PWR에서 Core Support Barrel의 진동

Vibraions of the Core Support Barrel in PWR

•이 병호* 김 유만**

Byung-Ho Lee Yu-Man Kim

1. 서 론

현재 PWR의 동력로의 값은 대당 10 억불이나 되는데, 원래 20년 수명을 예측하고 설계된 것이나, 이를 두 배로 늘려서 40년의 수명을 가질 수 있겠는가 하는 문제가 크게 대두되었다. 본 연구는 가장 중요한 구조물인 로심부 지지통의 수명판정조건을 제시하기 위하여 계산한 일부이다. 수명판정을 하기 위해서는 Barrel의 강제진동 응답으로부터 Fluctuating Stress를 구해야만 한다. 본 연구에서는 Modal Analysis를 이용하여 변위를 모드함수의 급수전개의 형태로 표시하고 가진주파수가 Barrel의 고유진동수와 일치하는 모드만을 내어 Fluctuation Stress를 구하였다.

2. 이 론

2.1 고유진동수

[그림 2] 의 모델에서 운동방정식은

$$D\left(\frac{n^2}{a^2}-\frac{d^2}{dx^2}\right)^4 U_{3n}(x)+\frac{Eh}{a^2}\frac{d^4U_{3n}(x)}{dx^4}-\rho_M h\omega^2\left[\frac{n^2}{a^2}-\frac{d^2}{dx^2}\right]^2 U_{3n}(x)=0 \qquad (1)$$

이다. 이를 간소화하여 해를 구하고, 경계조건을 적용하면 고유치 의 값을 얻을 수 있다. :

$\eta_1 = 4.730,\ \eta_2 = 7.853,\ \eta_3 = 10.996,\ \eta_4 = 14.137,$

$\eta_5 = 14.137,\ \eta_6 = 20.420,\ \eta_7 = 23.562.$

[$\cos\eta\cosh\eta - 1 = 0$ 의 根].

$$\eta = \frac{nL}{a}\sqrt[4]{\frac{a^2}{Eh}\left[\rho_M h\omega^2 - D\left(\frac{n}{a}\right)^4\right]} \qquad (2)$$

* 한국과학기술원 핵공학과

** 한국과학기술원 기계공학과

이로부터 Natural Frequency를 구하면,

$$\omega_{mn}=\sqrt{\frac{1}{\rho_M h}\left(\frac{Eha^2}{L^4n^4}\eta_m^4+D\left(\frac{n}{a}\right)^4\right)} \qquad (3)$$

을 얻는다(표1). 그러나 이는 공기중에서의 고유진동수이므로 우리가 필요한 2300psi, 564°F 에서의 가압고온의 고유진동수는 부가질량(Added Mass)을 고려하여 구해야 한다.

$$\mu_{hmn}=-\frac{\rho}{\kappa_m}\frac{I_n(\kappa_m a)+BK_n(\kappa_m a)}{I_n'(\kappa_m a)+BK_n'(\kappa_m a)};$$

$$B=-\frac{I_n'(\kappa_m b)}{K_n'(\kappa_m b)},\quad \kappa^2=\left(\frac{\eta_m}{L}\right)^2-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \qquad (4)$$

여기서 ρ는 물의 밀도이고 I_n, K_n은 각각 제 n차 수정된 3종 및 4종 Bessel 함수이다. 따라서 식(3)은 다음 식으로 수정된다. 표2 에 이 값을 나타내었다.

$$\omega_{mn}^{w}=\sqrt{\frac{1}{\rho_M h}\left(\frac{Eha^2}{L^4n^4}\eta_m^4+D\left(\frac{n}{a}\right)^4\right)}\frac{1}{\sqrt{1+\mu_{hmn}/\rho_M h}}$$

2.2 Fluctuating Stresses

어떤 Disturbance가 Shell의 여러 고유모드를 가진시킨다. 이를 Modal Analysis로 푼다. 일반해는

$$u_i(\alpha_1,\alpha_2,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\eta_m(t)U_{im}(\alpha_1,\alpha_2) \qquad (5)$$

로 표시된다. 여기서 $\eta_m(t)$ = modal participation factor, U_m = modal function이다.

