

결합 모드 이론에 의한 1-포트형 탄성표면파 공진기의 설계

*이 상 열, *이 동 속, **정 영 지, *황 금 찬
 * 연세대학교 전기공학과
 **삼성 종합 기술원

Design of 1-port SAW resonator based on coupled mode theory

S. Y. Lee, *D. W. Lee, **Y. J. Chung, *K. C. Whang
 * Dept. of Electrical Eng., Yonsei Univ.
 **Samsung Advanced Institute of Technology

요약

본 논문에서는 결합 모드 이론에 기초한 새로운 위상조건을 제시한다. 새로운 위상조건은 탄성표면파의 보강이라는 관점에서 유도된 것이다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과, 새로운 위상조건에 의해 설계된 150MHz 탄성표면파 공진기는 IDT의 상 수에 관계없이 안정된 공진특성을 나타냈다.

제 1 장 서론

탄성표면파 공진기(surface acoustic wave resonator)는 주파수 선택도가 높고, 불요 주파수(spurious frequency)가 없으며, 삽입 손실이 작고, 소형이며, 평탄형 구조로서 제작이 용이하다는 장점이 있다.

탄성표면파 공진기는 1974년 Staples 등[1]이 설계 방법을 제안한 이후 많은 설계 방법이 연구되어 왔다.

1982년 IDT와 반사기 내부에서 일어나는 탄성표면파의 속도 섭동 현상과 반사 현상을 고려하기 위하여 Uno 등[2]은 결합 모드 이론에 기초하여 1-포트형 탄성표면파 공진기를 설계하였다. 그러나 이 논문에서 Uno 등은 자신들이 제시한 IDT와 반사기 간의 거리에 대한 위상조건에서 유도한 식을 이용하지 않고 IDT와 반사기 간의 거리를 값을 변화시켜가며, 공진기 동기화도의 성능지수(figure of merit)를 비교하여 IDT와 반사기 간의 거리를 결정하였고, 이와같이 성능지수를 비교하여 구한 값과 이론치 사이에 차이가 생기는 이유를 IDT에서의 탄성표면파의 반사를 생각하지 않았기 때문이라고 밝혔다.

본 논문의 목적은 Uno의 방법을 개선하여, 완전히 결합 모드 이론에 기초한 새로운 위상조건을 정립하는데 있다. 공동 공진기(Cavity Resonator)[3]의 일종인 탄성표면파 공진기는 양 반사기 사이를 진행하는 파가 합쳐서 생긴 정재파가 IDT 전극의 위치에서 최대의 크기를 갖을 수 있도록 하는 것이 위상조건인 개념이 될 수 있다. 본 논문에서는 전극에서 양 방향으로 여기된 파동을 각 방향으로 여기된 파동으로 분류하여, 이 두 파동이 서로 보강하도록 IDT와 반사기 사이의 거리를 결정하는 위상조건을 제시하고, 이 조건이 정재파의 최대치가 IDT 전극에 위치하도록 하는 조건과 같음을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 증명한다.

제 2 장 결합 모드 이론

결합 모드 이론은 전파 시스템(propagating system)과 진동 등에 관련된 문제나 현상등을 해결하거나 이해하는데 이용되어 왔다. [4] 최근에는 탄성표면파 소자의 IDT나 반사기의 해석에 이를 많이 응용하고 있다. [5]-[7]

IDT 내부의 탄성표면파는 정방향(+z 방향) 진행파와 역방향(-z 방향) 진행파가 결합된 형태로 나타난다. IDT 내부의 입자 속도와 전위를 나타내는 장 분포(field distribution) $U(x, z)$ 는 다음과 같다.

$$U(x, z) = A_1(z) u_1(x) + A_2(z) u_2(x) \quad (2.1)$$

$A_1(z) u_1(x)$ 는 정방향으로 진행하는 탄성표면파의 분포를 나타내며 $A_2(z) u_2(x)$ 는 역방향으로 진행하는 탄성표면파의 분포를 나타낸다.

