

平衡河床 概念 및 河川實務에의 適用性의 再考察

禹 孝 燮, 柳 權 圭

1. 서론

하상이 자갈, 모래, 진흙 등으로 이루어진 하천은 流水에 의해 그 형태가 끊임없이 변하며, 하천 흐름 또한 하천 형태에 따라 변하게 된다. 따라서, 하천 형태와 흐름과의 관계는 곧잘 조각가와 조각품과의 관계로 비유되며, 유수는 하천을 변화시키는 조각가인 동시에 하천에 의해 그 흐름이 변화되는 조각품이 된다. 이러한 하천 형태와 유수와의 상호 작용의 매체는 유수에 의해 이송되는 流砂로서, 流砂移送에 의해 하천의 河床과 평면 형태는 끊임없이 변화된다. 이러한 변화는 대협곡의 생성이나 하류 삼각주의 형성 등 수백만년 이상의 지질 시간에 걸쳐 일어날 수도 있고, 하상의 상승과 저하나 곡류의 형성 등 100년 이내의 비교적 짧은 시간대에 걸쳐 일어날 수 있다. 하천 유사의 공학적 중요성은 바로 이러한 짧은 시간대에 걸쳐 일어나는 하상 및 하천 형태 변화에 있다. 그중 특히 인위적인 하천 변화에 의한 하천의 장·단기 대응을 조사·예측하는 것은 하천에서의 수자원 개발이나 하천 관리에 필수적인 선행요소로 등장한다.

본 연구에서는 이러한 하천 관리의 기본 요소중 하나로서 河床 변화의 조사·분석을 위해 현재 통용되는 평형하상의 개념 및 관련된 공식의 문제점 등을 再考察한다. 즉, 현재 하천계획이나 하천조사에서 자주 검토되는 '平衡河床 傾斜(高)' 예측의 타당성에 대해 분석하며, 특히 하천실무에서 널리 사용되는 평형하상 경사의 추정공식인 安藝咬一(Aki Koichi)식의 문제점 및 한계 등을 심층적으로 분석한다.

2. 평형 하천 및 평형 하상

평형하천(stream in equilibrium)이란 한 하천구간의 상류에서 유입되는 유사량과 하류로 유출되는 유사량이 같아 그 하천구간에서 퇴적이나

¹⁾ 한국건설기술연구원 수자원연구실 수석연구원²⁾ 한국건설기술연구원 수자원연구실 연구원

침식이 어느 한 방향으로 계속되지 않고 하상의 상승(aggradation)이나 저하(degradation)가 일어나지 않으며, 따라서 실질적인 하상 변화가 없는 안정된 하천을 말한다. 여기서, 실질적인 하상 변화가 없다는 것은 대홍수 등에 의해 일시적으로 하천에 국부적으로 流砂의 과잉 퇴적이나 침식은 가능하지만 상당기간 동안에 평균적으로 하상 변화가 없다는 것을 의미한다. 평형하상이란 이런 하천에서의 하상 상태를 말하며, 평형하상 경사는 이러한 평형하상의 흐름 방향의 경사를, 평형 하상고는 평형하상의 표고를 각각 의미한다. 외국 문헌에서는 이러한 하천을 또는 'graded-stream', 'poised stream', 'balanced stream', 'stream in regime' 등 여러 명칭으로 불리우며, 특히 Mackin(1948)은 'graded stream'을 다음과 같이 정의하였다.

“'graded stream'이란 몇년에 걸쳐 가용한 유량 및 지배적인 하천 특성하에 그 하천 유역에서 공급되는 유사의 이송에 꼭 필요한 만큼의 유속이 생길 수 있도록 하상 경사가 자연적으로 정교하게 조정된 하천을 말한다.”

한편 Garde와 Ranga Raju(1983)에 의하면, 자연 하천은 下方浸蝕이 계속되는 幼年期 하천, 하방 침식이 끝나고 側方浸蝕 및 堆積이 시작되는 壯年期 하천, 본류 및 지류가 모두 완전히 'graded'된 즉 경사가 충분히 완만해진 老年期 하천 등으로 구분되며, 장년기와 노년기 하천은 대부분 평형 상태를 이룬다고 하였다.

