

# AC 소형 모터의 소음 특성 연구

## Study on the Noise Characteristics of Small AC Motor

○ 유 원희\* 오 상경\*\* 이 상 조\*\*\* 박 영 필\*\*\*  
 W. H. You S. K. Oh S. J. Lee Y. P. Park

### 1. 서 론

주거환경을 침해하는 소음의 주된 요인은 가전제품으로서, 대부분의 가전제품은 전기모터에 의해 구동된다. 가전제품을 작동시키는 전기모터는 가전제품에 기진력을 주는 한편 공기중으로 소음을 방사함으로서 조용한 주거환경을 해치게 된다. 따라서 조용하고 폐적한 주거환경 확보를 위해서는 가전제품용 구동모터의 소음을 효과적으로 차단 또는 감소해야 한다.

모터의 소음원은 그 모터의 종류와 형태에 따라 약간씩은 다를 수 있으나 일반적으로 크게 기계적 소음, 공기 역학적 소음, 전자기 소음, 열/전기 화학적 소음 등으로 분류된다. 이들 중 모터의 소음에 큰 영향을 주는 것은 기계적 소음, 공기 역학적 소음, 전자기 소음이며 열/전기 화학적 소음은 매우 작은 편이다. 또한 공기 역학적 소음은 모터에 펜이 부착될 경우에만 큰 문제가 될 뿐이며, 팬이 부착되지 않을 경우에는 기계적 소음과 전자기 소음이 주된 소음원이 된다.

기계적 소음과 전자기 소음은 어느 것이 주된 소음원인지는 일반적으로 잘 알 수 없기 때문에, 개별적인 연구와 실험을 통하여 파악해야 한다. 기계적 소음은 주로 회전자의 불균형 회전에 의한 진동 및 그로 인한 외부 프레임의 진동으로 대별되며, 전자기 소음은 주로 공극(Air-Gap)에서의 투과파(Permeance Wave)와 기자력(Magneto-Motive Force)에 의한 반지름 방향의 힘에 의해 주로 발생된다.

본 연구에서는 기계적 소음과 전자기 소음 중 모터 소음에 영향이 큰 소음원을 판별해 내고 모델 실험을 통하여 감소 방안을 검토하였다.

### 2. 전자기 소음의 이론

#### 2-1. 투과파(Permeance Wave)

공극 내에 형성되는 투과파는 회전자 슬롯, 고정자 슬롯, 고정자와 회전자의 편심 및 비대칭, 자기 포화(Magnetic Saturation)등에 기인한다.

슬롯이 있는 고정자와 슬롯이 없는 회전자에 의해 형성되는 투과파는

$$\Lambda_{st}(\phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \Lambda_l \cos(lZ_{st}\phi) \quad (1)$$

로 표현된다.<sup>[1], [2]</sup> 여기서  $\phi$ 는 각변위,  $Z_{st}$ 는 고정자의 슬롯수이고  $l$ 는 충수를 나타낸다.

\* 연세대학교 대학원

\*\* 삼성전자 종합연구소

\*\*\* 연세대학교 기계공학과

슬롯이 없는 고정자와 슬롯이 있는 회전자에 의해 형성되는 투과파는

$$\Lambda_{rt}(\phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \Lambda_l \cos(lZ_{rt}(\phi - \omega_{rt}t)) \quad (2)$$

로 표현되며,  $t$ 는 시간,  $Z_{rt}$ 는 회전자의 슬롯수,  $l$ 는 정수,  $\omega_{rt}$ 는 회전자의 회전속도(rad/sec)이다.

한편, 세탁기의 모터는 회전자와 고정자 모두에 슬롯이 존재하므로, 총 투과파  $\Lambda_{tot}$ 는

$$\frac{1}{\Lambda_{tot}} = \frac{1}{\Lambda_{st}} + \frac{1}{\Lambda_{rt}} + \frac{1}{\Lambda_g} \quad (3)$$

로 표시될 수 있다. 여기서  $\Lambda_g = \mu_0/g$ 이며  $g$ 는 평균 공극 길이이고,  $\mu_0$ 는 공기의 투과율(Permeability)이다.<sup>[1], [2]</sup>

이상은 슬롯에 의한 투과파만을 기술했으나, 실제의 경우 슬롯에 의한 투과파 이외에도 회전자와 고정자의 편심 및 비대칭에 의한 투과파, 또는 자기 포화 등에 의한 투과파 등도 존재하며 슬롯에 의한 투과파와 같은 방법으로 표현할 수 있다. 그러나 이러한 투과파는 슬롯에 의한 투과파에 비하여 작은 값을 갖기 때문에 총 투과파에 주는 영향이 매우 적으로 본 연구에서는 제외하였다.

