

# General Problem Solver를 이용한 Intelligent LP 모형화에 대한 연구

박 성 주 · 권 오 병

한국과학기술원 경영과학과

## ABSTRACT

Recent interests in intelligent LP modeling aim to support MS/OR-naive users to be able to apply LP models to practical problems without the expert knowledges required. For more generalized LP modeling, a GPS(General Problem Solver)-based approach is suggested in this paper. It identifies modeling process as a means-ends analysis process. In view of this approach, a) we first divide the knowledges into domain specific assertive knowledges(state) and procedural knowledges about LP modeling(operator and macro) for model-domain independence, b) and then generate LP model according to the difference resolution techniques.

### I. 서 론

LP 모형을 통하여 자신의 문제를 해결하려는 의사결정자의 입장에서 볼 때 관건이 되는 것은 자신이 알고 있는 목적함수나 제약조건들에 대한 지식을 얼마나 LP 모형에 알맞게 반영시키느냐에 달려있다. 그러나 일반적인 경우 이 작업은 상당량의 노력을 수반하는 작업이며 모형화에 대한 체계적인 지식을 요한다. 따라서 LP 모형화를 필요로 할 경우에 필요로 하는 정보를 효과적으로 표현하고 관리할 수 있는 시스템이 요구되는데, 이를 모형화 지원시스템(Modeling Support System)이라고 한다. 이러한 모형화 지원시스템이 일반적이기 위해서는 LP 모형화 과정에 대한 지식을 Domain-specific 한 LP 모형에서 분리해낼 수 있어야 하며, 그 지식은 일종의 전략으로 모형화에 활용될 수 있어야 한다.

이 연구의 목적은 바로 이러한 요구 사항들을 해결하기 위해서 ER 모형을 사용한 개념적 모형으로 선언적 지식을 표현하고 LP 모형화 자체를 GPS의 관점으로 보고 모형화를 위한 초기 상태에서 최종적인 모형을 생성하기까지의 과정을 GPS에서 사용하는 방법론과 ER 모형으로 표현된 지식을 가지고 자동화시키는 개념을 소개하는데 있다.

## II. General Problem Solver 와 LP 모형화

### 1. General Problem Solver(GPS)

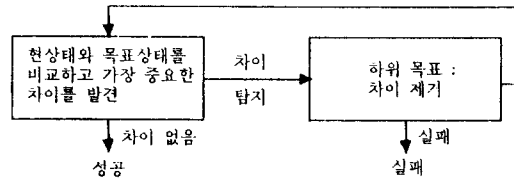
GPS 는 수단 목표 분석(Means-ends analysis)이라고 불리는 문제 해결 방법을 구현한 방법이다. 수단 목표 분석은 인간의 문제 해결을 모형화하는 Computer Simulation 에서 광범위하게 사용되고 있다. GPS 는 사물을 그 기능에 따라 분류한 다음에 목표, 요구되는 기능, 그리고 그 수행에 요구되는 수단의 세가지를 오가는 유형의 분석을 주요 골격으로 하고 있다. 그림1은 GPS 에서 수단 목표분석에 쓰인 절차를 흐름도로 나타낸 것이다. [NEWE,72]

그림에서 볼 수 있듯이 GPS 의 중요한 두가지 작업은 첫째, 현 상태를 일련의 차이들로 나누고 이 차이 감소를 쉽게 할 수 있게 하위 목표를 찾아내는 것, 둘째로 그 차이를 없애줄 수 있는 적절한 조작자(Relevant Operator)를 찾는 것이다.

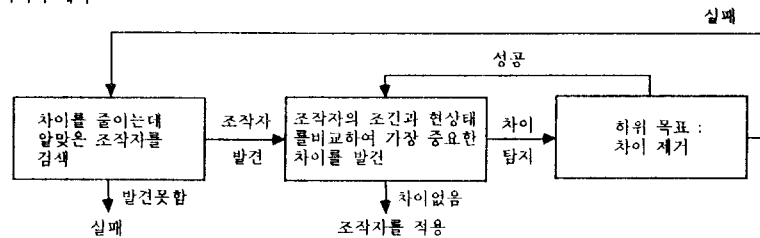
### 2. GPS 의 개념 및 용어

GPS 에서 문제는 다음과 같은 quadruple 로 표시된다. [GÜVE,90]

I: 현상태를 목표상태로 변경



II: 차이의 제거



< 그림 1 > 수단 목표분석 절차 흐름도

$$P = \langle I(s), G(s), M, S \rangle$$

단,  $I(s)$  : 초기 상태,  $G(s)$  : 목표 상태,  $M$  : 조작자,  $S$  : 상태의 집합

조작자는 이들간의 차이를 없애줄 수 있도록 작용하는 역할을 수행하는데, 이는 단일한 조작자일 수도 있고 아니면 여러 조작자가 순서를 가지고 작용을 하는 경우도 있는데, 특히 후자를 Macro 라고 일컫기도 한다. [KORF,85]

### 3. LP 모형화에서의 의미

GPS를 기반으로 한 문제풀이 방법은 LP 모형화에 다음과 같은 기여를 할 수 있다.

