

# 엔진-탄성마운트 시스템의 동적특성해석

## Dynamic Analysis of the Engine-Resilient Mount System

o 김영중\*      유 광택\*\*  
Young-Joong Kim      Kwang-Taek Yoo

### 1. 서론

왕복동 엔진은 실린더내의 폭발력과 왕복기구의 운동으로 인하여 불가피하게 기진력과 기진모멘트를 발생시킨다. 엔진의 내부에서 발생하는 기진력은 지지부를 통해 외부로 전달되어 진동과 소음을 유발하는 요인이 된다.

탄성마운트를 이용하여 외부로 전달되는 기진력을 감소시키기 위하여 선형탄성계수를 갖는 마운트를 가정한 시스템의 동력학적 해석기법이 정립된 이래[1,2], 탄성마운트의 적응을 위한 최적설계기법 연구[3,4]와 고무마운트의 탄성특성에 관한 연구[5,6]등 많은 연구가 이루어져 왔다.

탄성마운트를 선정, 설치할 때 크게 두가지 관점에 유의해야 한다. 첫째, 장비가 기울어지지 않도록 각 마운트의 처짐이 일정해야 한다. 둘째, 기진력의 방향성에 의해 진동이 야기될 수 있는 시스템의 진동모드를 예측하여 이 고유진동수가 기진력의 주파수보다 낮도록 해야 한다.

본 연구에서는 일반적인 6자유도의 비대칭 강체가 3방향 탄성계수를 갖는 마운트에 지지되어 있는 6자유도계의 진동해석기법을 확립하고, 고유진동, 강제진동응답 및 진동전달력해석을 위한 프로그램을 개발하였다. 아울러 실제 응용된 사례와 타종의 마운트를 적용한 결과를 비교함으로써 설계의 타당성을 검증하였다.

### 2. 동적모형설계

#### 2.1 좌표계

엔진-탄성마운트 시스템은 기본적으로 강체의 무게중심에 기준좌표계를 설치하고, 이 좌표 원점에 대한 강체의 변위, 회전각 및 기진력, 기진모멘트등을 Fig.1과 같이 정의한다. 여기서 탄성스프링은 기준좌표계와 일치하지 않는 국부 좌표

계 (Local coordinate)로 표시되어 있다.

좌표축 p, q, r 이 기준좌표계에 대하여 X, Y, Z축을 기준으로 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 만큼 회전된 것이라 하고, 기준좌표계의 단위벡터를  $e$ , 마운트 좌표계의 단위벡터를  $a$  라고 하면 다음과 같은 관계가 있다.

$$a = \begin{bmatrix} c_{\beta}c_{\gamma} & c_{\alpha}s_{\gamma}+s_{\alpha}s_{\beta}c_{\gamma} & s_{\alpha}s_{\gamma}-c_{\alpha}s_{\beta}c_{\gamma} \\ -c_{\beta}s_{\gamma} & c_{\alpha}c_{\gamma}-s_{\alpha}s_{\beta}s_{\gamma} & s_{\alpha}c_{\gamma}+c_{\alpha}s_{\beta}s_{\gamma} \\ s_{\beta} & -s_{\alpha}s_{\beta} & c_{\alpha}c_{\beta} \end{bmatrix} e \quad (1)$$

또는

$$a_i = T_{ij}e_j, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

여기서  $c_{\alpha} = \cos \alpha$ ,  $s_{\alpha} = \sin \alpha$  등을 의미한다.

#### 2.2 관성 특성치

6자유도 강체의 관성특성치로써 질량, 무게중심, 질량 관성모멘트, 질량 관성상승모멘트등이 요구된다.

#### 2.3 마운트의 특성

마운트가 분포되어 설치될 경우 마운트 자체의 회전운동은 직선운동에 비해 매우 작기 때문에 3방향의 직선운동에 대한 특성만을 갖는 것으로 가정해도 결과에 큰 차이가 없다고 알려져 있다[5].

Fig.1과 같이 강체의 무게중심으로부터 x, 만 큼 떨어진 위치에 부착되어 있는 i 번째 마운트가 p, q, r 축을 기준으로  $k_p, k_q, k_r$ 로써 주어진 경우, 기준좌표계에 대한 마운트의 탄성계수는 다음과 같다.

$$k_{ij} = \sum_{k=1}^3 T_k k_k^0 T_{kj}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3)$$

\* 한국해사기술연구소

\*\* 쌍용중공업 엔진기술연구소

여기서  $k_1, k_2, k_3$ 은 각각  $k_1^0, k_2^0, k_3^0$ 을 의미한다.