#### 2-2. 기자력파(Magneto-Motive Force Wave)

고정자와 회전자에 형성되는 기자력파는 투과파에서와 동일한 방법으로 다음과 같이 급수 전개된 식으로 표현할 수 있다.

즉, 고정자에 형성되는 기자력파는

$$F_{st} = \sum_{K=0}^{\infty} \sum_{Q=0}^{\infty} F_{KQ} \cos(KP(\phi - \frac{a_{st}Z}{L_c}) - Q\omega_{st}t - \theta_{KQ}) \quad (4)$$

로 표시될 수 있으며,  $K$ 와  $Q$ 는 정수,  $P$ 는 극쌍수(Pole Pair Number),  $a_{st}$ 는 고정자 슬롯의 스케이프(Skew Angle : radian),  $Z$ 는 회전자의 중앙으로부터 축방향의 거리,  $L_c$ 는 코어의 길이,  $\omega_{st}$ 는 기본 각속도,  $t$ 는 시간,  $\theta_{KQ}$ 는 위상을 나타낸다.<sup>[2]</sup>

한편, 회전자에 형성되는 기자력파는

$$F_{rt} = \sum_{K=0}^{\infty} \sum_{Q=0}^{\infty} F_{KQ} \cos(KP(\phi - \omega_{rt}t - \frac{a_{rt}Z}{L_c}) - Q\omega_{rt}t - \theta_{KQ}) \quad (5)$$

로 표시될 수 있으며,  $a_{rt}$ 는 회전자 슬롯의 스케이프,  $s$ 는 슬립(slip)을 나타낸다.

따라서 모터에 형성되는 총기자력파는

$$F_{tot} = F_{st} + F_{rt} \quad (6)$$

로 표현 될 수 있다.<sup>[2]</sup>

### 2-3. 전자기력파 (Electromagnetic Force Wave)

공극내에 형성되는 자속밀도파 (Magnetic Flux Density Waves)는 식(3)으로 표현된 투과파와 식(6)로 표현된 기자력파의 합으로 표시된다. 즉,

$$B(\phi, t, z) = \Lambda_{tot} \times F_{tot} \quad (7)$$

로 표시된다.

이 자속밀도파를 이용하여 고정자에 작용하는 반경방향의 힘은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{ra}(\phi, t, z) = \frac{B^2(\phi, t, z)}{2\mu_0} \quad (8)$$

이 힘이 고정자에 진동을 유발시키는 반경방향의 전자기력파이다. 이 힘은 시간의 합수로 표현되어 있으나 Fast Fourier Transform 알고리즘을 통하여 주파수의 합수로 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ra}(\phi, \omega, z) = f(\sigma_{ra}(\phi, t, z)) \quad (9)$$

여기서  $f$  는 Fast Fourier Transform을 나타낸다.

### 2-4. 모터의 진동속도

전자기력파에 의해 모터에 발생되는 진동속도는 식(9)로 표시된 전자기력파와 모터의 주파수응답함수를 곱한 값에 비례한다.<sup>[3]</sup> 즉,

$$v(\phi, \omega, z) = \frac{\omega}{\sqrt{2}} H(\omega) \sigma_{ra}(\phi, \omega, z) \quad (10)$$

이다. 여기서  $H(\omega)$ 는 모터의 주파수응답함수로서 만약 모터가 1자유도계라 하면 다음과 같이 표현된다.<sup>[3]</sup>

$$H(\omega) = \frac{1/k}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + 4k^2(\omega/\omega_n)^2}} \quad (11)$$

여기서  $\omega$ 는 각속도,  $\omega_n$ 은 계의 고유진동수,  $k$ 는 스프링상수,  $k$ 는 감쇠비를 나타낸다.

