 scaled Random Numbers

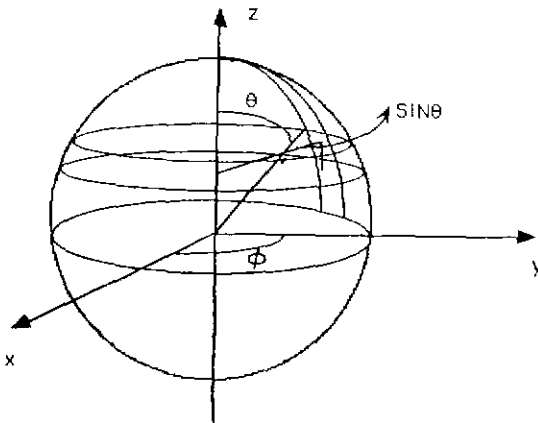


그림 2. 입자 방사 Random 함수의 결정

$$\begin{aligned}
 P(\theta) d\theta &= 2\pi \text{SIN}\theta d\theta / \int 2\pi \text{SIN}\theta d\theta \\
 &= 1/2 \text{SIN}\theta d\theta \quad (\text{적분 구간 ; } 0 - \pi) \\
 \int 1/2 \text{SIN}\theta d\theta &= 1/2(1 - \text{COS}\theta_0) = R \\
 (\text{적분 구간 ; } 0 - \theta_0) \\
 \text{즉, } \theta_0 &= \text{COS}^{-1}(1 - 2R) \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

2.2.2 완전 확산 반사면에서의 scaled Random Number

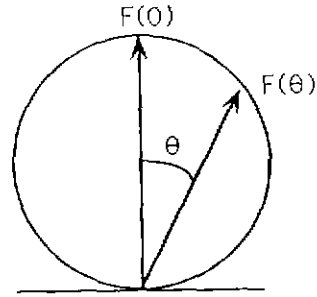


그림 3. 반사면 Random 함수의 결정

$$\begin{aligned}
 F(\theta) d\theta &= \\
 &= 2\pi F(0) \text{COS}\theta \text{SIN}\theta d\theta / \int 2\pi F(0) \text{COS}\theta \text{SIN}\theta d\theta \\
 &= 2 \text{COS}\theta \text{SIN}\theta d\theta \quad (\text{적분 구간 ; } 0 - \pi/2) \\
 \int 2 \text{COS}\theta \text{SIN}\theta d\theta &= 1/2(1 - 2\text{COS}\theta_0) = R \\
 (\text{적분 구간 ; } 0 - \theta_0) \\
 \text{즉, } \theta_0 &= \text{COS}^{-1}(1 - 2R) / 2 \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

2.3 기하학적 고려사항

2.3.1 공간 내의 좌표

입자의 위치는 직각좌표계 X,Y,Z 로 표시된다. 입자가 원래의 위치 (X₀, Y₀, Z₀)에서 새로운 위치 (X₁, Y₁, Z₁)로 움직이는 경우를 생각해 보자. 입자의 방향은 그림과 같이 두 각 α, β 에 의해서 결정된다.

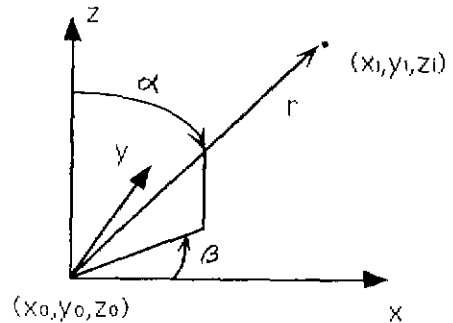


그림 4. 공간 내의 좌표

입자의 새로운 좌표는 원 좌표를 이용해서 다음과 같이 얻어진다.

$$X_1 = X_0 + rC_1$$

$$Y_1 = Y_0 + rC_2$$

$$Z_1 = Z_0 + rC_3$$

이 때

$$C_1 = \text{SIN}\alpha \text{ COS}\beta$$

$$C_2 = \text{SIN}\alpha \text{ SIN}\beta \dots\dots\dots(3)$$

$$C_3 = \text{COS}\alpha$$

C_1, C_2, C_3 는 방향 코사인이다.

2.3.2 평면

평면은 일직선 상에 있지 않은 세 점으로부터 정의되어 질 수 있는데, 이 경우 그림과 같이 평면 위의 점을 P_1, P_2, P_3 라 하면, 이 점들로부터 얻어지는 두 벡터의 cross-product 에 의하여 다음과 같이 평면의 방향 벡터를 구한다.