탄성표면파를 결합 모드 방정식으로 나타내면 다음과 같다. [5]

$$A_1(z) = a_1(z) \exp(-jk_1 z) \quad (2.2)$$

$$A_2(z) = a_2(z) \exp(jk_2 z) \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dz} a_1(z) = -j\kappa_{11} a_1(z) - j\kappa_{12} \exp(2j\delta z) a_2(z) + j(\exp(j\delta z) V) \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dz} a_2(z) = j\kappa_{12} \exp(-2j\delta z) a_1(z) + j\kappa_{11} a_2(z) - j(\exp(-j\delta z) V) \quad (2.5)$$

κ_{11} , κ_{12} 는 실험식[8]으로부터 구할 수 있고, δ 는 상호관계식(reciprocal relation)[3]으로부터 구할 수 있다. $\delta = k_1 - k_0$ 이고, k_1 는 자유표면에서의 탄성표면파의 전파상수이며 $k_0 = 2\pi/\lambda$ L은 전극의 주기이다.

IDT 내부의 탄성표면파의 분포는 다음과 같다. [5]

$$U(x, z) = f_1(z) u_1(x) + f_2(z) u_2(x) \quad (2.6)$$

$$f_1(z) = g_1(z) \exp(-jk_0 z) \quad (2.7)$$

$$f_2(z) = g_2(z) \exp(jk_0 z) \quad (2.8)$$

$$g_1(z) = h_1 \exp(-j\beta_m z) + Ph_2 \exp(j\beta_m z) + (\delta')^{-1} V \quad (2.9)$$

$$g_2(z) = Ph_1 \exp(-j\beta_m z) + h_2 \exp(j\beta_m z) + (\delta')^{-1} V \quad (2.10)$$

$$\beta_m = \sqrt{(\delta' \kappa_{11})^2 - \kappa_{12}^2} \quad (2.11)$$

$$P = (\beta_m - \delta' \kappa_{11}) \kappa_{12}^{-1} \quad (2.12)$$

$$\delta' = \delta' \kappa_{11} + \kappa_{12} \quad (2.13)$$

h_1 , h_2 는 경계 조건에 의해 결정되는 상수이다.

식 (2.4), (2.5)에서 알 수 있듯이 IDT 내부의 탄성표면파는 정방향 진행파, 역방향 진행파 그리고 외부 전원의 독립적인 합으로 나타낼 수 있다.

제 3 장 단방향 분리 여기 해석에 의한 설계 조건

1-포트형 탄성표면파 공진기의 구조는 그림 3.1과 같이 1의 주기를 갖는 IDT와, 그 양쪽에 2ℓ 만큼 떨어진 위치에 1'의 주기를 갖는 반사기로 구성되어 있다.

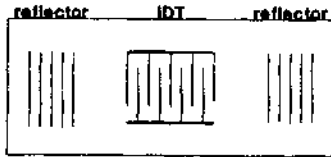


그림 3.1 1-포트형 탄성 표면파 공진기의 구조

3.1 주파수 조건

주파수 조건에 의해 IDT와 반사기의 주기가 결정된다. IDT 및 반사기의 주기는 논문 [2]의 식을 이용하여 고정점 반복법 (fixed point iteration)에 의해서 계산하였다.

3.2 위상 조건

위상조건은 양 반사기 사이에 저장되어 있는 탄성표면파 에너지가 IDT에서 역입력 효과에 의해 검출될 때, IDT 전극의 중심에서 정재파가 최대값을 갖도록 하는 조건으로 위상조건에 의해서 IDT의 반사기 사이의 거리가 결정된다.

본 논문에서는 서로 다른 방향으로 여기되는 탄성표면파가 서로 보강되는 조건을 위상조건으로 삼았다. 대칭형 구조의 공진기에서는 정방향 진행파와 역방향 진행파가 서로 대칭이므로 정재파가 항상 형성된다. 그러므로 위상조건은 정재파의 형성보다는 형성된 정재파의 크기를 최대가 되게 하는 탄성표면파의 보강 조건에 초점을 맞추는 것이 타당하다. 탄성표면파의 보강이라는 관점에서 다음과 같은 새로운 위상조건을 세운다.

$$\arg(f_2, z=-NL/2) = \arg(f_2, z=-NL/2) + 2m\pi \quad (m \text{은 정수}) \quad (3.1)$$

여기서, 아래첨자 z 는 외부전원에 의한 탄성표면파의 여기 방향을 나타낸다.

