



식(3)과 (4)은 n차원의 선형 연립방정식 이므로 해가 존재하기 위해서는 반드시 행렬 Q와 R의 계수가 n이 되어야 하고, 가제어성 및 가관측성의 정량적인 크기를 나타내기 위해 다음과 같은 gramian 행렬 K와 W로 나타낼 수 있다.

$$K = QQ^t = \sum_{i=0}^{n-1} A^i B B^t (A^t)^i \quad \text{----- (5)}$$

$$W = R R^t = \sum_{i=0}^{n-1} (A^t)^i C^t C A^i \quad \text{----- (6)}$$

식(5)와 식(6)의 K와 W는 각각 입력과 상태성분과의 결합 정도, 출력과 상태성분과의 결합 정도를 나타내는 것이며, 가제어성과 가관측성의 특성(11)을 알아보기 위해 K, W를 특이치 분해(15)하면 다음 식과 같이 특이값과 일원 행렬로 나타낼 수 있다.

$$K = U_k \sum_i V_k V_k^t \quad \text{----- (7)}$$

$$W = U_w \sum_i V_w V_w^t \quad \text{----- (8)}$$

단  $i=1, 2, \dots, n$

식(7)과 식(8)에서  $U_k, V_k, U_w, V_w$ 는 K, W의 일원 행렬이고  $\sum_i, \sum_w$ 는 K, W의 특이값이다.

특이값(4.15)의 최대값과 최소값은 주파수 영역에서 최대 이득과 최소 이득을 나타내므로 최소값의 부분을 제거하여 저차수와 할 수 있다.

또한 실현 구조에 의존하는 유한 어장 오차는 다음과 같이 해석 할 수 있다.

유한 어장을 고려한 상태 방정식과 출력 방정식은 다음과 같고 블록 선도는 그림1과 같다.

$$\bar{x}(k+1) = [A+\Delta A] \bar{x}(k) + [B+\Delta B][u(k)+\Delta u(k)] + \alpha(k) \quad \text{----- (9)}$$

$$\bar{y}(k) = [C+\Delta C] \bar{x}(k) + [d+\Delta d][u(k)+\Delta u(k)] + \beta(k) \quad \text{----- (10)}$$

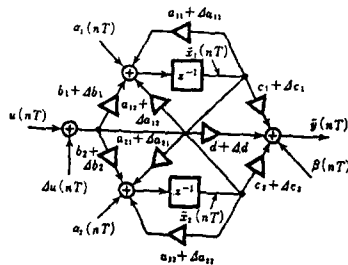


Fig.1, Signal flow graph of output error.

상태 벡터 오차와 출력오차는 식(1)(2)와 식(9)(10)으로부터 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$e_x(k+1) = A e_x(k) + \Delta A x(k) + \Delta B u(k) + B \Delta u(k) + \alpha(k) \quad \text{----- (11)}$$

$$\Delta y(k) = C e_x(k) + \Delta C x(k) + \Delta d u(k) + d \Delta u(k) + \beta(k) \quad \text{----- (12)}$$

$$\text{단 } \Delta y(k) = \bar{y}(k) - y(k), e_x(k) = \bar{x}(k) - x(k) \\ \alpha(k), \beta(k) = \text{반올림 잡음}$$

식(11)과 (12)에서 실현 구조에 의존하는 경우의 반올림 오차  $\Delta y_r(k)$ 와 계수 양자화 오차  $\Delta y_c(k)$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\Delta y_r(k) = C \sum_{j=0}^{n-1} A^{n-j-1} \alpha(j) + \beta(k) \quad \text{----- (13)}$$

$$\Delta y_c(k) = C \sum_{j=0}^{n-1} A^{n-j-1} [\Delta A x(j) + \Delta B u(j)] + \Delta C x(k) + \Delta d u(k) \quad \text{----- (14)}$$

$$\Delta y(k) = \Delta y_r(k) + \Delta y_c(k) \quad \text{----- (15)}$$

여기에서 선형 변환을 위한 정칙 등가 변환 행렬 T에 의해서 얻어진 유한 어장 상태 공간 계수는 다음식과 같다.