### 2-5. 방사음향파워 및 음압

전자기력파에 의해 모터에 발생된 진동속도는 그 에너지가 공기중으로 방사된다. 진동에너지가 공기중으로 방사될 때 공기중에서의 음향파워  $P$ 는 모터의 음향방사효율  $R_{rad}$ 에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$P = \int_{z_1}^{z_2} \int_{\phi} (pc) R_{rad} V^2(\phi, \omega, z) R d\phi dz \quad (12)$$

여기서  $p$ 는 공기밀도,  $c$ 는 공기중의 음속,  $R d\phi dz$ 는 음향이 방사되는 모터의 미소 표면적을 나타낸다.<sup>[4]</sup>

한편, 모터를 점음원(Point Source)으로 가정하고, 음장(Sound field)을 자유음장으로 가정한 경우 음원으로부터 거리  $l$  만큼 떨어진 위치에서의 음압  $p$ 는 다음과 같이

표현된다.

$$p_{rms} = \sqrt{\rho c P / 4\pi l^2} \quad (13)$$

식(13)에 의해 표현된 음압  $p$ 는 다음식에 의해 최종적으로 음압수준  $L_p$ (Sound Pressure Level)로 표시된다.

$$L_p = 20 \log_{10}(p_{rms}/p_{ref}) \quad (14)$$

여기서  $p_{ref} = 2.0 \times 10^{-5}$  Pa 이다.

## 3. 실험

### 3-1. 실험용 모터 및 실험장치의 사양

본 연구에서 사용된 실험용 모터의 사양은 다음과 같다.

표 1. 실험용 모터의 사양

종류	Bearing Type	Skew Type	회전자 축지름	Frame Type	Air-Gap	수량
Original Motor	Oilless Bearing	1.3 Skew(I)	10 mm	표면적 춤	0.5mm	6
1st Modified Motor	Oilless Bearing	1.4 Skew(I)	10 mm	표면적 작음	0.5mm	3
	Oilless Bearing	2.1 Skew(I)	10 mm	표면적 작음	0.5mm	3
2nd Modified Motor	Ball Bearing	1.74 Skew(I)	12 mm	표면적 작음	0.5mm	2
	Ball Bearing	1.3 Skew(I)	12 mm	표면적 작음	0.5mm	2
	Ball Bearing	1.54 Skew(I)	12 mm	표면적 작음	0.5mm	2

### 3-2. 모터의 등특성

모터의 등특성 실험은 모터 전체 구조의 등특성이 소음에 어떠한 영향을 주는지를 알기위해 수행된다. 또한 모터 전체 구조에 대한 등적 특성은 컴퓨터 시뮬레이션을 위해 공식화(Fomulation) 되어 프로그램으로 입력된다. 그림 1은 모터 전체 구조의 주파수 응답 함수를 얻기 위한 층적 응답 실험 개략도를 보여주고 있다.

### 3-3. 소음 수준 및 진동과 소음 사이의 관계

모터의 소음과 진동은 무향실 내에서 정확히 측정되어야 만 그 신뢰성이 보증된다. 그림 2는 무향실 내에서 모터의 진동과 소음을 측정하는 방법을 보여주고 있다.

모터의 소음과 진동은 모터가 정상상태로 작동하기 시작한 후부터 측정을 시작해야만 그 특성을 잘 알 수 있다. 또한 모터의 진동속도와 소음사이의 관계를 알기 위해서는