탄성표면파 공진기를 그림 3.2와 같이 간략화하면 식 (3.1)은 아래와 같다.

$$\Psi_R(f) + \Psi_T(f) - 2k\ell = 2m\pi \quad (m \text{은 정수}) \quad (3.2)$$

여기서 $\Psi_R(f)$ 는 반사기에서의 위상전이이고, $\Psi_T(f)$ 는 탄성표면파가 IDT를 통과할 때의 위상전이이다.

위와 같은 위상조건으로부터 IDT와 반사기 사이의 거리 ℓ 를 구하기 위해서는 반사기에서의 위상전이 $\Psi_R(f)$ 와 탄성표면파가 IDT를 통과할 때의 위상전이 $\Psi_T(f)$ 의 계산이 선행되어야 한다.

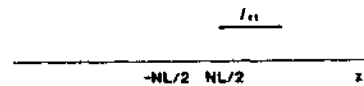
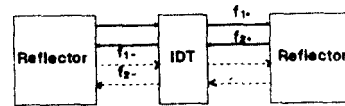


그림 3.2 IDT에서의 탄성표면파의 방사

① 반사기에서의 위상전이 $\Psi_R(f)$
반사기에서의 위상전이 $\Psi_R(f)$ 는 반사계수로부터 구할 수 있다.

$$\Psi_R(f) = \arg(r(f)) \quad (3.3)$$

여기서, r 는 반사기의 반사계수이고, 반사기의 중심주파수 f_0 에서의 위상전이는 $-\pi/2$ 이다.

② IDT 부근에서의 위상전이 $\Psi_T(f)$

IDT 내부의 탄성표면파는 정방향 진행파, 역방향 진행파 및 외부전원의 독립적인 합으로 표현되므로 IDT에서의 반사를 고려하고 대칭형 구조이기 때문에 발생하는 문제점을 해결하기 위해서 식 (2.4), (2.5)의 결합 모드 방정식을 외부 전원을 분리한 두 쌍의 방정식으로 변형을 시킨다.

$$\frac{d}{dz} a_1(z) = -j\kappa_{11} a_1(z) - j\kappa_{12} \exp(2j\delta z) a_2(z) - j(\exp(j\delta z)) V \quad (3.4)$$

$$\frac{d}{dz} a_2(z) = j\kappa_{12} \exp(-2j\delta z) a_1(z) + j\kappa_{11} a_2(z) \quad (3.5)$$

$$\frac{d}{dz} a_1(z) = -j\kappa_{11} a_1(z) - j\kappa_{12} \exp(2j\delta z) a_2(z) \quad (3.6)$$

$$\frac{d}{dz} a_2(z) = j\kappa_{12} \exp(-2j\delta z) a_1(z) + j\kappa_{11} a_2(z) - j(\exp(-j\delta z)) V \quad (3.7)$$

두 쌍의 결합 모드 방정식 (3.4) - (3.7)을 풀어서 IDT 내부에서의 탄성표면파의 분포는

$$g_1(z) = h_1 \cdot \exp(-j\beta_m z) + ph_2 \cdot \exp(j\beta_m z) + \frac{(\delta + \kappa_{11})KV}{\beta_m^2} \quad (3.8)$$

$$g_2(z) = ph_1 \cdot \exp(-j\beta_m z) + h_2 \cdot \exp(j\beta_m z) - \frac{\kappa_{12}KV}{\beta_m^2} \quad (3.9)$$

$$g_1(-z) = h_1 \cdot \exp(-j\beta_m z) + ph_2 \cdot \exp(j\beta_m z) - \frac{\kappa_{12}KV}{\beta_m^2} \quad (3.10)$$

$$g_2(-z) = ph_1 \cdot \exp(-j\beta_m z) + h_2 \cdot \exp(j\beta_m z) + \frac{(\delta + \kappa_{11})KV}{\beta_m^2} \quad (3.11)$$

이다.

$h_{1+} + h_{1-} = h_1$, $h_{2+} + h_{2-} = h_2$ 인 관계를 만족하고 $h_{1+} = h_{2+}$, $h_{1-} = h_{2-}$ 인 관계가 성립한다.