$$SSC(TAT^{-1}, TB, CT^{-1}, d) \quad \text{----- (16)}$$

식(16)에 대응하는 출력 오차  $\Delta y'(k)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta y_r'(k) = C \sum_{j=0}^{n-1} A^{n-j-1} T^{-1} (j) \alpha(j) + \beta(k) \quad \text{----- (17)}$$

$$\Delta y_c'(k) = C \sum_{j=0}^{n-1} A^{n-j-1} T^{-1} [( \Delta A T^{-1} ) T x'(j) + ( \Delta T B ) u(j)] \\ + ( \Delta C T ) T x'(k) + \Delta d u(k) \quad \text{----- (18)}$$

$$\Delta y'(k) = \Delta y_r'(k) + \Delta y_c'(k) \quad \text{----- (20)}$$

식(18)과 (19)에서 예서와 같이 선형 변환의 경우 출력 오차는 등가 변환 행렬 T에 의해서 결정되어 짐을 알 수 있으며 가중합수에 의한 등가 변환 행렬 T는 다음장과 같다.

### II. 가중에 의한 모델 저차수와

주파수 영역에서 가중하기 위해 식(1)과(2)를 Z변환(12)을 하면 다음 식과 같다.

$$X(z) = (zI - A)^{-1} z x(0) + F(z) u(z) \quad \text{----- (21)}$$

$$Y(z) = G(z) z x(0) + H(z) u(z) \quad \text{----- (22)}$$

$$\text{단 } X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) z^{-k}, F(z) = (zI - A)^{-1} B, \\ H(z) = C(zI - A)^{-1} B + d, G(z) = C(zI - A)^{-1}$$

식(21)과 (22)의 K와 W는 다음식에서 구할 수 있다.

$$K = \frac{1}{2\pi j} \oint_r F(z) F(z)^* \frac{dz}{z} \quad \text{----- (23)}$$

$$W = \frac{1}{2\pi j} \oint_r G(z) G(z)^* \frac{dz}{z} \quad \text{----- (24)}$$

단 \*은 공역 전치이다

여기서 그림2과 같이 시스템에 가중(11,13)을 하기 위한 상

테 공간 함수  $\phi(z)$ 와  $\varphi(z)$ 는 다음과 같이 한다.

$$\phi(z) = C_\phi (ZI - A_\phi)^{-1} B_\phi + d_\phi \quad (25)$$

$$\varphi(z) = C_\varphi (ZI - A_\varphi)^{-1} B_\varphi + d_\varphi \quad (26)$$

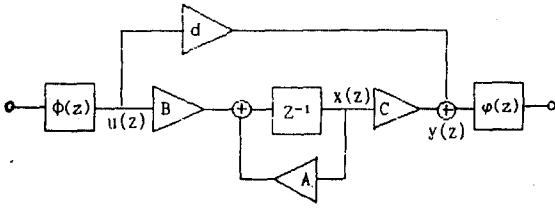


fig.2, Block diagram of model with weighted function

가중모델의 선택은 가중을 하기 위한 식(25), 식(26)의 가중 상태 공간 함수  $\phi(z)$ ,  $\varphi(z)$ 는 저차수와 하기 위한 모델의 주파수 특성과 같이 설계하는 것이며, 최적의 가중함수 선택은  $K'$ 와  $W'$ 에 큰 가중을 주어야 하므로 동일 차수의 가중함수의 경우는  $K'$ 와  $W'$ 가 큰 함수를 선택하는 것이 좋다.

$K'$ 와  $W'$ 가 크면은 주파수 감도가 크기 때문에 감도가 큰 가중 함수를 사용해야 한다.

