

입출력 선형화를 응용한 불확실한
시스템의 적응제어에 관한 연구

◦ 백운보* 윤강섭* 배종일** 이만형***

부산대학교 대학원 기계공학과*

부산공업대학 전기공학과**

부산대학교 공과대학 정밀기계과**

Adaptive Control of Uncertain System
Using Input-Output Linearization

◦ W.B. Baek* K.S. Yoon* J.I. Bae** M.H. Lee***

◦ Graduate School of Pusan National Univ.*

Pusan National Institute of Tech. Dept. of Elec. Eng.**

Pusan National Univ. Dept. of Mech. & Prec. Eng.***

Abstract

A technique of indirect adaptive control based on certainty equivalence for input output linearization of nonlinear system is proven convergent by Teel. It incorporates an adaptive observer for identifying unknown system states and parameters and input-output linearizing controller for robust tracking. In this study, we show that robustness and tracking performances are improved considerably by using its normalized form of Teel's observer-based identifier. Simple examples are presented as illustration.

1. 서론

비선형시스템의 제어를 위한 많은 방식 중에서 가장 활발하게 연구되고 있는 입출력 선형화 방식^[1-5]은 여러분야에서 그 응용 실례를 찾아볼 수 있는 데 이것을 적용하기 위해서는 완전한 수학적 모델링이 요구된다. 그러나 실제 시스템의 상황에서는 동적 모델링 오차 및 불확실성 등으로 인해 정확한 비연성 및 선형화를 얻는 제어시스템 설계과정에 많은 어려움을 주고 있다. 이러한 불확실성을 고려하여 견실한 선형화 및 안정화를 실현코자하는 많은 접근방식들^[6-8]이 연구되어 왔다.

매개변수 불확실성을 갖는 비선형시스템에 대해서는 입출력 선형화를 응용한 많은 적응 제어 방법^[9-12]이 제시되었다. 그리고 Teel 등^[13]은 상태추정오차를 이

용하여 불확실한 함수의 파라메타를 추정하고, 이 추정된 파라메타로서 구성된 제어기의 견실함을 보였다.

이러한 입출력 선형화를 응용한 불확실한 시스템의 적응제어에 대한 연구의 일환으로, 본 연구에서는 Teel의 관측오차에 기초한 매개변수 추정기를 정규화된 추정기로 대체함으로써 과도응답 특성이 개선되며 보다 견실한 제어기 구성의 가능성을 보였다.

2. Teel의 관련 연구결과

입출력 선형화를 응용하여 불확실한 시스템의 적응 제어방법중 Teel의 관측오차에 기초한 매개변수 추정기를 정규화된 추정기로 대체함으로써 보다 견실한 추적성능을 예시하기 위해 간략하게 Teel의 관련 연구 결과를 정리하면 다음과 같다.

다음의 비선형 시스템(1)을 고려하자. 여기서 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 는 연속 미분가능한 함수이며, 다음 식(2), (3), (4)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,

$$f(x) = \sum_{i=1}^p \theta_{i1}^* f_i(x) \tag{2}$$

$$g(x) = \sum_{j=1}^p \theta_{2j}^* g_j(x) \quad (3)$$

$$h(x) = \sum_{j=1}^p \theta_{3j}^* h_j(x) \quad (4)$$

그리고 $f(x), g(x), h(x)$ 의 추정자를 다음과 같이 두면,

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^p \hat{\theta}_{1i} f_i(x) \quad (5)$$

$$\hat{g}(x) = \sum_{j=1}^p \hat{\theta}_{2j} g_j(x) \quad (6)$$

$$\hat{h}(x) = \sum_{j=1}^p \hat{\theta}_{3j} h_j(x) \quad (7)$$

이때, $L_g(x, \hat{\theta}) L_f^{-1}(x, \hat{\theta}) h(x, \hat{\theta}) \approx 0$ 이면 그 적응선형화를 위한 비선형 변환, $\xi(\xi, \eta)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \xi_2 \\ &\vdots \\ \xi_r &= \theta_{j_r}^* \cdots \theta_{j_0}^* L_{f_{j_r}} \cdots L_{f_{j_0}} h_{j_0}(x) + \\ &\quad \theta_{j_r}^* \cdots \theta_{j_0}^* L_{g_{j_r}} L_{f_{j_r-1}} \cdots L_{f_{j_1}} h_{j_0}(x) u \\ \eta &= q_{\theta^*}(\xi, \eta) \\ y &= \xi_1 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,

