특이치 분해를 이용한 신호 향상 과정 중 유색잡음 하에서 주기신호의 주파수 및 갯수추정

*백 성 준, 임 재 열, 안 수 길
서울 대학교 전자공학과 통신이론실

요약

고해상도 신호처리의 기본적인 문제는, 관찰 데이타의 갯수가 작고 신호 대 잡음비(SNR)가 낮아서, 푸리에 분석기법에 의해 주기신호가 분해되지 않는 경우에, 신호의 파라미터를 추정하는 것이라 할 수 있다. 주기신호의 주파수 추정 문제에서는 일반적으로 주기신호의 갯수를 알고 있다고 가정하는데, 주기신호의 갯수가 사전에 알려져 있지 않은 경우, 주파수 추정문제는 결국 주기신호의 갯수결정문제가 되어, EVD나 SVD를 이용한 갯수 결정방법이 활발히 연구되어 왔다.

고해상도 신호처리에서는 EVD나 SVD와 비선형 특성 상 임계치 신호 대 잡음비가 존재하며 이 SNR보다 낮은 경우 심각한 해곡현상을 보이게 되어, 주파수 추정 또는 주기신호의 갯수결정에 큰 오차를 보이게 된다. 주기신호의 갯수를 사전에 알고 있는 경우, 임계치 SNR를 낮추려는 노력으로는 overdetermined over-ranked structured correlation matrix의 rank reduction과 averaging을 이용한 신호 향상방법(signal enhancement)이 연구되어 왔다. 그러나 사전에 주기신호의 갯수를 알아야만 하는 결점이 있고, 잡음이 백색이어야 하는 제약이 있었다.

일반적으로 환경 잡음은 유색이고, 주기신호의 갯수를 사전에 모르는 경우이므로, 낮은 SNR에서의 주파수 추정문제는 유색잡음을 고려한 신호향상으로 임계치 SNR을 낮추고 주기신호의 갯수를 결정한 후 주파수 추정이 이루어져야 한다.
본 논문에서는 이를 위해 광대역 유색잡음에서의 신호향상과 그 과정 중 주기신호의 갯수를 결정하는 알고리즘을 제시하고자 한다.

1. 서론

고해상도 신호처리에 대하여 지난 수십년간에 걸쳐 많은 기법들이 연구되었는데, 그 대부분은 백색잡음(white noise)속에 주기신호가 있을 경우에 대해서 이루어졌고[1][2], 최근에 와서야 유색잡음(colored noise)의 경우에 대한 연구가 많은 연구자들에 의해서 발표되고 있다. 이에 사용된 스펙트럼(spectrum) 분석방법은 신호의 스펙트럼을 어떤 파라미터를 가진 모델(AR이나 MA, ARMA 등)의 연속적인 스펙트럼(continuous spectrum)에 맞추는 방법과 신호의 스펙트럼을 선스펙트럼(line spectrum) 또는 불연속 스펙트럼(discrete spectrum)에 맞추는 것, 예를 들면 고유치분석기법(eigenanalysis)을 사용하는 피사렌코(Pisarenko)[5]방법이나 MUSIC[6] 과 같은 방법으로 크게 대별될 수 있다.

잡음신호가 AR 과정으로 묘사되는 경우에 피사렌코 방법을 일반화시켜 적용한 것은 Sano[7]에 의해서, MA의 경우는 Sakai[8]에 의해서 각각 행해졌다. MA 잡음의 경우에는 그 후 파도 결정된 율-워커 등식(Modified Yule-Walker Overdetermined Equation)을 사용하여 주파수를 추정하는 방법을 블럭처리(block processing)나 적응처리(adaptive)가 가능하도록 하는 알고리즘이 Xiao-hu Yu 와 Zhen-ya He[9]에 의해서 제안되었으며, AR 잡음의 경우에는 피사렌코 방법을 사용하지 않고 새로운 일반화된 AR 모델(Generalized AR)을 제안하여 해를 구하는 방법이 C.Chatterjee[10]에 의해 연구되었다. 하나 C.Chatterjee의 방법은 잡음신호와 주기신호에 대한 파라미터를 회귀적인 루틴을 사용하여 각각 추정하게 되므로 많은 계산량을 요할 뿐만 아니라 주기신호의 주파수가 존재하는 영역에서 잡음신호의 스펙트럼이 상대적으로 높은 값을 가질 때에는 추정치가 정확

도를 기하기 어렵다는 단점이 있다[11].