식(25)와 식(26)에 의해 가중되어진 시스템의  $K'$ 와  $W'$ 는 다음식과 같다.

$$K' = \frac{1}{2\pi j} \oint_r F(z)\phi(z)[F(z)\phi(z)]^* \frac{dz}{z}$$

$$= \frac{1}{2\pi j} \oint_r F(z)F(z)^* |\phi(z)|^2 \frac{dz}{z} \quad (27)$$

$$W' = \frac{1}{2\pi j} \oint_r G(z)^* G(z) |\phi(z)|^2 \frac{dz}{z} \quad (28)$$

식(27)와 식(28)에서 얻어진  $K'$ 와  $W'$ 를 이용한 정칙 등가 변환 행렬  $T$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q = R' W' R^{-1}$$

$$U \sum V^t = Q$$

$$T = R^{-1} V \text{diag}(\Sigma) \quad (29)$$

단  $R = K'$ 의 상삼각행렬,  $\Sigma$ 은  $Q$ 의 고유값 대각행렬

$U, V^t = Q$ 의 일원행렬

식(1)과(2)에서 시스템  $(A, B, C, d)$ 에 식(29)의 정칙행렬  $T$ 를 이용하여 좌표 변환<sup>(5)</sup> 하여 상태벡터  $x'(k)$ 로 하는 가중을 행한 상태 공간 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x'(k+1) = A' x'(k) + B' u(k) \quad (30)$$

$$y(x) = C' x'(k) + du(k) \quad (31)$$

단  $A' = TAT^{-1}$ ,  $B' = TB$ ,  $C' = CT^{-1}$

식(30)과(31)에 대한  $K_w$ 와  $W_w$ 는 다음과 같다.

$$K_w = \sum_{i=0}^{\infty} (TAT^{-1})^i TB(TB)^t [(TAT^{-1})^t]^i$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} TA^i BB^t (A^t)^i T^t$$

$$= TKT^t \quad (32)$$

$$W_w = T^{-t} WT^{-1} \quad (33)$$

식(32)와 식(33)에서  $K$ ,  $W$ 는 식(5)와 식(6)이므로 불변이며 좌표계에 대한 상대적인 것을 알 수 있다.

여기서 모델 저차수와 실현은 식(30)과 식(31)에서 입출력 특성이 크게 변화되지 않는 범위 내에서 원하는 차수를  $\ell$ 로 하여 두 개의 그룹으로 나누어 다음과 같이 차수를 감소시킬 수 있다.

$$A' = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \ell \\ \downarrow n-\ell \\ \leftarrow \ell \rightarrow \leftarrow n-\ell \rightarrow \downarrow \end{matrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \ell \\ \downarrow n-\ell \end{matrix}$$

$$C' = [C_1 \quad C_2]$$

$$\leftarrow \ell \rightarrow \leftarrow n-\ell \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(k) \quad (34)$$

$$y(k) = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + du(k) \quad (35)$$

식(34)과 식(35)에 대한 감소 모델은 다음과 같이 쓸 수 있으며 이를  $\ell$ 차의 입출력 특성 근사 모델이라 한다.

$$x'(k+1) = A_{11}' x'(k) + b_1 u(k) \quad (36)$$

$$y(k) = C_1' x'(k) + du(k) \quad (37)$$

식(36), 식(37)의 안정조건은 다음과 같다.

시스템의 특성을 나타내는 행렬  $A_{11}'$ 의 고유치에 대한 판별이 있는데 상태 천이 행렬  $A_{11}'$ 의 고유치에 절대치가 1보다 작기 위한 필요 충분 조건은 임의의

$n \times n$ 에 대해 Lyapunov 안정도 식은 다음과 같으며 이를 만족하면 안정하다.

$$P - A_{11}'^t P A_{11}' = Q \quad (38)$$

여기서  $Q =$  정정 행렬 (Positive Definite Matrix)

$P =$  대칭 정정 행렬 (Symmetric Positive Definite Matrix)

$A_{11}'^t P A_{11}' =$  선형 방정식을 위한 Lyapunov 함수 이다.

여기에서 새로운  $\ell$ 차 특성 근사 모델의 안정도는 입력과 출력을 정규화 하므로  $\lambda(A_{11}')$ 는 항상 절대값이 1보다 작은 값

을 갖게 되어 안정계를 이루게 된다.

#### IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제시한 가중함수를 이용한 이산 시간 선형 시스템의 차수 감소에 대한 실험은 시뮬레이션을 통하여 알아 보고 그 결과를 비교 검토한다.