우리나라의 경우, 하천의 평형 상태를 다시 하상 재료의 이송이 전혀 없는 靜的 平衡과 하상 재료의 이송은 있지만 평형 상태에 있는 動的 平衡으로 구분하며(김 회종, 하천공학, 1983), 이러한 구분은 일본에서 보편화되어 있다(日本土木學會, 水理公式集, 1985). 그러나, 엄밀하게 논하면 하상 재료의 이송이 없는 하천은 '평형' 이전의 고정상 하천이므로 정적 평형 상태는 특별한 의미가 없다. 따라서, 하천에서의 '평형'은 당연히 동적 평형을 지칭한다.

그러면, 어느 하천이 평형 하천인가라는 의문이 제기된다. 이에 대해서 원래 평형 하천의 의미가 자연 상태에서 오랜 세월에 걸쳐 하천의 下方浸蝕과 堆積이 균형 상태에 도달하여 몇년 정도의 시간대에서 실질적인 하상 변화(특히, 종단 변화)가 없는 하천이므로, 따라서 산지를 흐르는 하

방 침식이 왕성한 유년기 하천이나 頭部浸蝕(headward erosion)이 계속되는 하천을 제외한 대부분의 자연 하천들은 평형하천이라 할 수 있다 (Garde and Ranga Raju, 1983, pp.336: 하천환경관리 기본 조사·연구를 위한 일본출장, 전기연, 1991). 여기서 자연 하천이라 함은 하천의 流況, 流砂量, 河床傾斜, 河川形態, 河床材料 등에 인위적인 변화가 없는 하천을 말한다.

3. 평형 하상의 개념과 하천 실무

우리나라의 경우, 전술한 바와 같이 인위적인 변화가 없는 중·하류 하천들은 평형 하천이라 볼 수 있으며 그 하천의 하상 경사는 평형하상 경사라 할 수 있다. 여기서 인위적인 변화가 하천에 주어졌을 때 그 하천의 대응이 어떻게 될 것인가는 하천 실무에서 상당한 중요성을 가진다. 예를 들어, 자연하천에 수자원 개발을 하는 경우 하천의 자연적 평형상태는 최소한 일시적으로 깨어지게 되며 그 영향은 수자원 개발의 영향이나 범위 및 하천의 자연적 대응 상태에 따라 장·단기적으로 계속된다. 이러한 인위적인 하천변화는 流量, 流速, 亂流特性, 水深, 河幅, 河床傾斜, 流砂量, 河床材料 등 水理 및 流砂特性과 하천의 平面形態 등 하천특성을 변화시키며, 이러한 변화는 그 하천이 다시 새로운 평형상태를 유지할 때까지 계속된다. 이러한 인위적 변화에 대한 하천의 대응 관계를 Lane (1955)의 식을 이용하여 표시하면 다음과 같다.

$$Q S \propto Q_s D50 \quad \text{-----} \quad (1)$$

윗식에서 Q는 하천 유량, S는 하상경사, Qs는 유사량, D50은 하상재료의 평균입경을 표시한다.

예를 들어, 댐 건설에 의해 상류에서의 하천 유사 이송이 차단되는 경우 윗식에서 우변의 Qs가 작아지며 좌변에서 유량 Q는 크게 변하지 않으므로 하상경사 S가 작아지며, 이는 곧 댐하류의 河床低下를 일으킨다. 이 경우 댐하류 하상재료의 조건에 따라 하상이 洗掘되거나 혹은 하상 자갈층에 의해 하상이 裝甲化되어 하상이 계속 洗掘되는 것을 막을 수 있다. 반대로 댐상류에는 저수지의 'pool' 효과로 유속이 점차 줄어들어 상류에서 이송되어온 유사가 침전되어 하상은 점차 상승하게 된다.