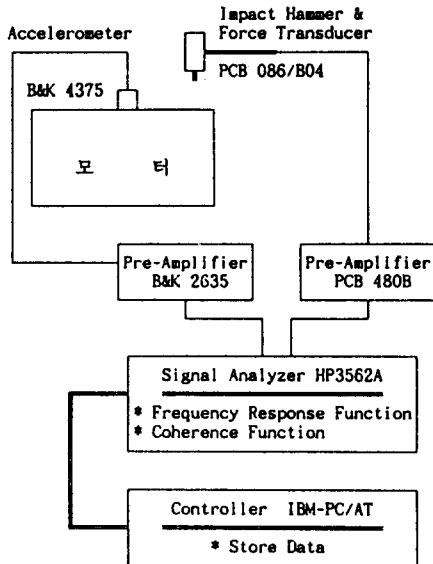


그림 1. 모터 전체 구조의 충격 응답 실험 개략도

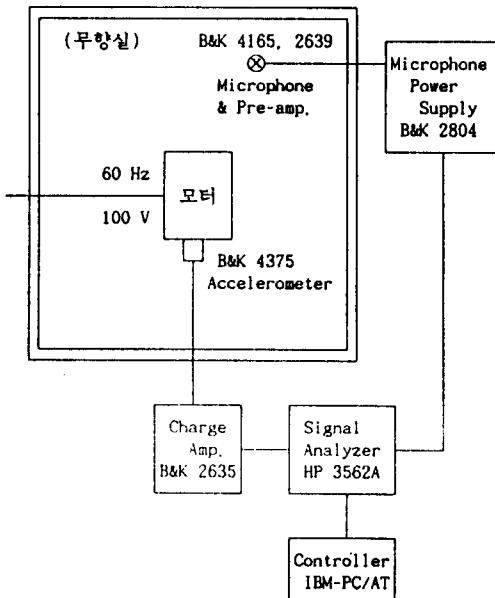


그림 2. 모터의 진동/소음 측정방법

동시에 측정을 실시해야 한다.

진동 속도와 소음사이의 관계인 방사효율 (Radiation Efficiency)에 대한 데이터는 컴퓨터 시뮬레이션시 입력되어 모터의 소음 수준 예측시에 사용된다.

### 3-4 소음원 분리 실험

앞에서도 언급한 바와 같이 모터의 소음은 팬이 부착되

지 않은 상태에서 그 소음원이 기계적 소음과 전자기 소음으로 분류된다. 따라서 주된 소음원이 무엇인가를 알고 그 감소 대책을 마련하기 위해서는 소음원 분리 실험을 해야 한다.

모터의 경우 전자기 소음은 정상상태로 작동하는 상태에서 전원 공급을 중단하면 곧 바로 사라지게 되며, 기계적 소음은 전원 공급 중단 후에도 모터가 정지 상태에 도달할 때까지 사라지지 않는다. 이러한 관점에서 볼 때 전원 공급을 중단한 순간에서 각 시간별로 소음신호의 순간 스펙트럼을 보면 전자기 소음 성분과 기계적 소음 성분을 구별해 낼 수 있다.<sup>[5]</sup>

### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

그림 3은 Motor의 전자기 소음 예측을 위한 컴퓨터 시뮬레이션 흐름도를 보이고 있다.

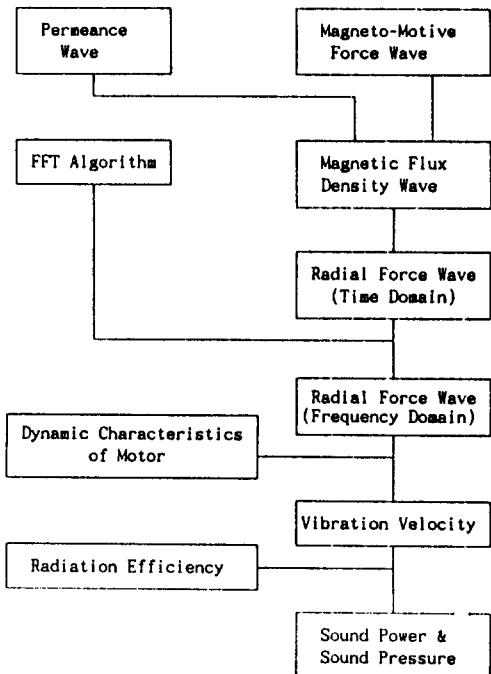


그림 3. 전자기 소음 예측 컴퓨터 시뮬레이션 흐름도.

컴퓨터 시뮬레이션을 위해서는 표 2 와 같이 모터의 기본 사항이 입력되어야 한다.

자기력파를 Fourier Series로 전개하면

$$F(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\theta \quad (15)$$

로 표현된다.

그림 4 와 같이 고정자의 경우 고정자에 형성되는 기자력파의 최대값  $F_{max}$ 는

표 2. 모터 기본 입력 자료

기본 사항	단위	입력 값
고정자 슬롯수		24
회전자 슬롯수		34
극쌍수		2
회전자 속도	rps	1800
코어 길이	mm	0.05
코어 반경	mm	0.35
슬립	%	1.7

$$F_{max} = \frac{4}{\pi} \frac{N_{ph}}{P} I_m \quad (16)$$

이고, [6] 여기서  $k_w$  (winding factor) = 1,  $N_{ph}$  (코일의 권수) = 120, P(phase number)=4,  $I_m$ (current = 3.8/2 A)이다.