시뮬레이션을 위한 4차 저역 통과 필터의 전달함수는 식(39)과 같고, 가중을 위한 상태 공간 계수는 3차-a, 3차-b, 4차-a, 4차-b, 5차-a, 5차-b를 임의의 선정하여 실행해 보았다.

$$H(z) = \frac{0.00533z^{-1} + 0.01817z^{-2} + 0.00795z^{-3}}{1 - 3.05920z^{-1} + 3.8247z^{-2} - 2.27205z^{-3} + 0.54960z^{-4}} \quad (39)$$

1) 3차-a

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.516729 & -1.723298 & 2.08444 & -1.0 & 0.0 \\ 9.85217e-2 & -0.1130596 & 0.1343668 & 0.06497 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (40-a)$$

2) 3차-b

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.477693 & -1.634329 & 2.015716 & -1.0 & 0.0 \\ 0.10936572 & -0.1222339 & 0.1480099 & 0.07403 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (40-b)$$

3) 4차-a

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.4119078 & 1.810448 & -3.225956 & 2.634052 & -1.0 & 0.0 \\ 1.8776e-2 & 3.4433e-2 & -5.1795e-2 & 6.0815e-2 & 0.032052 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (40-c)$$

4) 4차-b

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.4283171 & 1.851031 & -3.290124 & 2.789898 & -1.0 & 0.0 \\ 1.7222e-2 & 3.3966e-2 & -5.0633e-2 & 6.1900e-2 & 3.0148e-2 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (40-d)$$

5) 5차-a

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.3384587 & -1.858097 & 4.305151 & -5.291966 & 3.472885 & 1.0 \\ 1.6514e-2 & -2.9903e-2 & 6.4668e-2 & -5.3881e-2 & 3.5939e-2 & 0.1235 \end{bmatrix} \quad (40-e)$$

6) 5차-b

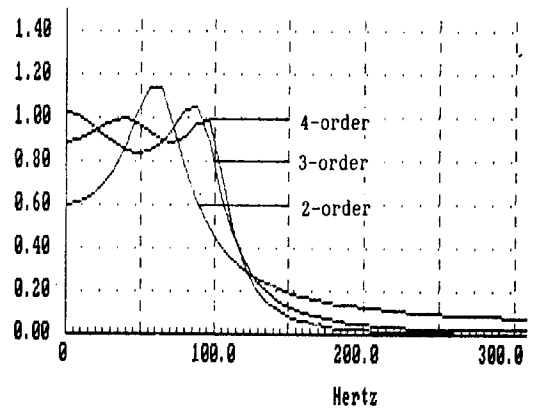
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.3263161 & -1.802598 & 4.202933 & -5.201688 & 3.439307 & 1.0 \\ 1.7452e-2 & -3.1109e-2 & 6.7622e-2 & -5.6274e-2 & 3.7886e-2 & 0.1317 \end{bmatrix} \quad (40-f)$$

식(39)에 대한 비교 모델은 평형형 과 식(40-c)와 식(40-e)를 가중으로 하는경우의 상태공간 계수는 표1과 같이 예로서 나타내었다.(가장 좋은 경우와 나쁜 경우)