그리고 에 관한 방정식을 요약하면

$$\ddot{\eta}_m+\frac{\lambda}{\rho_M h}\dot{\eta}_m+\omega_m^2\eta_m=F_m \qquad (6)$$

여기서

$$F_m=\frac{1}{\rho_M hN_m}\iint_{\alpha_2\alpha_1}(q_1U_{1m}+q_2U_{2m}+q_3U_{3m})A_1A_2\,d\alpha_1 d\alpha_2, \qquad (7)$$

$$N_m=\iint_{\alpha_2\alpha_1}(U_{1m}^2+U_{2m}^2+U_{3m}^2)A_1A_2\,d\alpha_1 d\alpha_2 \qquad (8)$$

이고, 또한 U_{im}의 직교성을 이용하여 $\eta_m(0)$ 와 $\dot{\eta}_m(0)$ 를 구하면

$$\eta_m(0) = \frac{1}{N_m}\iint_{\alpha_2\alpha_1}[u_1(\alpha_1,\alpha_2,0)U_{1m}+u_2(\alpha_1,\alpha_2,0)U_{2m} +u_3(\alpha_1,\alpha_2,o)U_{3m}]A_1A_2d\alpha_1d\alpha_2 \quad (9)$$

$$\dot{\eta}_m(0) = \frac{1}{N_m}\iint_{\alpha_2\alpha_1}[\dot{u}_1(\alpha_1,\alpha_2,0)U_{1m}+\dot{u}_2(\alpha_1,\alpha_2,0)U_{2m} +\dot{u}_3(\alpha_1,\alpha_2,o)U_{3m}]A_1A_2d\alpha_1d\alpha_2 \quad (10)$$

을 얻는다. 따라서

$$\eta_m(t) = \frac{P_3U_{3mn}(x^*,\theta^*)}{\rho hN_m} \cdot \frac{1}{\omega_{mn}^2\sqrt{(1-(\frac{\omega}{\omega_{mn}})^2)^2+4\zeta_{mn}^2(\frac{\omega}{\omega_{mn}})^2}}\sin(\omega t-\phi_{mn}) \quad (11)$$

이다. 여기서 주의할 것은 시간이 지남에 따라 감쇠하는 항은 제외했다는 것이다.
그리고

$$U_{3mn}(x^*,\theta^*) = H_{3m}(x^*)\cos(\theta^*-\phi) \quad (12)$$

이고 (x^*,θ^*)은 Inlet의 좌표이다. 또,

$$H_{3m}(x) = H_m(\sinh\eta_m\frac{x}{L} - \cos\eta_m\frac{x}{L}) - J_m(\sinh\eta_m\frac{x}{L} - \sin\eta_m\frac{x}{L}); \quad (13)$$

$$H_m = \sinh\eta_m - \sin\eta_m. \quad (14)$$

$$J_m = \cosh\eta_m - \cos\eta_m \quad (15)$$

이다.

식(12)의 Mode 함수는 식(1)을 간소화한 식의 해로부터 얻을 수 있다. 그런데 Transverse 성분은 일반적으로

$$U_{3mn}(x,\theta) = H_{3m}(x)\cos n(\theta-\phi)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 ϕ는 임의의 각도이다. θ 방향의 어떤 공간을 표시하려면, 두 개의 직교성분이 필요하다. 이것의 한 Set은 $\phi=0$, 또 한 Set는 $\phi=\pi/2n$으로 놓으면 얻어진다. 즉, $\cos n(\theta-0) = \cos n\theta$, $\cos(n\theta-\pi/2) = \sin n\theta$. 따라서

$$U_{3mn1}(x,\theta) = H_{3m}(x)\cos n\theta \quad (16)$$

$$U_{3mn2}(x,\theta) = H_{3m}(x)\cos n\theta \quad (17)$$

이다. 그러므로 (x^*,θ^*)에 작용하는 Point Load의 제 1 Set는

$$F_{mn1} = F^*_{mn1}\,s(t) \quad (18)$$

$$F^*_{mn1} = C_m(x^*)\sin n\theta^*$$

$$C_m(x^*) = \frac{1}{\rho hN_{mn}}P_3U_{3m}(x^*)$$

$$N_{mn} = \pi\int_x H_{3m}^2(x)A_1A_2dx$$

이고, 제 2 Set는

$$F_{mn2} = F^*_{mn2}\,s(t) \quad (19)$$

$$F^*_{mn2} = C_m(x^*)\cos n\theta^*$$

이다. 따라서 Modal Participation Factor 는

$$\eta_{mn1} = T_{mn}(x^*,t)\sin n\theta^* \quad (20)$$

$$\eta_{mn2} = T_{mn}(x^*,t)\cos n\theta^* \quad (21)$$

으로 표현되고 여기서

$$T_{mn}(x^*,t) = \frac{C_m(x^*)\sin(\omega t-\phi_{mn})}{\omega_{mn}^{w2}\sqrt{[1-(\frac{\omega}{\omega_{mn}^w})^2]^2+4\zeta_{mn}^2(\frac{\omega}{\omega_{mn}^w})^2}} \quad (22)$$

$$\phi_{mn} = \tan^{-1}\frac{2\zeta_{mn}(\frac{\omega}{\omega_{mn}})}{1-(\frac{\omega}{\omega_{mn}})^2} \quad (23)$$