주로 고무로 제작되어 있는 마운트는 보통의 스프링과는 달리 주파수나 진동진폭의 변화에 따라 감쇠특성이 달라진다[5,6]. 고무 마운트의 감쇠비는 보통 임계감쇠(Critical damping)의 5%정도로 알려져 있다[7].

진동계에 감쇠를 고려하게 되면 공진주파수 부근에서의 진동진폭은 현저하게 감소한다. 그러나 감쇠량이 크지 않을 경우 고유진동수 및 진동모드는 거의 변하지 않는다. 엔진-탄성 마운트 시스템은 공진을 회피하여 설계하는 것이 목적이며, 이 때의 진동진폭은 감쇠량에 따라 크게 변하지 않으므로 마운트의 감쇠계수를 엄격히 산정할 필요는 없다. 따라서 본 연구에서는 1 자유도계의 감쇠계수 산정 기법을 토대로, 마운트 감쇠계수를 추정하였다.

1자유도계에서 정하중 변위에 대한 공진진폭의 비를 나타내는 동배율계수(Dynamic magnification factor), 즉 Q-factor와 감쇠계수의 관계는 다음과 같다.

$$c = \frac{m \omega_n}{Q} \quad (4a)$$

$$= \frac{\sqrt{mk}}{Q} \quad (4b)$$

$$= \frac{k}{Q \omega_n} \quad (4c)$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} \quad (5)$$

여기서  $\zeta$ 는 감쇠비,  $\omega_n$ 은 고유진동수를 의미한다.

일반적으로 마운트의 특성으로써 감쇠계수가 주어지는 대신 감쇠비나 Q-factor가 주어지는 경우가 많고, 식(4a)와 (4c)는 시스템의 고유진동수를 추정해야 하므로, 본 연구에서는 주어진 마운트의 탄성계수와 엔진 시스템의 질량을 이용할 수 있는 식(4b)를 이용하여 감쇠계수를 산정하였다.

감쇠계수도 탄성계수와 마찬가지로 마운트의 탄성이 있는 3방향만 존재하게 되며, 기준좌표계에 대한 마운트의 감쇠계수는 다음과 같다.

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^3 T_{ki} c_k^0 T_{kj}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (6)$$

## 2.5 외 력

### 2.5.1 정하중

정하중은 중력가속도 벡터를 정의함으로써 구해진다. 선박 내에 설치된 시스템이라면 선박의 운동(Rolling, Pitching)에 따라 회전운동을 받게 된다. 보통 선박의 운동은 엔진-마운트 시스템의 고유진동수 보다 매우 낮은 주파수이기 때문에 정하중으로 간주해도 무방하다.

Fig.2와 같이 X축을 배의 길이 방향(Longitudinal)으로, Y축을 배의 폭 방향(Lateral)으로 설정하면 Rolling각이  $\theta$ , Pitching각이  $\phi$ 일 때 중력가속도 벡터는 다음과 같이 주어진다.

$$g = -g(\sin\phi e_1 - \sin\theta \cos\phi e_2 + \cos\theta \cos\phi e_3) \quad (7)$$

따라서 정하중은 다음과 같다.

$$f = mg \quad (8)$$

### 2.5.2 엔진 기진력

엔진의 기진력은 X, Y, Z축 방향의 힘과 모멘트 등 모두 6종류의 성분이 존재할 수 있다. 또한 엔진의 회전수에 비례하는 여러 주파수 성분도 있게 된다. 즉 4행정 기관은 1/2차수의 배수, 2행정 기관은 정수 차수의 주파수 성분을 갖는다. 이와 같은 복합적인 기진력을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(t) &= \{f_x, f_y, f_z, M_x, M_y, M_z\}^T \\ &= f_1 e^{j2\omega t/N} + f_2 e^{j4\omega t/N} + f_3 e^{j6\omega t/N} + \dots \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} f_k e^{j2k\omega t/N} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\omega = 2\pi f$ 이며

$$f = \text{Revolutions/sec (rps)}$$

$$N = \begin{cases} 2 & \text{for 2 stroke engine} \\ 4 & \text{for 4 stroke engine} \end{cases}$$

를 의미한다.

기진력은 대개 각 차수별 크기만 주어지며, 기진력 방향 사이의 위상차 또는 차수별 기진력 사이의 위상차는 구하기가 매우 어려우므로 실제로는 식(9)의 실수부 또는 허수부만을 취하여 이용할 수 있다.