위의 예는 하천 개발에 따른 하천의 대응을 보여주는 전형적인 예로서

이 밖에 어떤 형태의 하천개발도 크건 작건 하천의 平衡狀態에 영향을 주며, 이러한 변화는 바로 하상변화에 직결된다. 따라서, 하천 실무에서는 현재 그 하천의 하상이 계속 깎이고 있나 혹은 쌓이고 있나를 조사하기 위해 주기적으로 하상변동조사를 하며, 우리나라의 경우 이러한 하상변동 조사는 하천정비기본계획의 수립이나 특별히 하상변동조사 사업을 하여 실시하고 있다. 이러한 하천조사 사업에는 1)대상하천의 종·횡단 측량 및 침식량/퇴적량 추정, 2)유사량 추정, 3)평형 하상경사(고)의 추정 등이 포함된다.

본 연구에서 제시하고자 하는 문제는 위의 3)항의 평형 하상경사(고)의 추정이다. 현재 우리나라의 하천 실무에서는 평형하상 경사나 평형 하상고를 추정하기 위해 대부분 평형하상경사 예측 공식을 대상 하천 구간에 적용하여 그 공식이 예측한 하천의 경사와 실제의 하천 경사(이 경우 最深線의 경사나 低水位 수면경사)와 비교하여 그 하천이 평형 상태에서 얼마나 벗어났는가를 분석한다. 즉, 실제 측량된 하상고와 계산된 평형 하상고가 비슷하면 하상이 안정되어 있다고 간주하고 그렇지 않은 경우 두 하상고의 차이 만큼 침식이나 퇴적이 되었다고 분석하고 있다. 그러나 이러한 관행적인 분석은 경우에 따라서 완전히 '넌센스'가 될 수 있다. 즉, 전장에서 서술하였듯이 대부분의 자연 하천은 인위적인 변화를 주지 않거나 변화를 준 시간이 상당히 지나 다시 평형 상태에 도달한 경우 일단은 평형하천으로 간주된다. 따라서, 그 예측 결과가 매우 의심스러운 평형상태 예측공식의 결과를 이용하여, 현재 평형 상태에 있는 하천(자연하천)을 평가·분석한다는 것은 주객이 전도되어 평형 하상의 개념이 잘못 적용된 것이라 하겠다. 다만, 이러한 비교·분석은 식(1)의 어느 한 변량이 인위적으로 크게 변화된 하천에 있어서 그 변화에 대한 하천의 현재까지의 대응 및 앞으로의 대응을 예측하는데 도움을 줄 수 있다.

그러나, 우리나라의 현 하천 실무에서는 대부분 무비판적으로 安藝 공식을 적용하여 '평형 하상'을 계산하고 그 결과를 실제 측량된 하상과 비교하여 분석하고 있다. 따라서 앞으로의 하천 실무에서는 인위적이든 자연적이든 하상변동의 개연성이 충분히 있는 하천에 한해서 평형하상의 개념이 적용되어야 하며, 더구나 평형하상경사 예측방법의 객관성 및 신뢰성이 충분히 인정되기 전까지 상기한 3)항과 같이 평형하상 예측공식의

계산 결과와 실제의 하상경사를 비교분석하는 기존의 관행은 유보되어야 할 것이다.

4. '평형하상' 공식의 재검토

일반적으로 자연 상태의 하천은 평형을 이루고 있다고 보며, 이들 자연 하천의 경사는 상류에서 하류로 갈수록 감소된다고 알려져 있다. 이러한 하천 거리에 따른 종단 경사의 변화는 Schoklitsch(1930)나 Schulits(1941) 등에 의해 처음으로 다음과 같이 제시되었다.

$$S = S_0 e^{-\alpha x} \quad (2)$$

여기서, S = 하류 방향으로 거리 x에서의 하천 경사
S₀ = 상류 기준점에서의 하천 경사 (x = 0)

식 (2)에서 계수 α 는 하천의 하상 재료 및 수리적 특성에 따라 결정되며, 각 하천마다 다른 값을 가진다. 윗식은 하천의 低水位 수면경사측정 자료 등에 의해 그 타당성이 일반적으로 확인되었다. 일찌기 일본에서도 物部(Mononobe)는 식(2)와 비슷한 형태의 평형하상경사 식을 제시하였으며(安藝皎一, 하상론, 1944), 다만 그의 공식에서는 식(2)에 수심에 관련된 항이 새로이 추가된다. 비교적 최근에 인도의 Garde(1982)는 α 값을 하천 유량, 유사량 및 하상 재료의 크기와 경험식으로 표시하였으며, 그의 경험식의 타당성은 일부 하천 자료에 의해 확인되었다.