이다. 그러므로 변위는 Superposition에 의하여

$$u_3(x,\theta,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}T_{mn}(x^*,t)U_{3m}(x)[\sin n\theta^*\sin n\theta+\cos n\theta^*\cos n\theta]$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}T_{mn}(x^*,t)U_{3m}(x)\cos n(\theta-\theta^*) \quad (24)$$

$$= \frac{4P_3}{\rho_M h} \times\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{H_m\left(ch\eta_m\frac{x^*}{L}-\cos\eta_m\frac{x^*}{L}\right)-J_m\left(sh\eta_m\frac{x^*}{L}-\sin\eta_m\frac{x^*}{L}\right)}{N_{mn}\varepsilon_n\omega_{mn}^{w2}\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{mn}^w}\right)^2\right]^2+4\zeta_{mn}^2\left(\frac{\omega}{\omega_{mn}^w}\right)^2}} \quad (25)$$

$$\times\left\{H_m\left(ch\eta_m\frac{x}{L}-\cos\eta_m\frac{x}{L}\right)-J_m\left(sh\eta_m\frac{x}{L}-\sin\eta_m\frac{x}{L}\right)\right\}\cos n(\theta-\theta^*)\sin(\omega t-\phi_{mn})$$

이다. 식(25)에서는 [그림 3]과 같이 4 개의 펌프 Inlet인 경우, 가장 나쁠 때를 고려한 것이다.

다른 변위 u_1과 u_2는 u_3 로부터 구해진다. 즉,

$$u_1 = -a\int\frac{\partial u_2}{\partial x}d\theta + C_1 \quad (26)$$

$$u_2 = -\int u_3\,d\theta + C_2 \quad (27)$$

여기서 c_1, c_2 는 경계조건에서 0 이 된다.

그리고 Fluctuating Stress는

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2+\nu\varepsilon_1) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{2}{a}\frac{\partial u_2}{\partial\theta}+\frac{u_3}{a}-\frac{1}{a}\frac{\partial^2u_3}{\partial\theta^2}+\nu(\frac{\partial u_1}{\partial x}-a\frac{\partial^2u_3}{\partial x^2})\right) \quad (28)$$

에서 구할 수 있다. 그런데 m,n에 대한 무한급수의 모든 항이 필요한 것이 아니라 공진을 일으키는 항만이 두드러지게 크므로 그들 항만 취하면 된다. 우리의 경우에는 표2 에 보인 바와 같이 (1,2) 모드가 공진을 일으키므로

$$\sigma_{\theta\theta}\big|_{x^*,\theta^*} = \frac{E}{1-\nu^2}$$

$$\frac{3}{a}K_{12}\left\{ H_1\left(ch\eta_1\frac{x^*}{L} - \cos\eta_1\frac{x^*}{L}\right) - J_1\left(sh\eta_1\frac{x^*}{L} - \sin\eta_1\frac{x^*}{L}\right)\right\}$$

$$+\frac{\nu a}{L^2}K_{12}\eta_1\left\{ H_1\left(sh\eta_1\frac{x^*}{L} + \sin\eta_1\frac{x^*}{L}\right) - J_1\left(ch\eta_1\frac{x^*}{L} - \cos\eta_1\frac{x^*}{L}\right)\right\}\frac{1}{4}$$

$$-\frac{\nu a}{L^2}K_{12}\eta_1^2\left\{ H_1\left(sh\eta_1\frac{x^*}{L} + \sin\eta_1\frac{x^*}{L}\right) - J_1\left(ch\eta_1\frac{x^*}{L} + \cos\eta_1\frac{x^*}{L}\right)\right\}$$

$$\sin(\omega t-\phi_{12}) \tag{29}$$

로 쓸 수 있고 여기서

$$K_{12} = \frac{4P_3}{\rho_M h} \times \frac{H_m\left(ch\eta_m\frac{x^*}{L} - \cos\eta_m\frac{x^*}{L}\right) - J_m\left(sh\eta_m\frac{x^*}{L} - \sin\eta_m\frac{x^*}{L}\right)}{N_{mn}F_n\omega_{mn}^{*2}\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{mn}^*}\right)^2\right]^2 + 4\zeta_{mn}^2\left(\frac{\omega}{\omega_{mn}^*}\right)^2}}$$

$$(m=1, n=2) \tag{30}$$

이다. 그리고 Pressure Fluctuation Amplitude, P_3 는 [Ref. 2]에서 얻은 표3 을 참조하면 0.52 psi 에서 Inlet의 단면적 $\pi(30/2)^2$을 곱하여

$$P_3 = 367.567 \sin\omega t \quad (lb_f)$$
$$(\omega = 2\pi \times 40 \quad rad/sec)$$