첫째, LP 모형화는 단계별로 이루어가는 과정, 즉 상태(State)가 존재하므로 GPS 에서 근간으로 하고있는 풀이방법에 잘 부합될 수 있다.

둘째, LP 모형에서의 제약식과 목적함수식을 살펴보면 결정변수와 이 변수에 영향을 주는 제약변수들간의 관계들로 이루어지고 있음을 볼 수 있다. 즉, 결정변수와 제약변수를 알고 있다고 할 때, 제약식은 이들간의 관계를 나타내는 식이라고 할 수 있고, 이 관계를 LP 모형의 형태로 나타내는 과정은 결정변수와 제약변수간의 차이를 없애는 과정이라고 할 수 있으므로, GPS 에서의 문제풀이 형태는 이들간의 차이를 없애주는 작업과 잘 맞을 수 있다.

### Ⅲ. GPS based LP Modeling 의 정의 및 문제풀이과정

LP 모형화 과정을 GPS 기저로 표현하기 위해서 다음과 같은 정의를 한다.

#### (1) 초기상태(Initial State)와 목표상태(Goal State)

여기서는 초기상태를 목적함수인 경우에는 공헌변수로, 목표상태인 경우에는 최적화 변수로 보며, 제약식인 경우에는 LP 모형의 좌변항에 있는 결정 변수로, 목표상태는 우변항에 있는 제약변수(우변상수)로 본다.

#### (2) 차이 (Difference)

LP 모형에서는 다음과 같은 세가지의 차이들의 조합으로 이루어져 있다고 보았다. 또 아래에서 열거한 Difference 가 없을 때 LP 모형의 좌우변은 균형을 이루게 된다.

- Structural Difference : 이는 각 변수들의 Index상의 차이를 말한다.

- Characteristic Difference : 각 변수들은 각기 나름의 Data Type 을 가지고 있다. 그런데 서로 동질적인 Type 을 가지고 있는 변수들간에는 Linear Operation 을 수행할 수가 있다. 만약 어떤 두 변수 X,Y 가 동일하게 A 라는 Type 이라고 할 때 이들간의 Operation은,

$$A + A = A, A - A = A, A / A = \text{null} \text{ 을 만족한다.}$$

- Unit Difference : 변수들의 값들의 단위들의 차이를 말한다. 이것은 Database 상의 Instance Value 가 어떠한 단위로 입력되어 있는가에 대한 문제이므로 실제적으로 모형을 이용하여 문제를 풀려고 할 때 발생하는 문제이다.

#### (3) 조작자 (Operator)

위 차이를 해소하기 위한 조작자는 LP 모형의 경우 SUM, MULTIPLY(DIVIDE), DATA\_SEARCH 등이 존재한다.

#### (4) Domain Knowledge

GPS 에서 학습이나 조작자의 결정을 위해서는 해당 시스템에 속해있는 선언적인 지식에 대해 알 필요가 있는데, 이를 보존하기 위해 Domain knowledge 를 구축해 놓고 있어야 한다. 여기서 Domain knowledge 는 ER Model 로 표현되는데, 전체 System 을 Entity 들의 집합으로 하고 그들간의 관계를 Relationship 으로 하며, LP 모형에서 고려의 대상이 되는 각종 변수들은 Entity 들의 Attribute 로 표현한다. 각각의 Entity 들은 각기 나름의 고유한 Key 를 가지며, Relationship 은 그것과 관계된 Entity 들의 Key 를 모두 Candidate key 로 갖는다.

#### (5) Modeling Engine

Modeling Engine 이란 초기 상태와 목표상태가 무엇인지 알려졌을 때, 이 차이를 없애기 위해서 하게 되는 순차적인 조작과정을 말한다. 이들 Modeling Engine 은 위에서 밝힌 세가지 Difference 마다 다르게 되며 각각은 LP 에서 허용되는 Operator 들을 적절하게 순차적으로 이용하여, 결국 이러한 3가지 종류의 difference 에 대한 Modeling Engine 으로 Intelligent LP Modeling 을 위한 전략을 수행할 수 있게 된다.