전술한 바와 같이, 우리나라에서 하천정비계획의 수립이나 하상 변동조사에 사용되는 평형 하상경사식은 식 (2)가 아니며, 대부분의 경우 일본의 安藝皎一(Aki Koichi)식이며 (한강하천정비기본계획(청미천, 복하천, 경안천), 건설부, 1983), 일부 物部(Mononobe)식을 사용하고 있다(낙동강(감천) 하천정비기본계획, 건설부, 1985). 그 이유는 식 (2)의 경우 α 값이 결정되지 않아 실무에서 사용될 수 없는 반면, 安藝공식 등은 하상 재료의 특성과 수심 자료만 있으면 하천의 경사가 계산된다는 실용성과, 우리나라에서는 과거부터 일본의 하천공학 관련 기술이 자주 적용되어 왔다는 점 때문으로 추정된다.

따라서, 본 연구에서는 전술한 평형하상 개념의 하천 실무에의 적용성에 대한 토의와 병행하여 하천 실무에 자주 사용되는 安藝 공식을 면밀히 분석하여 그 공식의 타당성을 재검토하고자 한다.

(1) 安藝 공식의 배경

安藝 공식은 1944년 安藝咬一의 河相論에 발표된 평형하상경사 공식으로서, 그 공식의 기본 가정은 평형 하천에서 하상에 작용하는 掃流力의 크기는 流下 거리에 따라 일정하게 변하며 하상 재료의 특성과 연관이 있다는 것이다. 즉, 하천의 평형 상태에서는 소류력 τ_0 는 하상 재료에 의한 마찰 저항 K 와 평형을 이루며, 이때 K 값은 다음과 같이 표시된다.

$$(\tau_0 =) K = a(\gamma_s - \gamma) \lambda \, dm \quad \text{-----} \quad (3)$$

윗식에서 a 는 계수이며, γ_s 와 γ 는 각각 하상 재료 및 물의 단위 중량, dm 은 하상 재료의 평균 입경이며, λ 는 하상 재료의 조도 곡선의 특성을 나타내는 파라미터로 혼합비라 한다.

또한, 하천 거리 x 에 따라 하상재료의 특성을 나타내는 $(\lambda \, dm)$ 값은 대수적으로 감소한다고 보아 다음과 같은 경험식을 제시하였다.

$$x = a - b \log(\lambda \, dm) \quad \text{-----} \quad (4-1)$$

$$\text{혹은, } \lambda \, dm = 10 \frac{a-x}{b} \quad \text{-----} \quad (4-2)$$

윗식들에서 a , b 값들은 하천의 재료 특성에 따라 결정되는 계수들이다. 식 (4-2)를 식 (3)에 대입하면 소류력 τ_0 는 다시 다음과 같이 표시된다.

$$\tau_0 = a(\gamma_s - \gamma) 10 \frac{a-x}{b} \quad \text{-----} \quad (5)$$

평형 하천에서 부동류를 고려하면, 하천에서의 에너지경사 Se 는 하상경사 So 와 비에너지 H 에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$Se = So - \frac{dH}{dx} \quad \text{-----} \quad (6)$$

한편, 수심에 비해 하천의 폭이 넓고 하상이 평형 상태에 있는 두 지점 x_0 와 x 에서 식 (5)를 이용하면 소류력의 관계는 다음과 같이 표시된다.