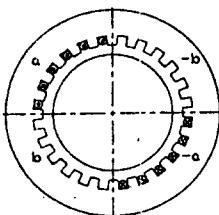


그림 4. 고정자에 형성되는 자기력파.

식 (15) 와 (16) 및 그림 4로부터  $a_n$ 을 구하면

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2F_{max}}{\pi} [\sin 0.708n\pi + \sin 0.292n\pi] \\ &+ \frac{2F_{max}}{3\pi} [\sin 0.542n\pi + \sin 0.458n\pi - \sin 0.625n\pi \\ &- \sin 0.375n\pi] \\ &+ \frac{4F_{max}}{3\pi} [\sin 0.625n\pi + \sin 0.375n\pi - \sin 0.708n\pi \\ &- \sin 0.292n\pi] \end{aligned} \quad (17)$$

가 된다.

회전자의 경우도 고정자의 경우와 마찬가지 방법으로 급수 전개함으로서 얻을 수 있다.

한편, 고정자에 의한 푸아파는 급수전개하여 3개항만 채택

하면

$$A_s(x) = a_0 - a_1 \cos z_s x - a_2 \cos 2z_s x \quad (18)$$

이 되고, 회전자에 의한 푸아파는

$$A_r(x) = b_0 - b_1 \cos z_r(x-rt) - b_2 \cos 2z_r(x-rt) \quad (19)$$

이 된다.[7] 여기서

$$a_0 = \frac{1}{K_{cs}g}, \quad a_1 = \frac{\beta(b_s/g)}{g} F_1 \left( \frac{b_s}{\tau_s} \right)$$

$$a_2 = \frac{\beta(b_s/g)}{g} F_2 \left( \frac{b_s}{\tau_s} \right)$$

$$b_0 = \frac{1}{K_{cr}g}, \quad b_1 = \frac{\beta(b_r/g)}{g} F_1 \left( \frac{b_r}{\tau_r} \right)$$

$$b_2 = \frac{\beta(b_r/g)}{g} F_2 \left( \frac{b_r}{\tau_r} \right)$$

이고, g는 공극 길이,  $\tau_s$  및  $\tau_r$ 은 각각 고정자와 회전자의 슬롯 피치를 나타낸다. 또한  $b_s, b_r$ 은 고정자와 회전자의 슬롯의 개구폭이며,  $K_{cs}$ 와  $K_{cr}$ 은 고정자와 회전자의 Cater 계수로서 그림 5 와 같은 슬롯의 경우 Cater 계수는 식 (20) 과 같이 표현된다.[6]

$$K_c = \frac{(b_1+b_{tt})(b_1+5g)}{(b_1+b_{tt})(b_1+5g) - b_1(b_1+0.5g)} \quad (20)$$

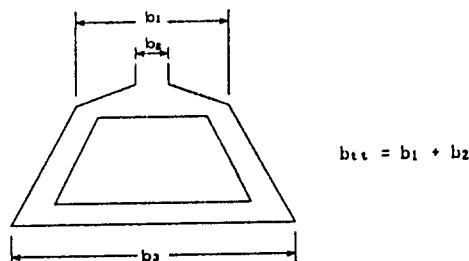


그림 5. 슬롯의 형태.

한편  $\beta$ 와  $F_1, F_2$ 는 그림 6 및 그림 7로부터 구하게 된다.[7]

이 그림들을 사용하기 위해 고정자와 회전자에 있는 슬롯의 치수를 측정하면 대학적으로 다음 값을 얻을 수 있다.

표 3. 고정자와 회전자의 슬롯치수 (단위:mm)