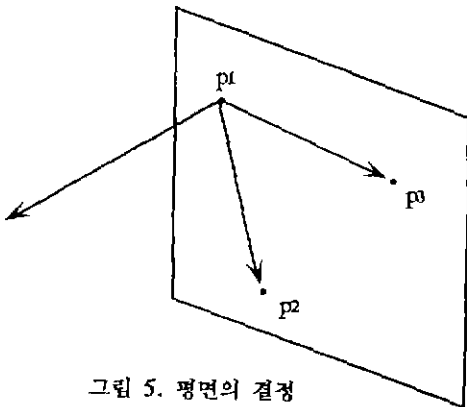


그림 5. 평면의 결정

$$n_1 = (Y_b - Y_a)(Z_c - Z_a) - (Y_c - Y_a)(Z_b - Z_a)$$

$$n_2 = (X_c - X_a)(Z_b - Z_a) - (X_b - X_a)(Z_c - Z_a)$$

$$n_3 = (X_b - X_a)(Y_c - Y_a) - (X_c - X_a)(Y_b - Y_a)$$

그리고 $m = (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)^{1/2}$

그러면 방향 코사인은

$$d_1 = n_1/m = \text{SIN}\alpha \text{ COS}\beta$$

$$d_2 = n_2/m = \text{SIN}\alpha \text{ SIN}\beta \dots\dots\dots(4)$$

$$d_3 = n_3/m = \text{COS}\alpha$$

와 같이 결정되므로 평면의 방정식은 이로부터 구해질 수 있다.

2.3.3 평면과 선과의 교점

광원으로부터 주어진 방향으로 발사된 입자는, 어떤 평면에 부딪히게 된다. 입자가 이루는 직선의 방향벡터가 l_1, l_2, l_3 라 하고, 평면의 방향 벡터가 d_1, d_2, d_3 라면 평면과 직선의 교점의 좌표 X, Y, Z 은

$$X = l_1 t + X_0$$

$$Y = l_2 t + Y_0 \dots\dots\dots(5)$$

$$Z = l_3 t + Z_0$$

$$t = (D - d_1 X_0 - d_2 Y_0 - d_3 Z_0) / \text{div}$$

$D =$ 원점과 평면 사이의 거리

$$\text{div} = l_1 d_1 + l_2 d_2 + l_3 d_3$$

와 같이 된다.

평면을 1,600개의 미소 면적으로 분할했으므로 이 교점의 좌표 (X, Y, Z) 에 해당하는 면소의 counter 에 하나의 count 를 더한다.

2.3.4 평면에서의 반사

입자와 충돌한 평면의 반사율이 ρ 라면

$R > \rho$: 흡수

$R \leq \rho$: 반사 (R : Random Number)

2.3.4.1 좌표축의 회전

충돌면에서의 입자의 방향 변화를 계산할 때 원 좌표계보다는 충돌면에 새로운 좌표계를 잡아서 계산하는 것이 편리하다. 이런 경우 원 좌표계의 방향 코사인 C_1, C_2, C_3 와 충돌면의 좌표계에 따른 방향 코사인 C_1', C_2', C_3' 과의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{COS}\theta \text{COS}\phi & \text{SIN}\phi & \text{SIN}\theta \text{COS}\phi \\ -\text{COS}\theta \text{SIN}\phi & \text{COS}\phi & \text{SIN}\theta \text{SIN}\phi \\ -\text{SIN}\theta & 0 & \text{COS}\theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_1' \\ C_2' \\ C_3' \end{pmatrix}$$

.....(6)

즉, $C = RC'$ 이다.

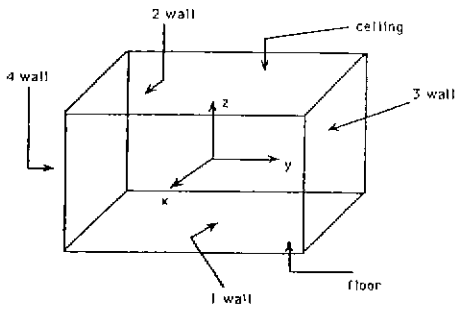


그림 6. 좌표축의 회전

실내의 각 평면에 따른 θ, ϕ 값은 다음과 같다.

표 1. 평면의 회전각

	θ	ϕ
FLOOR	0	0
CEILING	π	0
1 WALL	$-\pi/2$	0
2 WALL	$\pi/2$	0
3 WALL	$-\pi/2$	$-\pi/2$
4 WALL	$\pi/2$	$-\pi/2$

2.4 입자 경로의 모델링

2.4.1 점광원 방사

광원의 광도가 모든 방향으로 동일하다면 식 (1) 에 의해서

$$\alpha = \cos^{-1}(1 - 2R_1)$$

$$\beta = 2\pi R_2 \quad \dots\dots\dots(7)$$

입자의 방향 코사인은 식 (3) 으로부터 구할 수 있다.

2.4.2 확산 반사면에서의 방사

식 (2) 에 의하여

$$\alpha = \cos(1 - 2R_3) / 2$$

$$\beta = 2\pi R_4 \quad \dots\dots\dots(8)$$

발사된 입자의 방향 코사인은 식 (3) 와 표 1 에 의해서 얻어진다.