$$\left(\frac{\tau}{\tau_0} \right) = \frac{\gamma_y Se}{\gamma_{y_0} Se_0} = 10 \frac{x_0-x}{b} \quad \text{-----} \quad (7-1)$$

$$\text{혹은, } Se = Se_0 (y_0/y) 10 \frac{x_0-x}{b} \quad \text{-----} \quad (7-2)$$

여기서, Manning의 평균 유속 공식을 이용하면 두 수심의 비 y_0/y 값은 다음과 같이 표시된다.

$$y_0/y = \left(\frac{Se}{Se_0} \right)^{3/10} \quad \text{-----} \quad (8)$$

윗식에서, 조도계수 n 은 두 지점에서 같다고 가정한다. 따라서, 식 (8)을 식 (7-2)에 대입하여 정리하면,

$$Se = Seo \ 10^{\frac{x_0-x}{b}} \frac{10}{7} \quad \text{-----} \quad (9-1)$$

$$\text{혹은, } y = y_0 \ 10^{\frac{x_0-x}{b}} \frac{3}{7} \quad \text{-----} \quad (9-2)$$

마지막으로, 식 (6)에서 비에너지 H 를 수심 y 로 가정하고, 식 (9-1)에 대입하여 Se 를 소거하고, 식 (9-2)를 x 로 미분하여 대입하면 다음과 같은 ‘安藝’ 공식이 유도된다.

$$S = Seo \ 10^{\frac{10}{7} \frac{x_0-x}{b}} + \frac{2.3 \times 3}{7 b} y_0 \ 10^{\frac{3}{7} \frac{x_0-x}{b}} \quad (10)$$

식 (10)을 유도하기 위해 고려된 기본 가정들을 분석하면 다음과 같다.

- 1) 평형 하천에서 하상에 작용하는 소류력은 식 (3)으로 표시되는 하상 재료의 마찰력과 평형을 이룬다.
- 2) 하상 재료의 종단 변화는 식 (4)와 같이 거리의 함수로 표시된다.
- 3) 관심 대상이 되는 두 지점 x_0 와 x 에서의 조도계수는 같다.
- 4) 비에너지 수두 H 는 수심(最深線) y 와 같다.
- 5) 기준점에서의 에너지 경사 Se_0 는 그점에서의 하상경사 So 와 같다.

(2) 安藝 공식의 재검토

전술한 바와 같이 安藝 공식은 많은 기본 가정하에서 유도된 공식으로서 몇몇 가정들은 객관적으로 인정되기 매우 어려운 것들이다. 즉, 이 공식의 기본 가정인 1)항의 경우 이론적으로나 실험적으로 증명되지 못했으며, 2)항의 경우 후술하겠지만 하천 거리에 따른 하상 재료의 변화는 상당히 불규칙하며, 따라서 식 (4)로 표시되는 a , b 값의 결정이 실제 쉽지 않다. 또한, 3)항의 가정은 일반적으로 인정되기 어려우며, 이 공식에서 거리에 따른 하상 재료의 변화를 고려했으므로 거리에 따른 조도계수 n 의 변화도 다음과 같은 Strickler의 경험식 등으로 고려되어야 할 것이다.

$$n = \beta D^{1/6} \quad (11)$$

여기서, β = 입경 D 의 단위에 따라 결정되는 계수

4)항의 가정은 하폭이 넓고 속도수두가 수심에 비해 충분히 작은 경우에 한해 인정될 수 있다. 그러나, 5)항의 가정을 인정하면 식 (6)에서

$dH/dx = 0$ 가 되어야 하며 다시 식(10)의 우변의 둘째항이 의미가 없어지며, 따라서 식 (10)의 타당성이 기본적으로 흔들린다.

위와 같이 安藝 공식의 기본 가정에 내재되어 있는 불확실성 이외에 다음과 같은 공식 구조상의 문제가 제기된다.

첫째, 식(10)에서 $x=x_0$ 인 경우, 기준점에서의 하상경사는 $S_0 = S_{e0} + 2.3 \times 3y_0/7b$ 가 되며 S_0 로 수립되지 않는다.