#### (6) 전략 (Strategy)

Intelligent LP Modeling 을 위해서는 세가지 Modeling Engine 을 적절히 배합하고 그에 따르는 조작자들을 불러내고 사용하고 비교하여야 하는데 이같은 총체적인 활동을 전략이라고 하며 이 전략상의 수행 순서는 그림 2 와 같은 Strategy Table 에 나타난다. 아래 그림의 의미는 다음과 같다. 우선 결정변수를  $I(s)$  로 두고 비교해야 할 우변상수를  $G(s)$  라고 하였을때 우선 각각의 Difference 에 대해서  $I(s)$  와  $G(s)$  를 비교하고 이들간의 차이가 발견되면 그것들을 줄이기 위한 적절한 조작자와 관계변수(계수)를 찾아서  $I(s)$  에 작용시킨다. 이러한 과정을  $n$ 회 반복하여  $(I(s) \cap G1(s) \cap \dots \cap Gn(s))$  와  $G(s)$  가 같아질 때까지 수행하게 되는데 이를 통해서 유도된  $I(s) \cap G1(s) \cap \dots \cap Gn(s)$  은 하나의 좌변 제약식이 된다.

BOUND

문제 :  $\langle I(s), G(s), M, S \rangle$

| 유도식                       | $I(s)$ | $I(s) \cap G1(s)$ | $I(s) \cap G1(s) \cap G2(s)$ | $I(s) \cap G1(s) \cap \dots \cap Gn(s)$ | $G(s)$ |
|---------------------------|--------|-------------------|------------------------------|---|--------|
| Characteristic Difference | CI     | CI1               | CI2                          | CG                                      | CG     |
| Structural Difference     | SI     | SI1               | SI2                          | SG                                      | SG     |
| Unit Difference           | UI     | UI1               | UI2                          | UG                                      | UG     |
| 조작자                       |        | O1                | O2                           | On                                      |        |

유도된 제약식 :  $I(s) \cap G1(s) \cap \dots \cap Gn(s) \cdot BOUND \cdot G(s)$

단,  $Ci$  :  $i$  상태의 type,  $Si$  :  $i$  상태의 index

$Ui$  :  $i$  상태의 unit,  $Oi$  :  $i$  상태에서 사용한 조작자

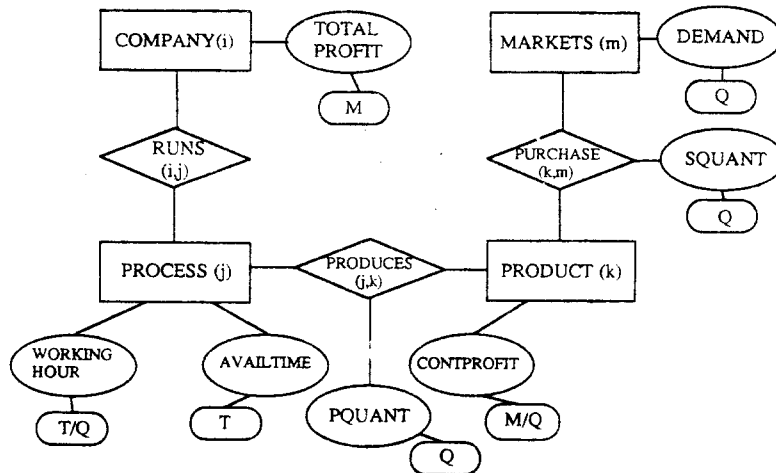
< 그림 2 > Strategy Table

이 그림에서 보아 알 수 있듯이 초기상태와 목표상태 간의 Difference 존재 여부를 조사한 후에 이를 줄여주기 위한 조작자가 아랫줄의 Operator 에 기술되고 그에 따라 변화된 상태는 제일 위의 줄에 나타나게 된다. 즉, 다시 말해서  $i$  번째 State 의 문제영역은 다음과 같이 표시된다.

$$Pi = \langle I(1)UG1(s)UG2(s) \dots UGi-1(s), G(s)-G1(s)- \dots -Gi-1(s), M, S \rangle$$

#### IV. 예

이제까지 기술한 GPS based Intelligent LP Modeling 수행 과정을 다음과 같은 예제를 들어 확인하고자 한다. 다음의 그림 3 은 간단한 Product Mix Problem 에 관한 Domain knowledge 이다. 이 그림에서 보는 바와 같이 본 시스템은 Company, Market, Process, Product 라는 네개의 Entity 들로 구성되어 있음을 알 수 있으며, 이 Entity 들의 Attribute 들은 또한 자신들의 type 을 갖는다.



< 그림 3 > 회사 A 의 ER 모형

문제는 (Max) + (Compay A) + (TotalProfit) 로 정의한다.