이러한 어려움을 피하기 위해서 Sherman[12]은 유색잡음 속에 주기신호가 존재할 때, 자기상관계수를 이용하여 Hankel 행렬을 구성함으로써 잡음신호에 대한 파라미터를 구하지 않고도 주기신호의 주파수 추정을 행할 수 있는 새로운 방법을 제시했다. 그러나 그것은 신호의 자기상관계수(autocorrelation coefficient)에 대한 정확한 지식이 있어야 안정된 주파수 추정이 가능하므로 자기상관계수를 알 수 없는 실제적인 경우에 대해서 적용하기는 곤란하다. Sherman의 방법을 정확한 자기상관계수를 모르더라도 과도결정된 Hankel 행렬(overdetermined Hankel matrix)를 이용하여 신호부공간(signal subspace)을 추출함으로써 주파수를 추정하는 방법이 W. Yongde[13]에 의해서 제안되었는데, 실험결과를 통해 볼 때 매우 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.

본 논문에서는 상술했던 여러가지 방법 중에서 실험적으로 가장 좋은 성능을 보이고 있는 W. Yongde가 제안한 알고리즘을 개선하여 보다 낮은 신호 대 잡음비에서도 주기신호의 주파수 추정이 가능한 알고리즘을 제시하고자 한다. 그리고 덧붙여서 주기신호의 갯수에 대한 추정에 있어서도 W. Yongde가 제안한 방법보다 더 개선된 방법을 제안하고자 한다.

2. 제안된 알고리즘

2.1 개선된 주파수 추정 알고리즘

제안된 알고리즘을 설명하기 위해서 주기신호의 갯수 M을 알고 있다고 가정하며(당연히 이 경우에 복소주기신호의 갯수는 2M이 된다), 주기신호의 갯수에 대한 추정은 다음 절에서 다루기로 한다. $x(n)=s(n)+w(n)$으로 관측되는 신호의 경우, 잡음신호 $w(n)$이 다음과 같은 임의의 유색잡음에 대한 Sherman의 근사식을 만족시키면

$$r_{ww}[k] \cong 0, k \geq k_0 \tag{1}$$

$$r_{xx}[k] \cong r_{ss}[k], k \geq k_0 \tag{2}$$

이 되므로, 우리가 관측하는 신호의 자기상관함수 $r_{xx}(k)$는 다음식 (3)과 같이 순수한 주기신호의 합으로 표시된다.

$$r_{xx}[k] \cong \sum_{i=1}^{M} \frac{A_i^2}{2} \cos[\omega_i k] \qquad k=k_0, k_0+1, \ldots \tag{3}$$

그런데, 임의의 신호 $w(n)$이 순수한 복소주기신호 2M개의 합으로 이루어져 있다면 그 $w(n)$은 다음과 같은 2M차의 선형동차차분방정식(linear 2M-th order homogeneous difference equation)을 만족시키는 유일한 계수집합 a_k를 가진다는 것을 알 수 있다.

$$w[n]+\sum_{k=1}^{2M} a_k w[n-k]=0 \qquad n=2M, 2M+1, \ldots \tag{4}$$

이에 따라서, $r_{xx}(k)$가 식 (3)처럼 지연 k_0 이상에서는 순수한 주기신호만의 합으로 표시되므로 다음 식이 성립한다는 것은 자명하다(여기서부터는 표기를 간략하게 하기 위해서 $r_{xx}(k)$ 대신 $r(k)$로 나타낸다).