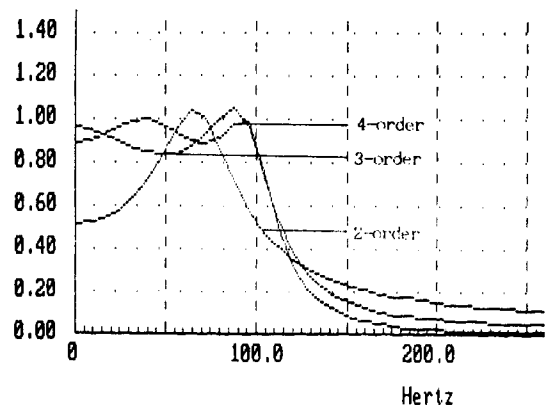
Table 1, State-space coefficient

	A				B	C'	d
balanced model	0.9034	-0.3436	-0.0021	0.0318	0.2966	0.2966	0.0
	0.3436	0.7406	-0.3615	-0.0316	-0.3829	0.3829	
	-0.0021	0.3615	0.6491	-0.3013	0.2728	0.2728	
	0.0318	-0.0316	0.3013	0.7661	-0.1015	0.1015	
weighted model (40-c)	0.8869	0.3699	-0.0083	0.0339	0.2806	0.2806	0.0
	-0.3699	0.7123	0.3529	-0.0448	0.3975	-0.3975	
	-0.0083	-0.3529	0.6530	0.2863	0.3423	0.3423	
	-0.0339	-0.0448	-0.2863	0.8259	0.1805	-0.1805	
weighted model (40-e)	0.8733	0.3377	-0.0447	0.0471	0.3144	0.3144	0.0
	-0.3377	0.6588	0.3720	-0.0572	0.4418	-0.4418	
	-0.0447	-0.3720	0.6494	0.3008	0.3626	0.3626	
	-0.0471	-0.0572	-0.3008	0.8776	0.1728	-0.1728	

표1의 평형형과 가중형 model(40-a, 40-e)에 대한 차수 감소는 식(30)과 식(31)에서  $\ell=3, \ell=2$  한 경우에 차수 근사 모델의 응답은 그림3의 (a), (b), (c)와 같다.



(a) Balanced realization



(b) Weighted realization (40-a)

## V, 결론

본 논문에서는 차수감소의 주파수영역에서 통과대역의 오차를 줄이는 것이다.

차수감소 model들에서 문제가 되는 통과대역에서의 오차를 감소시키기 위하여 여러 경우의 가중함수를 사용하여 실현하였다.

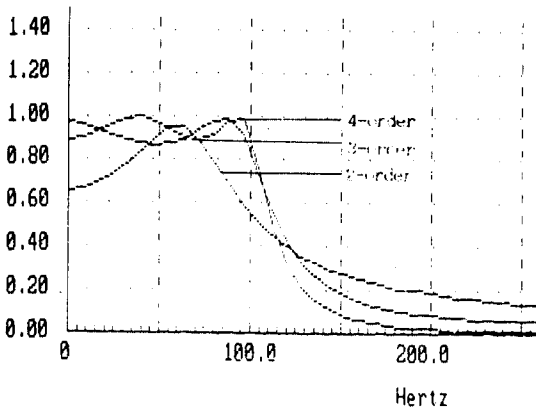
가중된  $X$ 와  $W$ 는 고유값이 불변이며 대각화 할수 있는 좌표변환 정칙행렬  $T'$ 를 구하여 새로운 가중형 model의 상태공간 계수( $A_w, B_w, C_w, d$ )를 얻을 수 있다.

제시한 알고리즘은 시뮬레이션한 결과 통과 대역에서 오차 감소를 알 수 있었고, 같은 차수의 가중함수는 주파수 감도가 큰 경우의 모델이 좋은 결과를 가져 왔으나 실현 구조에서 문제가 되는 출력 오차는 고려해야 할 사항으로 생각된다.

이상의 결과로 본 알고리즘의 타당성을 확인할 수 있었고 차후에는 가중의 최적 조건에 대해서 연구하고 싶다.

## 참고 문헌

1. L. Antonio, V. Umberto, "Model Reduction using Output Equation Error", INT. J. Systems SCI., vol.15, pp 1011-1021, no.9, 1984
2. Kemin Zhou, "Remarks on Stochastic Model Reduction," IEEE Trans. vol. AC-32, pp.356-358, no.4, 1987
3. T. Liu, B. D. O. Anderson, "Model Reduction with Time Delay," IEE Proc. vol.134, Pt. D, no.6, November, 1987
4. P. Hippe, "Modified Doubly Coprime Fractional Representations Related to the Reduced-Order Observer," IEEE Trans. vol. AC-34, pp 573-576, no.5, 1989
5. B. C. Moore, "Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction," IEEE Trans. vol. AC-26, pp 17-32, no.1, 1981
6. Hu Xiheng, "FF-Pade Method of Model Reduction in Frequency Domain," IEEE Trans. vol. AC-32, pp243-246, no.3, 1987
7. Ubaid M. Al-saggaf, G. F. Franklin, "Model Reduction via Balanced Realization: An Extension and Frequency Weighting Techniques," IEEE Trans. vol.33, pp 687-691, no.7, 1988
8. W. S. Lu, E. B. Lee, "Model Reduction via a Quasi-Kalman Decomposition," IEEE trans. vol. AC-30, pp 786-790, NO.8, 1985



(c) Weighted realization (40-e)

Fig.3, Frequency response curves of reduction order models

식(39)와 식(40)의 가중함수에 주파수 감도(1)와 식(40)에 의해서 실현되어진 가중모델들에 3차 저차수화의 통과 대역에서 리플의 최소값과 최대값, 그리고  $\ell_2$  norm은 표2과 같고, 무한어장과 유한 어장의 bit별 출력 오차 분산(dB)값은 표3과 같다.