## 3. 진동 해석

### 3.1 운동방정식



$$(-\omega^2 M + j\omega C + K) X(\omega) = F(\omega) \quad (26)$$

여기서

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (27)$$

$$\omega = 2\pi f$$

이로부터 진동응답  $X(\omega)$ 를 구하면

$$X(\omega) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{r_i r_i}{j\omega - \lambda_i} + \frac{r_i r_i}{j\omega - \lambda_i} \right\} F(\omega) \quad (28)$$

$$= R(\omega) F(\omega)$$

로써 식(25)의  $\lambda$ 에  $j\omega$ 를 대입한 꼴로써 주어진다. 여기서  $R(\omega)$ 를 Receptance라고 정의하면 이는 단위 외력에 대한 강제진동응답 진폭을 의미함을 알 수 있다.

### 3.4.2 조화진동응답

기진력이 강체의 무게중심에 대하여 식(9)와 같이 주어질 때, 기진력의 실수부만을 취하면

$$f(t) = \sum_{k=1}^n f_k \operatorname{Re}(e^{j\omega_k t}) \quad (29)$$

따라서

$$F(\omega) = \sum_{k=1}^n f_k (\delta(kf_0 - f) + \delta(-kf_0 - f)) \quad (30)$$

이 되며, 여기서  $\delta$ 는 Dirac delta 함수이다. 따라서 무게중심에서의 진동응답은

$$x_0(t) = \sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(R(kf_0) e^{j2\pi k f_0 t}) f_k \quad (31)$$

와 같다. 기진력이 단일 주파수만을 갖는 경우는

$$x_0(t) = \operatorname{Re}(R(kf_0) e^{j2\pi k f_0 t}) f_k \quad (32)$$

이 되며, 이 때 조화진동응답의 진폭은 다음과 같이 간단히 구해진다.

$$|x_0(t)| = |R(kf_0)| f_k \quad (33)$$

이 응답진폭벡터  $|x_0(t)|$ 를 진폭벡터와 회전각벡터로 나누면 각 마운트에서의 진동진폭을 구할 수 있다.

### 3.4.3 진동수준

여러개의 차수가 복합된 조화기진력에 대한 진동응답의 평균자승변위(Mean square displacement)를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{x}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(R(kf_0) e^{j2\pi k f_0 t}) \right]^2 f_k dt \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [R(kf_0) |f_k|]^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n x_k^2 \end{aligned} \quad (34)$$

따라서 총 RMS변위(Total RMS displacement)는

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n |x_k|^2} \quad (35)$$

이와 마찬가지로 총 RMS속도, 총 RMS가속도도 정의할 수 있다. 이 때 RMS속도 수준은 특별히 Vibration severity(V.S.)라는 용어으로써 엔진의 진동수준을 평가하는 척도로써 이용된다[8].

$$\dot{x}_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (2\pi k f_0)^2 |x_k|^2} \quad (36)$$

$$\ddot{x}_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (2\pi k f_0)^4 |x_k|^2} \quad (37)$$

### 3.5 진동 전달을

운동방정식의 각 항을 살펴보면 Fig.4와 같이 감쇠력과 탄성력은 마운트의 반력으로써 작용하여, 이 힘이 마운트를 통해 지지부로 전달되는 힘임을 알 수 있다. 즉 전달력(Transmitted force or moment)은 다음과 같이 구해진다.

$$F_T = C \dot{x} + K x \quad (38)$$

이것을 Fourier 변환하면

$$\begin{aligned} F_T(\omega) &= (j\omega C + K) X(\omega) \\ &= (j\omega C + K) R(\omega) F(\omega) \\ &= S(\omega) F(\omega) \end{aligned} \quad (39)$$

과 같이 기진력과 전달력의 관계를 얻는다. 여기서  $S$ 는 단위기진력에 대한 전달력의 비를 의미하며, 엔진-탄성마운트 시스템과 같이 방진을 목적으로 하는 진동계에서는 운전 주파수 범위에서 이 크기가 반드시 1보다 작도록 설계되어야 한다. 즉  $S$ 를 진동전달율(Transmissibility)이라고 정의할 수 있다.

단일 주파수 기진력의 경우는 식(33)의 진동변위식과 마찬가지로

$$|f_T(t)| = |S(kf_0)| f_k \quad (40)$$

이며, 기진력이 여러개의 차수를 갖는 경우는

$$|f_{\tau}(t)| = \sum_{i=1}^n \operatorname{Re}(S(kf_0)) f_i \quad (41)$$

과 같이 된다. 이 경우에도 총 RMS전달율은 다음과 같이 구해진다.

$$f_{\tau, rms} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |f_{\tau, i}|^2} \quad (42)$$

#### 4. 수치해석

##### 4.1 프로그램 구성

프로그램 MOUNT는 Fig.5와 같이 화면에서 메뉴구동방식으로 입력, 출력 자료의 작성, 관리 및 여러 응용 프로그램들을 종합적으로 실행시키는 기능을 갖고 있으며, 다음과 같은 주요 기능을 갖는 여러 프로그램들로서 Fig.6과 같이 구성되어 있다.