변수	b	$b_1$	$b_{tt}$	$\tau$
고정자	3.0	8.0	20.0	10.0
회전자	2.0	2.0	4.0	10.0

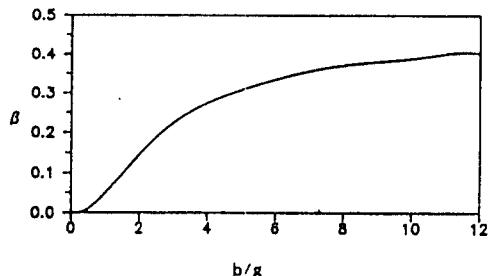


그림 6. 계수  $\beta$ 의 그림

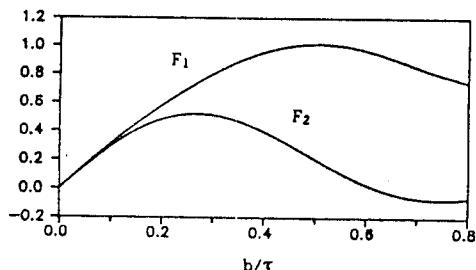


그림 7. 계수  $F_1$ ,  $F_2$ 의 그림

이상과 같이 기자력파와 투과파에 관한 자료를 얻으면 시 간영역에서 기진력에 대한 자료를 얻게된다. 여기에 FFT 알고리즘을 이용하여 주파수영역에서의 기진력에 대한 자료를 얻고, 모터의 동특성을 입력하여 진동속도를 구한다. 그런 후 방사효율을 입력하여 최종적으로 모터의 전자기 소음수준을 얻게된다.

## 5. 연구 결과 및 고찰

### 5-1. 모델별 소음 수준

표 4, 5는 45 cm 거리에서 측정된 모터들의 소음수준(dBA)을 보여주고 있다.

표 4. 팬을 부착하지 않았을 때의 dBA 값

	Original Motor		1st Modified Motor		2nd Modified Motor	
	CW	CCW	CW	CCW	CW	CCW
1	42.85	42.85	40.72	43.36	40.06	38.81
2	44.00	44.00	40.35	42.69	38.02	37.97
3	43.01	43.01	42.55	44.03	38.17	37.95
4	44.75	44.75	46.35	48.14	37.41	37.67
5	43.33	43.33	39.33	40.23	37.91	37.76
6	42.31	42.31	40.75	43.64	37.72	37.68

이들을 종류별로 평균치와 최대, 최소치를 구하면 표 6과 같다.

표 5. 팬을 부착했을 때의 dBA 값

	Original Motor		1st Modified Motor		2nd Modified Motor	
	CW	CCW	CW	CCW	CW	CCW
1	49.74	49.74	50.04	50.33	48.49	48.58
2	50.17	50.17	50.13	50.13	48.14	48.28
3	50.26	50.26	50.28	50.67	48.42	48.55
4	50.26	50.26	53.27	53.16	48.18	48.17
5	50.10	50.10	50.13	50.02	48.92	49.00
6	50.28	50.28	49.95	51.60	48.88	49.04

표 6. 모터 종류별 평균 dBA 값

종 류	팬 미부착	팬 부착	
		CW	CCW
Original Motor	1.3	43.38	43.38
1st Modified Motor	1.4	41.21	43.36
	2.1	42.14	44.00
2nd Modified Motor	1.74	39.04	38.39
	1.3	37.79	37.81
Motor	1.54	37.81	37.72
		48.32	48.43
		48.30	48.36
		48.90	49.02

이들을 보면 Skew의 변화는 전반적으로 소음수준에 큰 영향을 주지 않으나, 베어링의 경우 Oilless Bearing에서 Ball Bearing으로 교체한 경우 팬미부착시는 약 5-6 dB, 팬 부착시는 1-2 dB정도의 소음감소 효과가 있음을 알 수 있다. 이로부터 모터의 소음을 크게 저해하는 또 하나의 요인은 팬에 의한 공기역학적 소음임을 알 수 있다. 또한 표 6을 보면 Skew 변화에 따른 영향은 거의 볼 수 없으며, 이는 가공상의 정밀도 문제인 것으로 판단된다.

### 5-2. 소음원의 판별

그림 8은 정상상태로 회전하고 있는 모터에 대해 전원 중단 전/후 소음 신호의 순간 스펙트럼 변화를 보여주고 있다. 이 그림을 보면 본 연구에서 사용된 모터들은 기계적 소음보다 전자기적 소음이 더욱 큰 소음원임을 알 수 있다.

### 5-3. 컴퓨터 시뮬레이션

전자기 소음에 대한 시뮬레이션에 있어서 회전자와 Skew 형태가 I형인 경우에 대한 기자력파에 관한 식은식(6)과 같이 표현될 수 있으나 V형인 경우에 대한 식은식 이를 그대로 적용하기 곤란하므로 다음과 같은 방법을택하였다.

우선 회전자를 이동분하여 I형일 경우에는 그림 9(a)와 같이 Skew각이 같은 두개의 회전자로 취급하고, V형인 경우에는 그림 9(b)와 같이 Skew 각이 서로 반대인 회전자로 취급하여 해석하였다.