둘째, 하상 재료의 입도 분포의 종단 변화가 식 (4-1)로 표시되는 경우, 대부분의 경우 그 회귀식의 상관계수가 낮으며, 따라서 계수 b 값의 결정은 매우 주관적이 된다는 것이다. 예로서, 그림 1은 청미천 (한강하천정비기본계획(청미천, 복하천, 경안천), 건설부, 1983)의 하상 재료의 특성(λ dm)과 거리 x 의 관계를 보여주며 자료점들이 상당히 흩어져 있음을 알 수 있다. 그림 2는 b 값의 변화에 따른 식 (10)으로 추정되는 평형 하상경사의 변화로서, b 값에 대한 식 (10)의 민감도를 나타낸다. 그림 2에서 기준점은 $x = 13$ km이며 기준점 하상경사 $S_0=0.00085$ 이며, 최심선 수심 $y_0=5.33$ m이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 b 값의 변화에 대한 S 값의 변화는 매우 크며 이러한 변화는 x 값이 커질수록, 즉 기준점에서 상·하류로 갈수록 크게 나타난다. 그러나, 그림 1에서 볼 수 있듯이 b 값의 결정은 객관성이 약하며, 따라서 식 (10)으로 계산되는 하상경사 S 는 그림 2와 같이 극단적으로 100배 까지 차이가 날 수가 있다. 이러한 사실들은 식 (10)의 적용성의 문제점을 단적으로 시사하고 있으며 安藝 공식의 타당성에 강한 의문을 제시하고 있다.

셋째, 우리나라에서 安藝공식을 실제 하천에 적용시 식(10)의 y_0 를 기준점의 수심으로 보고 계산하나, 평형하상의 개념은 계획홍수와 같은 극단적인 경우가 아닌 그 하천의 지배적인 하상형성에 관련된 하천유량(지배유량이라고 함; 'dominant discharge')조건에서의 상대이다. 또한, 평형하상공식에 의해 계산된 경사는 최심선의 경사와 비교하고 있으나, 그 보다는 그 하천의 평균경사로 볼 수 있는 低水位時 일제관측수위와 비교되어야 할 것이다.

마지막으로, 安藝공식은 우리나라의 하천자료와의 비교를 통해 그 적용성이 입증되지 못했다는 점을 지적하고자 한다.

安藝 공식은 이러한 여러가지 불확실성 및 구조상 문제점들을 안고 있

으며, 이 공식이 개발된 일본의 경우 더 이상 사용되지 않는 것으로 알려져 있다('하천환경관리기본 조사·연구'를 위한 일본출장, 전기연, 1991). 예로서, 현재 일본에서 발간되는 많은 하천 공학, 流砂 水理學 관련 서적에서도 安藝 공식은 거론되지 않고 있다. 또한 본 연구에서는 구체적으로 거론되지 않았지만 物部の 공식 역시 그 타당성이 의심스러우며, 이 공식 역시 현재 일본에서도 사용되지 않고 있는 것으로 알려져 있다. 오히려, 일본에서는 '60년대 이후 보다 합리적인 평형하상경사를 추정하는 노력이 행하여져 왔으며, 그 예로서 Manning의 평균 유속 공식, Brown의 유사량 공식, 유사량의 연속식 등을 이용하여 평형하상경사를 추정하는 공식들이 소개되었다(土屋 昭彦, 1968).

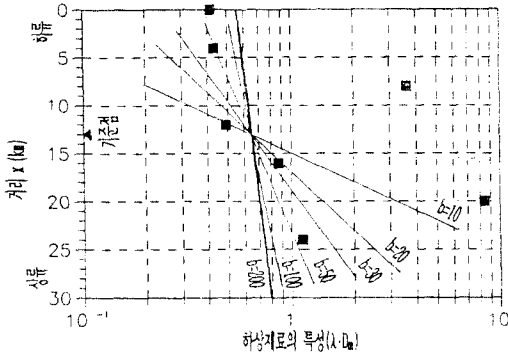


그림 1. 하상재료의 특성($\lambda \cdot D_{50}$)과 거리(x)의 상관관계(건설부, 1983)