이 문제에 의하여 Strategy 와 각각의 Modeling Engine 은 그림 4,5와 같은 Strategy Table 을 만

들면서 해에 접근해 나간다. 아래의 그림 4는 TotalProfit 을 극대화시키는 문제에서 결정변수를 찾아내고 목적함수식을 유도하는 과정의 한 예이다. 단, Company A 로 규정되어 i index 는 무의미하다.

|  |            |                                     |                            |                             |             |
|--|------------|-------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------|
|  |            |                                     |                            |                             | EQUAL       |
| 문제 : < {M/Q, (k), Won}, {M,null,Dollars} ,M ,S > |            |                                     |                            |                             |             |
|  | ContProfit | ContP*SU<br>M(PQuant)               | SUM(ContP*<br>SUM(PQuant)) | 670*SUM(*)                  | TotalProfit |
| Charact.   | M / Q      | M                                   |                            |                             | M           |
| Structure  | {k}        |                                     | { }                        |                             | { }         |
| Unit   | Won        |                                     |                            | Dollars                     | Dollars     |
| Operator   |            | Search "Q"<br>PQuant {j,k}<br>Sum j | Sum k                      | Search Rate<br>Multiply 670 |             |

유도된 목적함수식 :  $670 * \sum_k (\text{ContProfit}_k * \sum_j (\text{PQuant}_{jk})) = \text{TotalProfit}$

< 그림 4 > Strategy Table : 목적함수식 유도 예

또한 아래의 그림 5는 결정변수 PQuant 와 우변상수인 AvailTime 과의 차이감소를 통해 제약식을 만들어나가는 과정을 보여주고 있다.

|   |        |                                     |                       |           |            |
|---|--------|-------------------------------------|-----------------------|-----------|------------|
|   |        |                                     |                       |           | UPPERBOUND |
| 문제 : < {Q,(j,k),null}, {T,(j),thousand}, M, S > |        |                                     |                       |           |            |
|   | PQuant | SUM(100*<br>PQ)*WH                  | 10*(SUM100<br>*PQ)*WH | AvailTime |            |
| Charact.  | Q      | T                                   |                       | T         |            |
| Structure                                       | {j,k}  | {j}                                 |                       | {j}       |            |
| Unit  | Null   | Hundred                             | Thousand              | Thousand  |            |
| Operator  |        | Search T/Q<br>WH {j}<br>Multiply WH | Multiply<br>by 10     |           |            |

|           |        |             |                    |         |
|-----------|--------|-------------|--------------------|---------|
|           | PQuant | SUM(<br>PQ) | 100*SUM<br>(PQ)    | WH      |
| Charact.  | Q      |             |                    | T/Q     |
| Structure | {j,k}  | {j}         |                    | {j}     |
| Unit      | Null   |             | Hundred            | Hundred |
| Operator  |        | Sum k       | Multiply<br>by 100 |         |

유도된 제약식 :  $10 * (\sum_k (100 * \text{PQuant}_{jk}) * \text{WorkingHour}_j) \leq \text{AvailTime}_j$

< 그림 5 > Strategy Table : 제약식 유도 예

### V. 결론

본 연구에서는 보다 효율적이고 일반화된 LP 모형화 지원시스템의 구축을 위해서 GPS 기저의 접근방식을 제안하였다. 연구 결과 LP 모형화는 GPS 의 틀, 즉 초기상태와 목표상태, 이들간의 차이, 그리고 차이를 해소하기 위한 적절한 조작자로 보는 것이 가능할 뿐더러 특정 문제영역 고

유의 선언적 지식과 모형화를 하는데 필요한 과정적 지식을 분리함으로써 보다 일관성있는 모형 관리 및 모형들의 통합, 수정을 용이하게 할 수 있었다.

이 방법을 통해 Manual error 나 일치성의 문제를 배제할 수 있으며, 따라서 일반 의사결정자가 LP 모형을 이용하여 정보를 얻고자 할때 곤란을 겪는 모형화 단계에서 시간과 노력을 절감할 수 있으리라고 본다. 또한 문제에 대한 지식을 ER 모형으로 표현하여 필요에 따라 얼마든지 수정, 확장할 수 있기 때문에 시스템 유지가 용이하다는 장점을 가질 수 있다. 이 연구를 통하여 LP 모형화를 보는 새로운 관점을 제시할 수 있었으며, 더 나아가서 모형화 지원시스템의 궁극적 목표인 문제 영역에 대한 선언적 지식이 주어진 시점에서부터 실제 해를 획득, 분석하기까지의 자동화에 기여하리라고 본다.

## VI. 참고 문헌

[GÜVE,90] GÜVENIR, H.A. and G.W. ERNST, "Learning Problem Solving Strategies Using Refinement and Macro Generation", Artificial Intelligence, 1990, pp. 209 - 243.

[KORF,85] KORF, R.E., "Macro-Operators: A Weak Method for Learning", Artificial Intelligence, 1985, pp. 35 - 77.

[NUWE,72] NUWELL, A. and SIMON, Human Problem Solving, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1972.