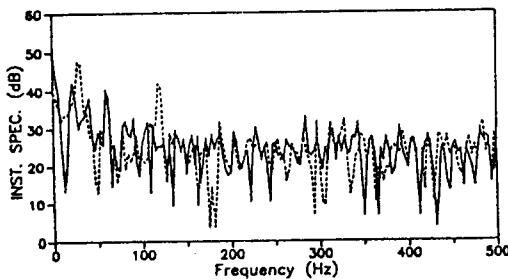


그림 8. 전원중단후 소음의 순간 스펙트럼 변화.  
(점선 : 중단 전      실선 : 중단 후)

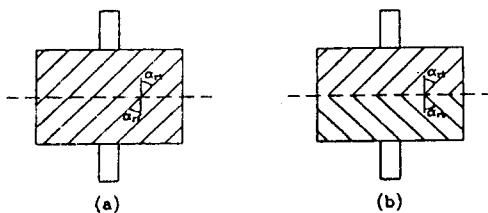


그림 9. Skew 형태에 따른 회전자의 분류  
(a) I형 Skew 회전자  
(b) V형 Skew 회전자

컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 공극 0.5mm인 모터의 회전자 Skew 각 변화에 따른 소음 수준을 나타낸 결과가 표7에 나타나 있다.

표 7. Skew 각 변화에 따른 소음 수준 (dBA)

Skew 형태	-45°	-30°	-15°	15°	30°	45°
I	45.899	45.943	46.002	45.864	45.820	45.820
V	45.929	45.951	45.982	45.915	45.894	45.895

한편 Skew각을 15°로 고정하고 공극의 변화에 따른 소음수준을 표로 나타내면 표 8 과 같다.

표 8. 공극의 변화에 따른 소음 수준 (dBA)

Skew 형태	0.3 mm	0.35 mm	0.4 mm	0.45 mm	0.5 mm	0.55 mm	0.6 mm	0.65 mm
I	75.05	66.39	58.82	52.02	45.86	40.23	35.03	30.19
V	75.09	66.44	58.87	52.07	45.91	40.28	35.08	30.24

표 7 과 표 8로부터 Skew 각 변화와 형태는 모터의 소음 수준에 큰 영향을 주지 못하나 공극의 변화는 소음수준에 매우 큰 영향을 주고 있음을 알 수 있다.

## 6. 결론

지금까지 연구된 결과들을 종합하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- (1) Skew의 각 및 형상 변화는 소음수준의 변화에 크게 영향을 미치지 않는다.
- (2) 공극을 현재의 0.5mm에서 0.55mm로 할 경우 약 5dBA, 0.6mm로 할 경우 약 10dBA의 소음 저감 효과가 있을 것으로 예상된다.
- (3) 오일레스 베어링을 볼 베어링으로 교체한 경우 펜 미부착시는 약 5-6 dB, 펜 부착시는 1-2 dB 정도의 소음 감소 효과가 있다.
- (4) 모터 소음에 있어서 기계적 소음 보다는 전자기적 소음이 큰 비중을 차지하며, 기계적 소음의 경우 회전자 회전속도에 해당하는 주파수 성분이 가장 큰 소음수준을 나타낸다.

## 참고 문헌

1. A.J. Ellison and S.J. Young, "Effects of Rotor Eccentricity on Acoustic Noise from Induction Machines," proc. IEE, Vol.18, No.1, 1971, pp.174-184.
2. S.J. Young, Low-Noise Electrical Motors, clarendon press, 1981.
3. P.L. Timár, "The Influence of Loading on the Sound Power Level Radiated by Induction Motors," Noise Control Engineering Journal, Vol.31, No.2, 1988, pp.125-133.
4. L.Cremer and M.Heckl, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, 1973.
5. C.Xinzha, L.Dengxiao, C.Jian and L.Zengshi, "A Study on Identifying the Sources of Dominant frequency Components of Electric Motor Noise," Noise Control Engineering Journal, Vol.33, No.1, 1989, pp.11-15.
6. Nasar, Handbook of Electric Machines
7. B.Heller and A.L.Jokl, "Tangential Forces in Squirrel Cage Induction Motors," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol.pas-88, No.4, 1969, pp.484-492.