- GLOBAL 질량, 감쇠, 탄성 등 전체 시스템 매트릭스의 구성
- SDEFLT 선체의 운동을 고려한 정하중 변위 계산
- NATURL 고유진동해석
- RESPNS 강제진동응답 해석 및 진동수준, 진동 전달력 계산
- XFORM Receptance, Transmissibility 계산 및 화면 그래픽 출력

##### 4.2 해석예

프로그램의 검증 및 유사한 특성의 마운트를 적용한 결과를 비교하기 위하여 수치해석을 수행하였다. 예로써 적용한 엔진-탄성마운트 시스템의 일반적인 계원은 Table 1,2와 같으며 2종의 탄성 마운트 계원 및 형태는 Table 3에 정리되어 있다.

정하중에 의한 마운트의 처짐은 2종의 마운트에 대해 모두 -4.78mm로 균일하게 발생하며, Table 4에 고유진동해석 결과를 정리하였다. 한편 크기가 1인 Rolling 모멘트를 발생하는 기진력에 의하여 나타나는 마운트 위치에서의 최대 진동응답과 진동전달력을 각각 Table 5와 Table 6에 정리하였다.

이들을 보면 Mount A를 적용하였을 때가 Mount B인 경우보다 고유진동수의 범위가 좁고 최고차 고유진동수가 약 2/3정도로 낮음을 알 수 있다. 특히 엔진의 기진주파수가 75Hz로써 두 경우 모두의 고유진동수들보다 매우 높기는 하지만

최고차 고유진동모드가 기진력의 방향과 같은 Rolling임을 감안하면 Mount A가 보다 우수한 동특성을 주고있다고 볼 수 있다. 이와 같은 관계로 진동응답과 전달력의 크기도 Mount A의 경우가 우수함을 알 수 있다.

#### 5. 결론

본 연구를 통하여 질량이 없고 선형적인 탄성만을 갖는 마운트에 지지된 엔진/탄성마운트 시스템의 진동해석 이론을 정립하고, 설계에 쉽게 응용할 수 있는 프로그램을 개발하였다.

개발된 프로그램을 이용하여 엔진의 관성특성치와 마운트의 탄성특성치 및 설치 위치가 주어 진 경우 편리하게 결과를 분석할 수 있으며, 설계를 변경하고자 할 때 쉽게 결과를 비교할 수 있다.

#### 6. 후기

본 연구에서 이용한 프로그램 MOUNT는 쌍용중공업과 해사기술연구소가 공동개발한 것이다.

#### 7. 참고문헌

- (1) Himelblau, H. and Rubin, S., Vibration of a resiliently supported rigid body, Chapter 3, Shock and Vibration HANDBOOK, Mc-Graw Hill, 1961
- (2) Vane, F. F., "A Guide for the Selection and Application of Resilient Mountings to Shipboard Equipment," DTMB Report 880, 1958
- (3) Feng, Z. and Hou, J., "Optimization of automotive engine mounting parameters with forbidden bands of multiple modal frequencies," 9-th IMAC, Los Angeles, 1989
- (4) 김영중, 최적 방진마운트 해석기법개발, 한국기계연구소 연구보고서 UCE327-1216.D, 1987
- (5) 박석태, 엔진마운트용 고무의 동역학적 모델링, 한국과학기술원 기계공학과 석사논문, 1986
- (6) 홍성욱, 불균형 응답을 이용한 회전체 베어링계의 베어링 동적계수 규명, 한국과학기술원 기계공학과 박사논문, 1989
- (7) Barry Controls, "Application Selection Guide," Bulletin C5-178, Barry Wright Corp., 1978
- (8) ISO STD 3945-1985, "Mechanical Vibration of Large Rotating Machines with Speed Range from

10 to 200 r/s - Measurement and Evaluation of Vibration Severity," International Organization for Standardization

Table 1 System inertia properties

Mass (ton)	Mass moment of inertia(ton*m <sup>2</sup> )					
	Ixx	Ixy	Iyy	Ixz	Iyz	Izz
5.65	2.6943	0.	7.4186	.3775	0.	5.9657