이다. 따라서 Fluctuating Stress는 다음의 값으로부터

$x^* = 144.75$ in , $L = 383$ in

$E = 25.1\times10^6$ psi

$H_1 = 0.57643\times10^2$

$J_1 = 0.56634\times10^2$

$\cosh\eta_1(x^*/L) - \cos\eta_1(x^*/L) = 3.2865$

$\cosh\eta_1(x^*/L) + \cos\eta_1(x^*/L) = 2.8562$

$\sinh\eta_1(x^*/L) - \sin\eta_1(x^*/L) = 1.9274$

$\sinh\eta_1(x^*/L) + \sin\eta_1(x^*/L) = 3.8806$

$N_{12} = 0.16857\times10^2$

$2\zeta = 4\times10^{-4}$

$K_{12} = 0.47482\times10^3$

$\sigma_{\theta\theta}\big|_{x^*,\theta^*(1,2)} = 5.4075\times10^4 \quad kg_f/cm^2$

로 구해진다. 이렇게 큰 값이 나온 것은 델타함수의 점하중이 작용하는 바로 그 위치 (x^*,θ^*)에서의 값이기 때문이다. 그래서 그 위치이외의 4점을 잡아 하중을 분배하여 (x^*,θ^*)에서의 Stress를 Smoothing하면

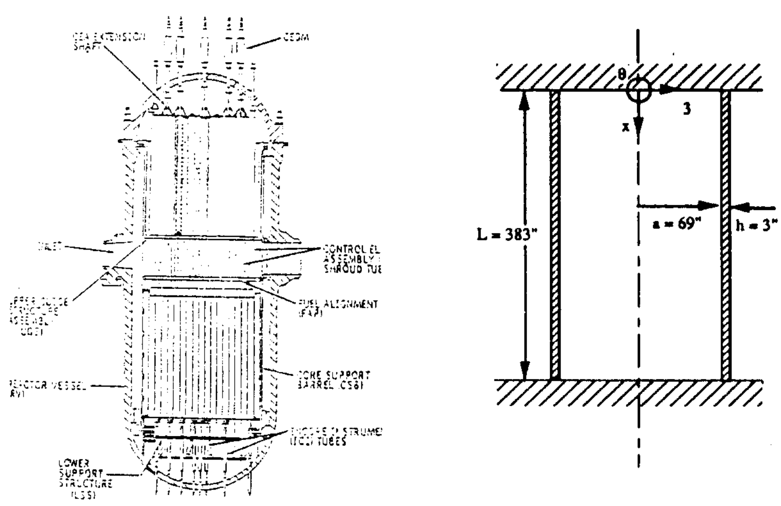
$\sigma_{\theta\theta}\big|_{x^*,\theta^*(1,2)} = 13.3 \quad kg_f/mm^2$

으로 얻어진다.

참 고 문 헌

[1] Vibrations of Shells And Plates, Werner Soedel p140

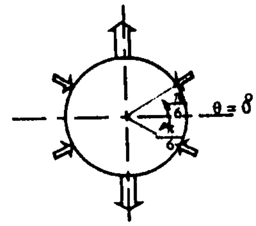
[2] L. Lee And Chandra, "Pump Induced Fluctuating Pressures Inner Reactor Coolant Pipe", Int. J. Press. Vess. & Piping, Vol.8 p407-417 (1980)



[Fig. 1] Core Support Barrel

Table 1 Natural Frequencies in Air

m \ n	1	2	3	4	5	6	7
1	1931.02	502.54	380.95	572.51	877.86	1260.35	1714.38
2	5321.97	1337.80	669.89	651.03	899.99	1267.86	1717.36
3	10434.32	2612.31	1201.34	859.36	968.95	1292.14	1727.10



[Fig. 2] Inlet System

Table 2 Natural Frequencies in Water

m \ n	1	2	3	4	5	6	7
1	631.98	251.79	241.47	414.57	688.55	1040.11	1463.87
2	2296.94	738.75	441.39	479.77	712.17	1051.39	1470.63
3	5515.71	1591.24	828.52	647.66	775.88	1078.75	1484.97

Table 3 Max. Pump Induced Periodic Pressure on Core Support Barrel at Inlets(psi)

Temp °F	No. of pumps	Rotor speed 20Hz	2×RS 40Hz	Blade pumping Freq. 120Hz	2×BPF 240Hz
564	4	1.28	0.52	2.28	2.84
	3	0.96	0.39	1.71	2.13
	2	0.64	0.26	1.14	1.42