$$r[n]+\sum_{k=1}^{2M} a_k r[n-k]=0 \qquad n=2M+k_0, 2M+k_0+1, \ldots \tag{5}$$

윗 식을 잘 살펴보면 선형예측방법에서 사용되는 선형방정식과 동일한 형태를 띄고 있는데, 본시 선형예측이란 정방향으로건 역방향으로건 신호가 실수값을 가질 때에는 동일한 계수 집합 a_k를 가지게 된다. 따라서 위의 식은 다음과 같은 역방향선형예측식으로 표현될 수 있다.

$$r[n]+\sum_{k=1}^{2M} a_k r[n+k]=0 \qquad n=k_0, k_0+1, \ldots \tag{6}$$

위의 사실을 이용하여 우리는 다음과 같은 소정리가 성립한다는 것을 밝힐 수 있다.

(소정리) 2M개의 복소주기신호와 유색잡음의 합으로 이루어진 신호에 Sherman의 근사가 가능할 때, 그 신호의 자기상관함수 $r(k)$는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$Sa = 0 \tag{7}$$

여기서 a와 S는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$a = [\, a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_{2p} \,]^T \tag{8}$$

$$S(k_0,2p,N)=\begin{bmatrix} r[2p+k_0] & r[2p+k_0-1] & \cdots & r[k_0] \\ r[2p+k_0+1] & r[2p+k_0] & \cdots & r[k_0+1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r[N] & r[N-1] & & r[N-2p] \\ - & - & - & - \\ r[k_0] & r[k_0+1] & \cdots & r[2p+k_0] \\ r[k_0+1] & r[k_0+2] & \cdots & r[2p+k_0+1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r[N-2p] & r[N-2p+1] & \cdots & r[N] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ - \\ H \end{bmatrix} \tag{9}$$

위의 행렬 S 는 서로 역방향으로 구성된 토플리츠행렬(Toeplitz matrix)과 헹켈행렬(Hankel matrix)을 가지게 되는데, 그 구성행렬 각각의 차수(rank)는 min(N-2p-k_0+1, 2M)이며 S 행렬 그 자체의 차수는 min(2N-4p-2k_0+2, 2M)으로 주어진다. 이때 식 (7)을 만족시키는 모든 해는 S 행렬의 null 공간을 형성하게 되는데, N-2p-k_0+1이 2M 보다 크고 p가 M 보다 크다면 S 행렬의 차수가 2M 이므로 null 공간의 차수는 2p-2M+1이 되게 된다. 그리고 이 null 공간은 S^TS 의 고유치가 제로인 2p-2M+1 개의 선형 독립인 고유벡터에 의해서 span 된다.

위의 식 (9)와 같은 행렬에서 주파수를 추정하는 것은 위의 S행렬을 SVD하고, 제로 고유치에 해당하는 고유벡터를 이용하여 의사스펙트럼을 그려봄으로써 용이하게 할 수 있다.

하지만 우리가 구성하는 행렬 S의 자기상관계수는 잡음이 섞인 추정된 값이므로 SVD를 행했을 때 위의 소절리에서처럼 2p-2M+1 개의 제로 고유치를 가지게 되지는 않는다. 하지만 2p-2M+1 개의 고유치는 다른 고유치에 비해서 상대적으로 작은 값을 가지게 되므로 우리는 이 고유치를 비교함으로써 잡음공간과 신호공간을 분리해낼 수 있다.

그 과정을 행렬의 형태로 간단히 표현해 보면 다음과 같다.

$$S = U\Sigma V^H$$
$$U = [U_s U_n] \quad V = [V_s V_n]^T$$
$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_s & 0 \\ 0 & \Sigma_n \end{bmatrix} \qquad (10)$$

위에서 Σ는 대각행렬이며, 고유치를 나타내고 있다. 그리고 첨자로 붙은 s와 n는 각각 신호성분과 잡음성분을 표시한다. 이러한 SVD를 거쳐 신호공간을 잡음공간에서 분리하여 신호공간만을 사용하여 새롭게 구성된 행렬은 다음 식 (15)으로 표시되며, 차수는 2M이 된다.

$$S_s = U_s \Sigma_s V_s^H \qquad (11)$$

여기서 signal inhancement를 위해서 다음과 같은, 자기상관행렬 S가 만족시켜야 할 두 가지 중요한 성질을 이용할 수 있다(12).