$$q_{\theta^*}(\xi, \eta) = L_f(x, \theta^*)^{-1} h(x, \theta^*), r+1 \leq i \leq n \quad (9)$$

영점동역학, $\dot{\eta} = q_{\theta^*}(0, \eta)$ 이 점근적으로 안정하면,

그 적응칙은 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{(L_g h)_0} [-(L_f h)_0 + \hat{v}] \quad (10)$$

여기서,

$$(L_f h)_0 = \sum_{i=1}^p \hat{\theta}_{1i}(t) L_{f_i} h \quad (11)$$

$$(L_g h)_0 = \sum_{j=1}^p \hat{\theta}_{2j}(t) L_{g_j} h \quad (12)$$

$$\hat{v} = y_m^r + k_1(y_m^{r-1} - \hat{y}^{r-1}) + \cdots + k_r(y_m - \hat{y}) \quad (13)$$

식(13)에서 k_i 는 $s^r + k_1 s^{r-1} + \cdots + k_r$ 이 Hurwitz 다항식이 되도록 선정된다.

그리고 상태추정오차 ($e_1 := \xi_1 - y_m^{r-1}, 1 \leq i \leq r$) 및 파라미터 추정오차 ($\phi := \hat{\theta} - \theta^*$)에 대한 적응칙은 다음과 같다.

$$\dot{e} = \Omega e + W(x, u)^T \phi \quad (14)$$

$$\dot{\phi} = -W(x, u) P e \quad (15)$$

여기서,

$$\Omega^T P + P \Omega = -Q, \quad Q > 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W(x, u)^T &= L_{f_{j_r}} \cdots L_{f_{j_1}} h_{j_0}(x) \\ &\quad + L_{g_{j_r}} L_{f_{j_r-1}} \cdots L_{f_{j_1}} h_{j_0}(x) u \end{aligned} \quad (17)$$

3. 정규화된 추정기 적용 및 시뮬레이션

본 연구에서는 Teel의 매개변수 추정기, 식(15)에 대해 다음의 정규화된 추정기, 식(18)을 대치함으로써 Teel의 결과에 비해 보다 견실한 추적성능을 유지함을 보여 준다.

$$\dot{\phi} = -W(x, u) P e / |1 + \gamma W(x, u)^T W(x, u)| \quad (18)$$

시뮬레이션 연구를 위해 다음의 비선형시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \theta \phi(x_1 + x_2) \\ \dot{x}_2 &= u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (19)$$

Teel의 결과식(10), (13), (14), (15)에서의 적응칙은 다음식(20), (21), (22)와 같다.

$$\begin{aligned} u &= -\frac{\partial \phi}{\partial x_1} [\theta x_2 + \theta^2 \phi(x_1, x_2)] + v \\ v &= \ddot{y}_m + k_1(\dot{y}_m - \dot{y}) + k_2(y_m - y) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \omega_{11} e_1 + \phi^T \phi \\ \dot{e}_2 &= \omega_{22} e_2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\dot{\phi} = -\phi P e \quad (22)$$

여기서 식(22) 대신 다음의 정규화된 형태의 식(23)을 대치한다.

$$\dot{\phi} = -\phi P e / (1 + \phi^T \phi) \quad (23)$$

본 시뮬레이션 결과와의 비교를 위해 Teel의 연구와 같은 조건을 설정한다. 먼저 $y_m = 10 \sin(\pi t) + 5 \sin(\pi t)$, $\omega_{1j} = 50$, $k_1 = 200$, $k_2 = 30$ 으로 선정한다. $\hat{\theta}_0 = 4, \theta^* = 1$, 불확실한 함수 ϕ 는 다음과 같이 각각 두었다.