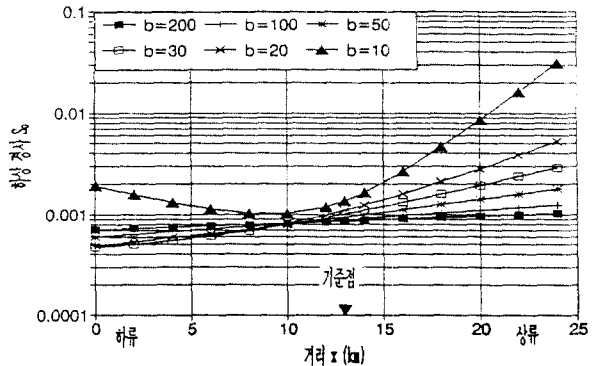


그림 2. b값의 변화에 따른 安藝공식의 민감도(건설부, 1983, 자료이용)

5. 결론

본 연구에서는 평형하상의 개념과 하천 실무에의 적용성에 대해 논하였고 아울러 우리나라에서 평형하상경사를 추정하기 위해 널리 사용되어온 安藝 공식의 타당성에 대해 분석하였다. 평형 하천이란 전술한 바와 같이 몇년에 걸쳐 하천의 수리 특성하에서 상류에서 공급되는 유사의 이송에 꼭 필요한 만큼의 유속이 생기도록 자연적으로 하상 경사가 조정되어, 실질적인 하상의 퇴적이나 침식이 없는 하천을 지칭한다. 여러가지문헌 분석에 의하면, 장.노년기 지형을 흐르는 대부분의 자연상태의 하천들은 인위적인 변화가 없는 한 평형상태에 있는 것으로 알려져 있으며, 우리나라의 경우도 예외는 아닐 것으로 사료된다. 따라서, 본 연구의 주요 결론은 다음과 같이 요약할 수 있다.

(1) 완전히 또는 비교적 자연 상태에 있는 하천에 ‘평형 하상 공식’을 적용하여 그 하천의 하상상태를 분석하는 현재의 관행은 지양되어야 할 것이다.

(2) 공식의 유도 과정에 많은 문제점들이 지적되고, 그 공식의 타당성 또한 매우 의심스러운 安藝 공식의 하천 실무에의 사용은 지양되어야 할 것이다.

(3) 이러한 기준에 통용되는 공식들을 대체할 새로운 평형하상경사 공식은 많은 자연 상태의 평형 하천에서 얻어진 자료를 분석하여 논리적으로 도출되어야 할 것이며, 이에 관한 본격적인 연구가 요청된다.

6. 참고문헌

- (1) 건설부, 한강하천정비기본계획(청미천, 복하천, 강안천), 1983.
- (2) 건설부, 낙동강(감천)하천정비기본계획, 1985.
- (3) 김 희종, 하천공학, 동명사, 1985.
- (4) 우 효섭, 하천환경관리 기본 조사, 연구 과업을 위한 일본 출장, 한국 건설기술 연구원, 1991.
- (5) 安藝咬一, 河相論, 常磐書房, 1944.
- (6) 일본토목학회, 수리공식집, 1985
- (7) 土屋昭彦, “하도평형이론에 관한 2,3의 고찰,” 제 12회 수리강연회 강연집, 토목학회, 일본, 1968.

- (8) Garde R. J. and Ranga Raju, K. G., Mechanics of Sediment Transportation and Alluvial Stream Problems. John Wiley & Sons, N.Y., 1983.
- (9) Mackin, J. H., "Concept of the Graded River", Geological Survey of America Bulletin, Vol.59, pp. 561-88, 1948.
- (10) Lane, E. W., "The Importance of Fluvial Morphology in Hydraulic Engineering." Proc. ASCE, Paper No. 745, July, 1955.
- (11) Schoklitsch, A. Handbuch des Wasserbaues, Springer, Vienna, Austria, 1930.
- (12) Schulits, S., "Rational Equation for River Bed Profile", Trans., AGU, Vol.22, 1941.