1. 자기상관행렬 S의 차수는 복소주기신호의 갯수 2M과 같다.

2. 자기상관행렬 S의 구성부분은 식 (9)와 같은 내부구조를 가져야 한다. 즉, 토플리츠한 부분은 대각선방향으로 행렬의 구성원소가 동일한 값을 지녀야 하고, 헹켈행렬은 역대각선방향으로 동일한 값을 지녀야 한다.

첫번째 요구조건은 바로 위에서와 같은 신호공간과 잡음공간을 분리하는 처리에서 이용되었으나, SVD를 거친 후 식 (11)로 표시된 행렬은 두번째 조건을 만족시킨다는 것이 보장되어 있지 않다. 따라서 두번째 조건을 이용하여 주어진 행렬을 더 처리할 수 있다.

이 행렬의 대각선 혹은 역대각선 성분이 동일한 값을 가지면서, 본래적인 주기신호만의 자기상관행렬에 어떻게 근사시킬 수 있게 하는가 하는 문제에 대한 최적의 해는 매우 복잡하고 계산량을 많이 요하게 된다. 게다가 수렴의 여부에 대해서도 확신할 수가 없다(13). 따라서 우리는 suboptimal한 방법을 쓸 수밖에 없는데, 그러한 방법 중 가장 간단하면서도 효과적으로 적용할 수 있는 방법이 대각선 혹은 역대각선 성분들의 값을 평균하여 새로운 행렬을 구성하는 것이다(14). 이때 평균을 취하는 처리는 식 (11)로 새로 구성된 행렬 S_s에 대해서 이루어진다.

먼저 제일 처음 구성한 자기상관행렬을 S^0라고 하고 이것을 SVD 하여 식 (11)과 같은 형식으로 얻은 행렬을 S_s^0 라고 하자. 그리고 이 행렬에 다음 식 (12)과 같은 operation을 취해준 후 얻어진 행렬을 S^1 이라고 표시한다.

$$S^{i+1} = D(S_s^i) \qquad i=0, 1, 2, \ldots \qquad (12)$$

여기서 D()는 토플리츠한 부분에 대해서는 대각선방향으로 같은 값을 갖게 하고, 행렬부분에 대해서는 역대각선방향으로 같은 값을 가지게 하는 작용소(operator)이다. 이렇게 해서 얻은 S^i의 차수를 조사해 보면, 일반적으로, S_s^0와 같은 2M이 아니라 full rank인 Max(2p, N)가 되게 된다. 따라서 우리는 이 행렬 S^i에 대해서 다시 한번 SVD를 적용하여 좀 더 신호공간에 가까운 자기상관행렬 S_s^i를 만들어 낼 수 있다. 이렇게 해서 얻은 행렬에서 우리는 다시금 식 (16)과 같은 처리를 통해서 S^{i+1}을 얻을 수 있게 되는데, 이것은 이 과정이 반복적으로 행해진다는 것을 의미한다.

이 반복루틴은 식 (12)와 같은 처리를 거쳐서 얻은 행렬 S_s^{i+1}의 차수가 2M에 수렴이 될 때까지 행해지게 된다.

위 알고리즘의 수렴성을 보여주기 위해서 아래에는 신호대 잡음비 5dB에서 잡음은 $a = [1.0, -1.352, 1.338, -$

0.662, 0.24 | 로 주어지는 4차 AR과정이며, 주기신호가 두 개 있을 때 S(10,16,80)을 구성화고, 근사에러가 어떻게 수렴되어 가는지를 그림 1로 도시하였다. 이때 주기신호는 정규화된 주파수 0.35와 0.353에 존재한다. y축은 에러의 절대값이 아니라 정규화된 상대치이다.