표 2 는 (7) 과 (8) 식으로부터의 시험 결과이다. 정육면체의 중앙이 광원의 위치이다.

표 2. Random 함수의 시험 결과

	Ceiling	Floor	1 Wall
$\rho = 0$	100931	100952	998441
$\rho = 0.3$	1429824	1429551	1427808
$\rho = 0.7$	3329704	3331202	3331837
	2 Wall	3 Wall	4 Wall
$\rho = 0$	999585	1000567	999524
$\rho = 0.3$	1428552	1428153	1427671
$\rho = 0.7$	3330471	3329910	3331289
	합계	이론계산치	
$\rho = 0$	6000000	6000000	
$\rho = 0.3$	8571559	8574857	
$\rho = 0.7$	19984413	20000000	

2.4.3 면광원에서의 방사

광원이 면의 형태를 가질 경우 이는 점광원의 집합체로 본다.

그림과 같은 면광원의 경우 Random Number의 발생으로 면 내의 한 점광원을 선택한다.

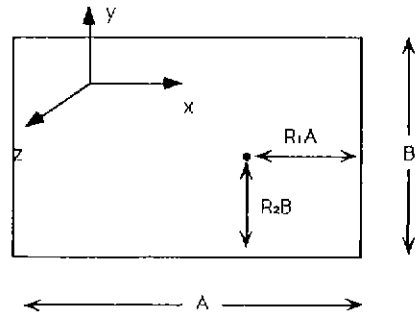


그림 7. 면광원

즉 점광원의 좌표 (X_p, Y_p, Z_p)는

$$\begin{vmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{vmatrix} = R \begin{vmatrix} R_1 A \\ R_2 B \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{vmatrix}$$

(X_o, Y_o, Z_o 는 면 광원의 끝 점의 좌표)

2.4.4 주장의 이용

창을 통해 들어오는 주광은 3 가지로 분류될 수 있다.

- ① 태양으로부터 직접 입사되는 빛
- ② 확산되어 입사되는 빛
- ③ 땅으로부터 반사되어 입사되는 빛

①은 그 지역의 latitude, 태양의 높이와 창 의 방향으로부터 빛의 방향을 결정한다. ②와 ③은 이상적인 배광 분포를 가정한다.

2.4.5 대기의 혼탁도에 따른 흡수

오염된 대기 중에서 입자는 충돌 면에 닿기 전에 흡수 될 수 있다. I_r 이 대기를 통과한 후의 빛의 세기이고, I_0 가 $r = 0$ 인 지점에서 세기 라면

$$I_r / I_0 = e^{-kr} \dots\dots\dots(9)$$

이로부터 입자가 흡수되기 전의 경로의 길이 $r' = -(1/k)\log R$ 이 된다.

2.5 조도의 계산

각 면소의 조도는 다음 식으로 계산되어 진다.

$$E = NF / N_0A \dots\dots\dots(10)$$

N : 각 면소의 입사 광자수

N_0 : 전체 방사 광자수

A : 면소의 면적

F : 실제 광원의 방사 광속수

III. 결론

쉬운 문제 - 간단한 확산 면을 가지는 직사각 구조의 실내에서의 조도 계산 - 에서는 Monte Carlo Simulation 보다는 다른 직접적인 flux 계산 방법들이, 같은 정도의 프로그램 길이나 컴퓨팅 시간이 주어질 경우 보다 높은 정확도의 수치를 얻을 수 있다. 그러나 문제가 복잡해질수록 Monte Carlo Method는 다른 방법에 비해 간단한 계산량을 보인다. 따라서 Monte Carlo

Method는 두 가지 경우에 효과적인 면을 지닌다고 보겠다.

첫째 ; 복잡한 내부 반사의 문제를 가지는 경우, 즉 실내의 구조가 복잡하고, 반사면의 반사율이 간단하지 않으며, 대기중의 흡수가 있는 경우.

둘째 ; 계산 결과의 보다 높은 수준의 graphic 출력을 원할 경우.

IV. 참고 문헌

1. 지철근, 전기용용, 문운당, 1987
2. Nagata.M, " Calculation of Illuminance Distribution in Concave Interior by the Monte Carlo Method ", J.Illum.Engng.Inst.Jpn.Vol 72 No 10(1988) P 8-12
3. Nagata.M, " Calculation of Illuminance distribution in the concave interior with a partition by the Monte Carlo Simulation ", Trans, IEE, Japan, Vol.108(1988) P 47
4. P.R.Tregenza, " The Monte Carlo method in lighting calculations ", Lighting Research & Technology Vol.15 No.4 1983
5. J.E.Kaufman, H.Haynes, eds. ,IES Lighting Handbook(1984)
6. 권영혜, " Design of Daylighting Aperture using Daylight Factors and Evaluation by Its Distribution ", 석사학위논문, 서울대학교, 1989