$z=NL/2$ 에서 $+z$ 방향으로 여기된 탄성표면파와 $z=-NL/2$ 에서 $-z$ 방향으로 여기된 탄성표면파와 보강하는 조건임으로 $g_1(z)$ 와 $g_2(z)$ 를 이용하여 식을 전개한다. IDT를 아래 그림 3.3와 같이 간략화하고 탄성표면파를 식 (2.7), (2.8)을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

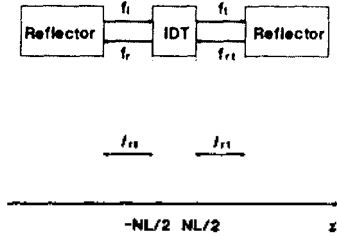


그림 3.3 단순화된 1-포트 탄성표면파 공진기의 구조

$$f_i(z) = h_i \exp(-jk_f(z+NL/2)) \quad (3.12)$$

$$f_r(z) = h_r \exp(jk_f(z+NL/2)) \quad (3.13)$$

$$f_i(z) = h_i \exp(-jk_f(z-NL/2)) \quad (3.14)$$

$$f_r(z) = h_r \exp(jk_f(z-NL/2)) \quad (3.15)$$

식 (3.2) 에서 경계 조건을 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$f_{i+}(-NL/2) = f_i(-NL/2) = h_i \quad (3.16)$$

$$f_{r+}(-NL/2) = f_r(-NL/2) = h_r \quad (3.17)$$

$$f_{i-}(NL/2) = f_i(NL/2) = h_i \quad (3.18)$$

$$f_{r-}(NL/2) = f_r(NL/2) = h_r \quad (3.19)$$

$$h_i = \gamma \exp(-j2k_f l_{r1}) h_r = \gamma' h_r \quad (3.20)$$

$$h_{r1} = \gamma \exp(-j2k_f l_{r1}) h_i = \gamma' h_i \quad (3.21)$$

$$\gamma' = \gamma \exp(-j2k_f l_{r1}) \quad (3.22)$$

$$e_0 = \exp(j\phi) = \exp(j\beta_m NL/2) \quad (3.23)$$

위의 관계식으로부터 다음과 같은 투과계수 $T(f)$ 를 구할 수 있다.

$$T(f) = \frac{h_{1+} e_0^{-1} + Ph_2 e_0 - \frac{\kappa_{12}}{\beta_m^2} \zeta V}{h_{1+} e_0 + Ph_2 e_0^{-1} - \frac{\kappa_{12}}{\beta_m^2} \zeta V} \quad (3.24)$$

여기서

$$h_{1+} = \frac{\zeta V}{2\beta_m^2} \left\{ \frac{(\frac{1}{\gamma'} - 1)(\delta + \kappa_{11} - \kappa_{12})}{e_0^{-1}(1 - \frac{P}{\gamma'}) + e_0(P - \frac{1}{\gamma'})} - \frac{\delta' (\frac{1}{\gamma'} + 1)}{e_0^{-1}(\frac{P}{\gamma'} - 1) + e_0(P - \frac{1}{\gamma'})} \right\} \quad (3.25)$$

$$h_{2+} = \frac{\zeta V}{2\beta_m^2} \left\{ \frac{(\frac{1}{\gamma'} - 1)(\delta + \kappa_{11} - \kappa_{12})}{e_0^{-1}(1 - \frac{P}{\gamma'}) + e_0(P - \frac{1}{\gamma'})} - \frac{\delta' (\frac{1}{\gamma'} + 1)}{e_0^{-1}(\frac{P}{\gamma'} - 1) + e_0(P - \frac{1}{\gamma'})} \right\} \quad (3.26)$$

이다.

투과계수 $T(f)$ 로부터 IDT 투과 시 탄성표면파의 위상선이 $\psi_T(f)$ 를 구할 수 있다.

$$\psi_T(f) = \arg(T(f)) \quad (3.27)$$

제 4 장 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과 그함

4.1 컴퓨터 시뮬레이션

중심주파수 150MHz인 1-포트형 탄성표면파 공진기를 3장에서 주파수 조건과 위상 조건을 적용하여 시뮬레이션 하였다. 표1의 공진기1과 공진기2는 IDT 쌍 수가 80 쌍으로 IDT에서의 반사가 심하지 않은 경우의 공진기의 특성을 보기위한 것으로 공진기1이 새로운 위상조건에 의해 설계된 것이고, 공진기2는 Uno의 설계 방법의 의해 설계된 것이다.