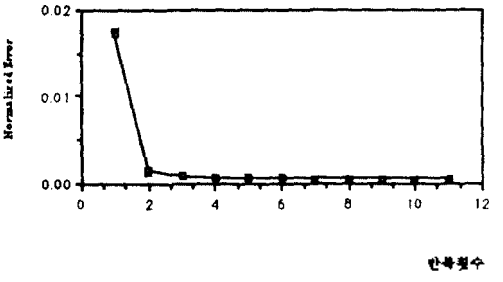

Fig. 1. Normalized error convergence plotting

그림 1. 정규에러 수렴경로 도시

2.2 주기신호의 갯수추정에 관하여

앞서의 알고리즘에서는 주기신호의 갯수(혹은 복소주기신호의 갯수)를 알고 있다고 가정하고, 그 차수(rank)에 맞추어서 SVD를 거쳐 reduced order matrix를 구성하고, 대각평균기법을 사용하여 iteration을 취하는 방법을 사용하였다. 하지만 많은 실제적인 경우에 주기신호의 갯수를 모르고 있는 것이 보다 일반적이다. 따라서 이 절에서는 주기신호의 갯수를 모를 때 어떠한 방법으로 주기신호의 갯수를 추정할 수 있는지에 대해서 살펴보기로 한다.

고유치분석기법을 사용하는 알고리즘은 AIC 이나 MDL에 의한 판정(Akaike and minimum description length information-theoretic criteria)에 의존하여 주기신호의 갯수를 추정하는 것이 일반적이다. 그러나 이러한 방법은 본 논문에서와 같은 조건 하에서, 즉 잡음이 백색이 아니며 신호대 잡음비가 상대적으로 낮은 경우, 갯수추정에 실패하고 만다. 따라서 다른 접근법을 모색해야만 한다(15).

S행렬을 SVD하고 얻은 고유치를 이용하여 다음과 같은 에러비(error ratio)를 정의할 수 있다. 이때 고유치는 작은 값에서 큰값의 순으로 배열되어 있다.

$$\text{Eratio}(k)=\frac{\|\mathbf{S}-\hat{\mathbf{S}}_k\|_F}{\|\mathbf{S}\|_F}=\sqrt{\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\cdots+\sigma_k^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\cdots+\sigma_{2p}^2}} \qquad (13)$$

이 에러비는 Frobenius norm의 의미에서 근사오차를 정규화하여 나타낸 것에 다름아니다. 자기상관계수가 정확한 값으로 주어져 있다면 식 (18)는 k가 S 행렬의 차수 이상일 때 곡제로가 되게 된다. 이때 최소의 k가 그 행렬의 차수가 된다.

하지만 S 행렬 속에 잡음성분이 있을 때에는 그렇게 되지 않게 된다. 따라서 근사적으로 접근할 수밖에 없는데, 본 논문에서는 이를 위해 임의의 임계치(threshold)를 설정하고서 반복적으로 차수를 추정하는 방법을 사용하였다.

먼저 주어진 자기상관행렬을 SVD 한 후 일정한 임계치(threshold)를 넘지않는 에러비를 가지는 k의 값을 복소주기신호의 갯수로 보고 reduced order matrix $\mathbf{S}_k^0$를 구성한다. 이때 임계치는 정규화된 근사오차의 허용상한을 나타내고 있는 것이다. 이 $\mathbf{S}_k^0$에서 식 (16)과 같이 대각선 혹은 역대각선 성분에 평균기법을 적용하여 $\mathbf{S}^1$를 구성하게 된다. 이때 이 행렬에서 SVD를 거쳐 $\mathbf{S}_k^1$를 구성하는 데에 있어서는 다시 식 (18)에서 얻은 에러비를 앞서의 임계치와 비교함으로써 다시 이 행렬의 rank(즉, 복소주기신호의 갯수)를 결정하고 그에 따라서 reduced order matrix를 구성한다. 이와 같은 처리는 반복적으로 행해지게 되는데, 에러비를 넘지않는 최초의 값이 0에 이르러 수렴이 될 때까지 이와 같은 처리를 행하게 된다. 수렴이 이루어졌을 때 그때 행렬의 rank가 바로 복소주기신호의 갯수가 된다.