Table 2 Mount locations

Mount no.	Location from c.o.g.(m)			Angle from ref. axis(deg)		
	X	Y	Z	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1	-1.565	0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
2	-1.565	-0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
3	-0.550	0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
4	-0.550	-0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
5	0.440	0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
6	0.440	-0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
7	1.675	0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0
8	1.675	-0.685	-0.91	0.0	0.0	0.0

Table 3 Mount specifications

Specification	Mount A	Mount B	Remark
kx,ky (kN/m)	2175	6400	Horizontal
kz (kN/m)	1450	1450	Vertical
Q-factor	8.3	22	
D <sub>n</sub> /Stat Ratio	1.7	1.2	

Table 4 Eigenvalues

Order	Mode	Mount A		Mount B	
		Freq. (Hz)	Damping (%)	Freq. (Hz)	Damping (%)
1	Lat.	5.22	9.2	4.62	3.7
2	Long.	6.97	12.1	6.27	4.9
3	Vert.	9.40	17.0	7.90	6.4
4	Yaw	15.43	22.8	22.23	8.6
5	Pitch	16.26	25.3	21.86	9.1
6	Roll	20.71	31.7	28.40	11.6

Table 5 Maximum rms response levels at the mount location

Variable	Mount A	Mount B
Dis.(mm)	0.0015	0.0016
Vel.(mm/s)	0.707	0.744
Acc.(gal)	33	35

Table 6 Transmitted forces and moments

Mount type	Force(kN)			Moment(kN*m)		
	X	Y	Z	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
A	0.	0.118	0.	0.155	0.	0.016
B	0.	0.127	0.	0.134	0.	0.018

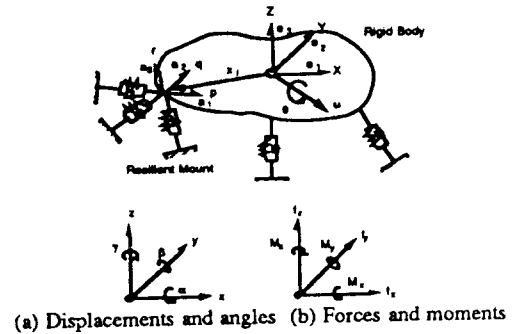


Fig.1 Coordinate system

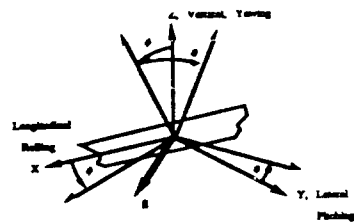


Fig.2 Gravity acceleration vector

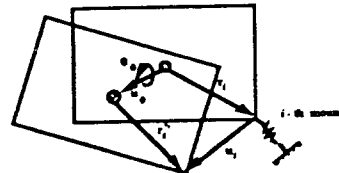


Fig. 3 Displacement of each mount

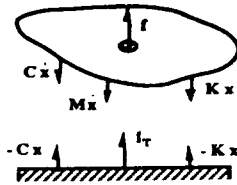


Fig.4 Transmitted force and moment

- <1> DATA FILE GENERATION
- <2> ANALYSIS OF ENGINE-RESILIENT MOUNT SYSTEM
- <3> VIEW RESULT OUTPUTS
- <4> MAKE RESULT OUTPUTS
- <5> DEVICE SETUP
- <6> HELP
- <7> QUIT

(A) Main Menu

- <1> INERTIA DATA
- <2> MOUNT DYNAMIC DATA
- <3> MOUNT LOCATION DATA
- <4> INTERNAL EXCITATION DATA
- <5> HELP
- <6> QUIT

(B) Data File Generation Menu

- <1> CONSTRUCT GLOBAL SYSTEM MATRICES
- <2> ANALYSIS OF STATIC DEFLCTION
- <3> ANALYSIS OF STATIC DEFLCTION
- <4> ANALYSIS OF STATIC DEFLCTION
- <5> HELP
- <6> RETURN TO MAIN MENU

(c) Analysis Session Menu

Fig.5 Typical menus from the program

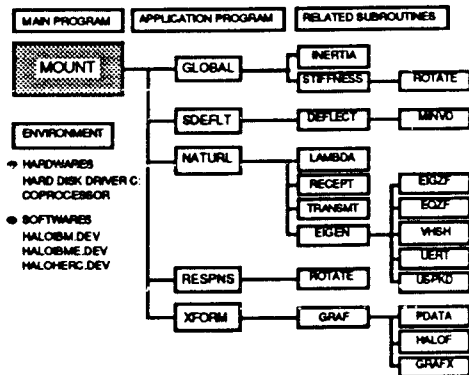


Fig.6 Schematic of program MOUNT