표4.1 탄성표면파 공진기의 개원 (IDT가 80쌍인 경우)

	N	M	H ₀ (Å)	W(μm)	L(μm)	L'(μm)	l _{rt} (μm)	d/L
공진기1	80	210	5000	900	20.80	20.93	21.81	0.5
공진기2							22.55	

공진기1과 공진기2의 공진특성은 거의 유사한 형태를 나타내고 있다. 공진기1의 경우는 중심주파수 150MHz에서 1%의 값이 최대값을 갖는 반면 공진기2의 경우는 중심주파수가 149.95MHz로 설계할 때의 중심주파수보다 공진주파수가 50kHz 저주파 대역으로 이동하였다.

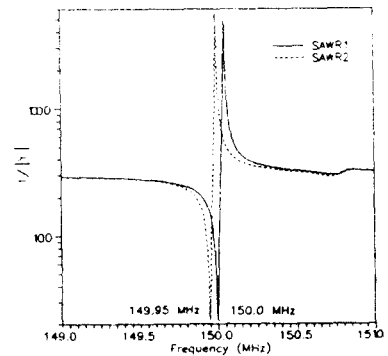


그림 4.1 공진기1과 공진기2의 어드미턴스 특성 비교

표2의 공진기3과 공진기4는 IDT 방 수가 200 쌍으로 IDT에서의 탄성표면파의 반사가 심한 경우의 공진기 특성을 보기위한 것으로 공진기3이 새로운 위상조건에 의해서 설계된 것이고 공진기4는 Uno의 설계 방법에서의 설계된 것이다.

표4.2 탄성표면파 공진기의 제원(IDT가 200쌍인 경우)

	N	M	H ₀ (Å)	W(μm)	L(μm)	L'(μm)	ℓ _{rt} (μm)	d/L
공진기3	200	400	5000	900	20.84	20.93	22.76	0.5
공진기4							26.37	

공진기4는 IDT에서의 반사를 고려하지 않았으므로 IDT 방 수가 증가했을 때의 |Y|은 좋지 못한 결과를 나타냈다. 공진기3은 IDT에서의 탄성표면파의 반사를 고려했으므로 공진기4보다는 좋은 특성을 나타냈으나 중심주파수보다 작은 주파수에서 약간의 변화가 나타났다.

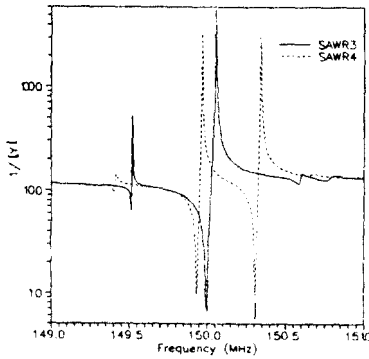


그림 4.2 공진기3과 공진기4의 어드미턴스 특성 비교

4.2 ℓ_{rt} 변화에 따른 정재파의 크기 그릴

IDT 내부에서의 탄성표면파의 분포를 나타내는 식 (2.8), (2.9)를 더하면 IDT 내부 임의의 지점에서 탄성표면파의 분포를 알 수 있다. IDT를 중심으로 좌우 대칭인 1-포트형 탄성표면파 공진기의 경우 식 (2.8), (2.9)의 h₁, h₂는 서로 같은 값을 갖는다.

$$H = h_1 = h_2 = - \frac{(\delta')^{-1} \zeta V (1-\gamma')}{e_0(1-P\gamma') \cdot e_0^{-1}(P \cdot \gamma')} \quad (4.1)$$

식 (2.7)과 (2.8)를 더한 식을 f(t;z)라 하면 f(t;z)는 다음과 같다.

$$f(t;z) = f_1(t;z) + f_2(t;z) \\ \text{Re}\{\exp(j\omega t) \{ 2H \cos(\beta z_2 + k_0 z) \\ + 2HP \cos(\beta z_2 - k_0 z) + 2(\delta')^{-1} \zeta V \cos(k_0 z) \} \} \quad (4.2)$$

이로부터 IDT 전극 중심 z = nL_r에서의 탄성표면파의 분포는

$$f(t;nL_r) = 2(\delta')^{-1} \zeta V \{ |H'| (1+P) \cos(\beta nL_r) \cos(\omega t + \phi_H') \\ + \cos \omega t \} \quad (4.3)$$

$$H' = \frac{\delta'}{2\zeta V} \quad (4.4)$$

이다.

첫 식에서 φ_{H'}은 H'의 위상각을 나타낸다.