이 방법을 사용하여 갯수를 추정하는 과정을 아래 표 1과 표 2에 나타내었는데, 잡음은 2.1절에서 사용한 것과 동일한 4차 AR과정이며 신호 대 잡음비 8dB에서 주기신호가 두 개 있을 때와 12dB에서 세 개 있을 경우이며, 그 각각에 대해서 S(10,16,80)을 구성하여 처리하였다. 그리고 주기신호가 두 개 있는 경우는 정규화된 주파수 0.35와 0.353에 그리고 세 개 있는 경우는 0.25와 0.35 그리고 0.353에 각각 주기신호가 존재한다. 행렬의 차수를 줄여갈 때 두 개 씩으로 한 것은 신호가 real이기 때문이다. 따라서 이 경우에는 고유값의 크기도 두 개 씩 묶어서 평균한 다음 비교하는 방법을 사용하였다.

	rank 10	rank 8	rank 8	rank 6	rank 6	rank 6	rank 4
2	0.142314	0.142211	0.142161	0.142056	0.142042	0.142034	0.141845
4	0.000958	0.000841	0.000808	0.000654	0.00065	0.000643	0.000446
6	0.000308	0.000208	0.000197	0.000059	0.000052	0.000049	0
8	0.000128	0.000051	0.000042	0.000002	0.000001	0.000001	0
10	0.000049	0.000006	0.000004	0	0	0	0
12	0.000013	0.000001	0	0	0	0	0
14	0.000001	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0

Table 1. Variation of eigenvalues in 2 sinusoids with iteration

표 1. 주기신호가 두 개 있을 때 반복적인 처리에 따른 고유치

	rank 16	rank 8	rank 6	rank 6	rank 6	rank 6
2	0.329187	0.329157	0.329159	0.329177	0.329186	0.329194
4	0.050483	0.050422	0.050363	0.050361	0.050359	0.050355
6	0.000324	0.000261	0.000193	0.000189	0.000188	0.000185
8	0.000078	0.000025	0.000002	0.000001	0.000001	0
10	0.000028	0.000003	0	0	0	0
12	0.000006	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0

Table 2. Variation of eigenvalues in 3 sinusoids with iteration

표 2. 주기신호가 세 개일 때 반복처리에 따른 고유치의 변화

이렇게 해서 최종적으로 얻은 자기상관행렬에서 주파수를 추정하는 과정은 기존에 사용되었던 알고리즘, 즉 신호부공간을 이용하는 방법이나 잡음부공간을 이용하는 방법 어느 것이든 사용할 수 있다. 본 논문에서는 일반적으로 가장 많이 사용되는 알고리즘인 MUSIC을 최종적인 과정에서 사용하였다.

4. 실험 및 결과분석

실험은 Sherman과 W. Yongde가 동일하게 사용하였던 잡음과정에 대해서 다음과 같은 주파수를 가진 데이타를 가지고 진행시켰다.

$$x[n] = \sum_{i=1}^{M} A_i \sin(2\pi f_i n + \phi_i) + w[n] \tag{14}$$

$$w[n] = -\sum_{i=1}^{p} a_i w[n-i] + e[n] \tag{15}$$

위에서 w[n]은 백색가우시안 잡음에 의해서 구동되는 4차 AR 과정이며, AR의 계수는 a = [1.0, -1.352, 1.338, -0.662, 0.24] 이며, SNR은 5dB인 경우에 대해서 실험했다. 그리고 데이타의 수는 256 개로 하였으며, 주기신호의 갯수는 2개로 하였고, 이때 각 주기신호의 진폭은 1.0과 0.8로 주었다. 각 주기신호의 주파수 f_1, f_2는 0.35와 0.353으로 하였는데, 이것은 256 개의 데이타 샘플로 분석할 경우에 피리오도그램이 분리해낼 수 있는 해상도인 1/256 = 0.0039의 경우보다 가까운 경우이다.