Table 2, Evaluation index of weighted models: (dB)

	40-a	40-b	40-c	40-d	40-e	40-f	평형형
가중감도	96.78	120.68	56.38	1169.5	11367.6	13186.9	
최대값	.96522	.96755	.96049	.97070	.96941	.96960	1.052179
최소값	.86157	.86301	.83350	.86552	.86441	.86481	.842469
$\ell_2$ -norm	.411215	.408732	.451335	.408500	.408819	.407956	.473888

Table 3, Variance value of output error with weighted models

	40-a	40-b	40-c	40-d	40-e	40-f	평형형
4-bit	-13.868	-8.623	-14.554	-13.732	-13.765	-13.753	-9.971
6-bit	-28.270	-18.994	-20.019	-27.674	-27.828	-27.763	-18.501
8-bit	-36.182	-31.668	-35.935	-34.994	-35.479	-35.351	-36.132
10-bit	-52.920	-48.886	-55.474	-49.007	-44.068	-47.912	-51.326
12-bit	-64.813	-62.594	-66.229	-57.215	-65.107	-57.026	-61.721
14-bit	-80.405	-71.095	-78.590	-69.001	-77.912	-68.743	-67.363
16-bit	-80.958	-83.481	-90.078	-92.283	-89.557	-82.272	-80.195

그림2에서 보는 것과 같이 가중의 모델이 평형형 보다 통과 대역에서 좋은 결과를 볼 수 가 있었고 표2에서 같은 가중함수에서는 감도가 큰가중함수가 좋은것으로 나타났으며 가중의 차수가 높아도 저감도이면은 좋지 않는 것임을 알수 있었다. 그러나 감도가 큰 경우에는 표3에서 보는 것과 같이 출력 오차 분산은 가중함수의 감도를 높이므로써 좋지 않는 결과를 초래할 수도 있다.

그러나 일반적으로 평형형 보다는 좋은 결과를 나타내었다.

9. L.Pernebo,L.M.Silverman,"Model Reduction via Balanced State Space Representations,"IEEE Trans. vol. AC-27, pp 382-387, no.2,1982
10. G.J.Lastman,N.K.Sinha,"A comparition of the Balanced Matrix Method and the Aggregation Method of Model Reduction,"IEEE Trans. vol.AC-30,pp301-304, March ,1985
11. 김 정화,정 찬수,"가중합수에 의한 최소오차분산을 갖는 이산 시간 선형 시스템",한국통신학회 춘계 종합학술발표 논문집, 제10권1호, pp.76-80,1991
12. T.Hinamoto,M.Nouri-Shirazi,R.Yamaguchi,"Minimization of Sensitivities with Frequency Weighing for MIMO State Space Digital Filters,"IECEJ.A vol.J73-A, pp 1058-1065,no.6,1990
13. L.Thiele,"On the Sensitivity of Linear State Space systems,"IEEE Trans. vol.CAS-33,pp502-510,no.5,1986
14. J.C.Doyle, G.Stain,"Robustness with Observers,"IEEE Trans.vol.AC-24,pp 607-611,1979
15. V.C.Klema,A.J.Laub,"The Singular Value Decomposition: Its Computation and Some Application,"IEEE Trans. vol.AC-25,pp164-176,no.2,1980
16. C.T.Mullis,R.A.Roberts,"Synthesis of Minimum Roundoff Noise Fixed Point Digital Filter,"IEEE Trans. vol.CAS-23,pp.551-562,Sept.1976
17. M.Kawamata,M.Iwatsuki,T.Higuchi,"Balanced Realization as Minimum Sensitivity Structure in Linear Systems," IECEJ vol.21,pp. 900-906,no.9,1985