식 (4.3)에서 ℓ_{rt}와 무관한 값을 갖는 (1+P)cos(βnL_r)을 A로 정의하면 f(t;nL_r)의 진폭은 다음과 같다.

$$|f(t;nL_r)| = 2(\delta')^{-1} \zeta V \sqrt{A^2 |H'|^2 \cos^2 \phi_H' + 1} + A^2 |H'|^2 \sin^2 \phi_H' \quad (4.5)$$

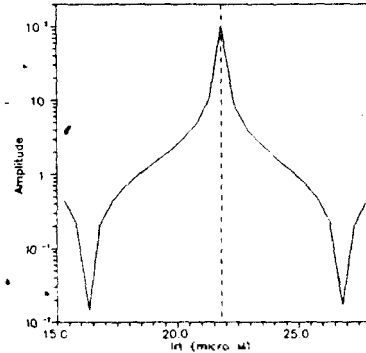


그림 4.3 ℓ_{rt}와 정재파 크기와의 관계

그림 4.3은 IDT가 80 쌍인 경우 ℓ_{rt} 변화에 따른 정재파의 크기의 변화를 나타낸 것으로 2(δ')⁻¹ζV는 계산과정에서 생략했다. 위의 결과로부터 ℓ_{rt} 값이 새로운 위상조건으로부터 구한 값일 때 |f(t;nL_r)|는 최대가 됨을 알 수 있다. 그러므로 본 논문에서 제안한 단방향 분리 여기 해석에 의한 위상조건은 IDT 내부의 정재파 크기가 최대가 되는 조건임을 귀납적으로 증명할 수 있다.

제 5 장 결론

본 논문에서는 결립 모드 이론에 기초한 단 방향 분리 여기 해석법을 제시하고, 각 방향으로 여기된 파동 간의 보강조건을 공진기 설계 시의 위상조건으로 제안했다.

본 논문에서 제안한 위상조건으로 설계한 공진기와 기존의 방법으로 설계한 공진기의 어드미턴스 특성을 비교한 결과, 기존의 방식은 IDT에서의 파동 반사 효과를 고려하지 않아 IDT 쌍 수가 증가할수록 특성이 불안정하고 중심주파수가 저주파로 이동하는 현상을 보였다. 본 논문에서 설계한 공진기는 IDT 쌍 수에 관계없이 안정되었고 중심주파수가 설계값과 일치하였다.

본 논문에서 제시한 위상조건을 반사기 사이에서의 정재파 형성이라는 고전적인 공동공진기(Cavity resonator)의 조건과 비교하여, 본 논문의 위상조건은 IDT 내부에 형성된 정재파의 크기가 전극이 있는 부분에서 최대가 되는 조건임을 귀납적으로 증명하였다.

이와같은 위상조건 개념은 2-포트형 탄성표면파 공진기를 비롯하여 양 반사기 사이에서 축적된 에너지를 검출하는 구조의 신호처리소자 설계에도 이용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] E. J. Staples, J. S. Schoenwald, R. C. Rosenfeld and C. S. Hartmann, "UHF surface acoustic wave resonators," in Proc. 1974 Ultrason. Symp., pp.245-252, No.74ch-896-ISU, 1974

- [2] T. Uno and H. Jumonji, "Optimization of quartz SAW resonator structure with groove gratings," *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, Vol. SU-29, No.6, pp.299-310, November 1982.
- [3] B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*. New York: John Wiley, 1973
- [4] H. Louisell: *Coupled mode and parametric electronics.*: John Wiley, 1960, pp.1-34.
- [5] Y. Koyamada and S. Yoshikawa, "Coupled mode analysis of a long IDT," *Rev. Elec. Comm. Labs., NTT Public Corp.*, Vol. 27, pp.432-443, 1979.
- [6] D. P. Chen and H. A. Haus, "Analysis of metal-strip SAW gratings and transducer," *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, Vol. SU-32, No.3, pp.395-408, May 1985.
- [7] Y. Koyamada, S. Yoshikawa and F. Ishihara, "One-port SAW resonator using long IDTs and their application to narrow band filters," *Rev. Elec. Comm. Labs., NTT Public Corp.*, Vol.27, pp.445-458, 1979.
- [8] S. Urabe, Y. Koyamada, and S. Yoshikawa, "Experiment on metallic-strip-grating for SAW reflector," *IECE Japan Trans.*, vol.60-A, pp.875-876, 1977