W. Yongde의 방법과 제안된 방법은 각각 H(10, 16, 80)과 S(10, 16, 80)인 자기상관행렬을 구성하여 해를 구하였는데, 자기상관계수는 직접 주어진 것이 아니기 때문에 주어진 데이타를 이용하여 추정할 수밖에 없다. 때문에 본 논문에서는 일반적으로 많이 사용되는 다음 식과 같은 unbiased autocorrelation estimator을 사용하였다.

$$\hat{r}[k] = \frac{1}{N-k} \sum_{i=k}^{N} x[i] x^*[i-k] \tag{4.4}$$

다음에 실험결과로 제시된 그래프는 랜덤 가우시안 잡음원을 달리해서 (신호 대 잡음비나 기타 조건은 동일하다) 얻어진 10개의 데이타에 대한 처리를 평균하여 그려놓은 것이다.

y축은 신호의 크기(magnitude)를 나타내는 것인데, 그림에서는 모두 정규화(normalizing)를 시켜서 표시하였으며, x축은 주파수를 나타내는 것인데, 이것도 또한 정규화를 시켜서 표현했다. 이 경우에 x 값의 단위는 2 π radian이다.

신호 대 잡음비가 5dB인 경우에 대한 실험 데이타와 분석결과로서 얻어진 스펙트럼이 그림 2에서 그림 3에 나타나 있다. 그림에서 보는바와 같이 W. Yongde의 방법이 두 주파수를 구별하고 있지 못한 반면에 본 논문에서 제안한 방법이 두 개의 주파수를 구별하고 있는 데에서 본 알고리즘이 W. Yongde의 방법보다 뛰어난 성능을 가지고 있다는 사실을 알 수 있다.

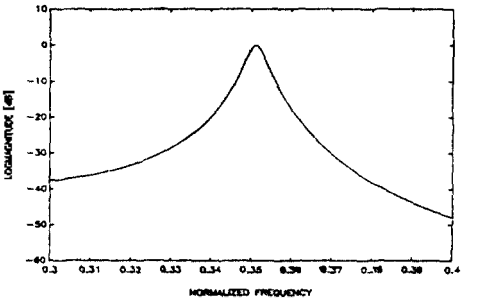

그림 2 Yongde의 방법 : 신호 대 잡음비 5dB

Fig. 2 Yongde method : SNR 5dB

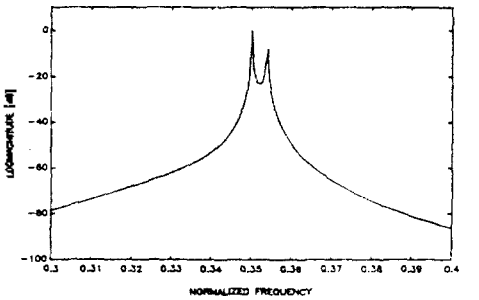

그림 3 제안된 방법 : 신호 대 잡음비 5dB

Fig. 3 Proposed method : SNR 5dB

5. 결론

본 논문에서는 임의의 유색잡음이 존재하는 하에서 주기신호의 주파수 추정에 관한 연구를 진행시켰으며, 실제적인 면에서 볼 때 여러가지 알고리즘들 중에서 가장 성능이 좋다고 여

겨지는 Sherman과 W.Yongde의 알고리즘을 개선하는 루틴을 제안하였다.

제안한 알고리즘은 먼저 Sherman과 W.Yongde가 구성한, 자기상관계수로 이루어진 Hankel 행렬에 역방향선형예측식을 인입하여 새로운 자기상관행렬을 구성한다. 그리고 이 행렬의 토플리츠 부분은 대각선 성분이, 행렬부분은 역대각선 성분이 모두 동일한 값을 지녀야 한다는 성질을 이용하여, SVD를 한 후 얻어지는 신호공간만으로 이루어진 행렬을 이에 근사시킨다. 근사방법으로는 대각선 혹은 역대각선 성분의 평균을 취하는 방법을 사용하였다. 이러한 근사는 최귀적인 루틴을 통해서 이루어졌으며, 이때 최종적으로 얻어진 행렬이 주파수의 추정에 직접적으로 사용되었다.

그리고 이와 동시에 주기신호의 갯수를 구하는 알고리즘을 제시하였는데, 이것은 SVD의 근사에러의 임계치를 정하여 자기상관행렬의 차수를 단계적으로 줄여감으로써 갯수를 추정하는 방법이다.

본 논문에서 제안된 방법은 특히 낮은 신호 대 잡음 비에서 W.Yongde가 제시한 알고리즘에 비해서 좋은 결과를 내고 있다는 사실을 실험적으로 확인할 수 있었으며, 수렴속도가 빠르기 때문에 반복횟수가 많이 늘어나지는 않는다는 사실을 확인할 수 있다.

하지만, 수렴속도가 빠르다고 하더라도 SVD가 본래적으로 가지고 있는 많은 계산량을 어떻게 처리해야 할 것인가는 이후의 문제로 계속남는다고 할 것이다.

〈 참고 문헌 〉

[1] S.M.Kay and S.L.Marple, "Spectrum estimation - A modern perspective", *ASSP*, Vol.69, pp.1380-1419, 1981.

[2] S.L.Marple Jr," A Tutorial Overview of Modern Spectral Estimation", *Proc.IEEE*, pp.2152-2157, 1989.

[3] S.M.Kay, *Modern Spectral Estimation : Theory & Applications*, Prentice-Hall, 1988.

[4] J.A.Cadzow,"Spectral Estimation : An Overdetermined Rational Model Equation Approach", *Proc.IEEE*, Vol.70, pp.907-939, 1982.

[5] V.F.Pisarenko,"The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function", *Gophys.J.Roy.Astron.Soc.*, Vol33, pp.347-366,1973

[6] S.L.Marple, *Digital Spectral Analysis with Applications*,Prentice-Hall, 1987.

[7] H.Tsuji and A.Sano, "Sperable Estimation of Discrite and Continuous Spectra of Signal with Mixed Spectrum", *ICASSP*, pp.2218-2221, 1989.

[8] Hideak Sakai, "Estimation of Freqences of Sinusoids in Colored Noise", *ICASSP*, pp.177-180, 1986.

[9] Xiao-hu and Zhen-ya He, "A Modified Yule-Walker Equations Method for Harmonic Analysis in Unknown Colored Noise", *ICASSP*, pp.2043-2046, 1987.

[10] Chanchal chatterrjee, Rangasami L.Kashyap and G.Boray, "Estimation of Close Sinusoids in Colored Noise and Model Discrimination", *ASSP*, pp.328-337, 1987.

[11] Peter J.Sherman and Arthur E.Frazho, "High Resolution Spectral Estimation of Sinusoids in Colored Noise Using a Modified Pisarenko Decomposition", *ICASSP*, pp.181-184, 1986.

[12] J. A. Cadzow, Y.Sun and G.Xu, "Detection of Multiple Sinusoids in White Noise : a Signal Enhancement Approach", *SVD and Signal Processing*, pp.171-186, 1988.

[13] Wang Yongde and Hu Ping, "Estimation of Freqences of Sinusoids in Noise with Colored Spectrum - Overdetermined Extended Order Hankel Matrix SVD", *ICASSP*, pp.319-320, 1990.

[14] E. Haberman and L.J.Griffiths, "Toeplitz-Hankel Decomposition for Directi-on of Arrival Estimation Using Transient Signals", *ICASSP*, pp.2444-2447

[15] S.J.Orfanidis, *Optimum Signal Processing*, Macmillan, 1988.