- i) $\phi_1 = x_1(10 + \sin(x_1))$
- ii) $\phi_2 = x_1^2$
- iii) $\phi_3 = x_1^3$
- iv) $\phi_4 = x_1^4$

그리고 Teel의 추정식(22)에서 추정계인 P는 견실한 특성을 보여주는 최대값이 선정되었으며, 식(23)에서는 Teel의 결과와 비교를 위해 $\gamma=1$ 로 두고 적절한 추정값이 각각 선정되었다.

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

앞장에서와 같은 조건에서 시뮬레이션한 결과는 다음과 같다.

- i) 의 경우 : Fig.1-a, 1-b, 1-c
- ii) 의 경우 : Fig.2-a, 2-b, 2-c
- iii) 의 경우: Fig.3
- iv) 의 경우: Fig.4

시뮬레이션 결과를 정리하면 다음과 같다.

i)의 경우 Teel의 결과는 그림 1-a 와 같다. 이때 선정된 계인 p는 안정범위내의 최대값이다. 본 결과는 그림 1-b, 1-c 에서와 같이 보다 넓은 계인조정 범위에 대해 안정하며 적절한 속응성 및 과도응답특성을 갖도록 조정이 용이하다. ii)의 경우는 i)의 경우와 마찬가지로.

iii)의 경우 Teel의 결과는 견실특성을 유지하지 못하고 적정 계인으로 조정되는 경우에도 쉽게 수렴특성을 잃음을 확인하였다. 그림 3에서는 정규화된 추정기를 사용함으로써 보다 큰 불확실성(x_1^3)에서도 만족스러운 응답을 얻을 수 있음을 보여 준다. iv)의 경우 iii)의 경우와 마찬가지로.

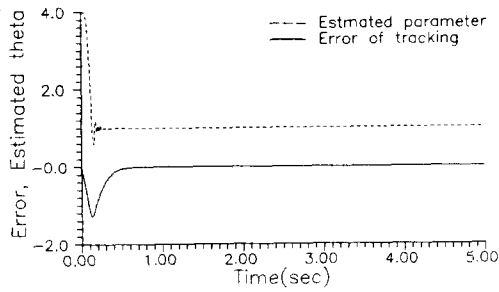
5. 결 론

Teel의 관측오차에 기초한 매개변수 추정기를 정규화된 추정기로 대체함으로써 Teel의 연구에 비해 본 결과를 요약하면 다음과 같다.

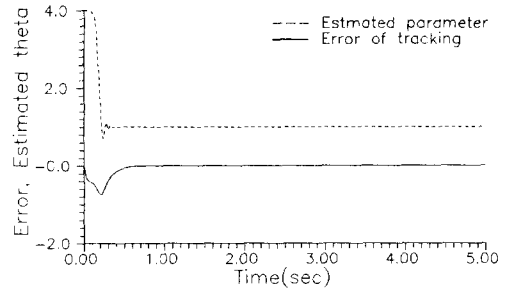
1. 광범위한 제어계인 및 추정계인 조정에 대해 견실하며, 또한 빠른 수렴특성을 얻을 수 있다.
2. 보다 큰 불확실성(x^3, x^4 등)에 대해 견실한 추적 성능이 유지될 수 있다.

참고 문헌

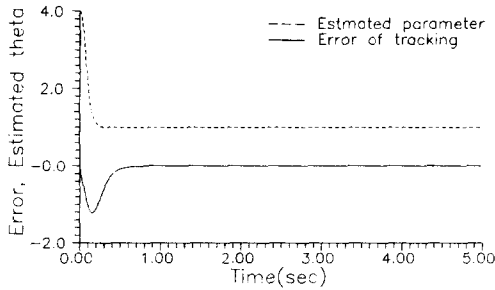
- [1] Isidori, A., Nonlinear Control Systems, An Introduction, Springer-Verlag, 1989.
- [2] Brockett, R.W., Millman, R.S., Sussmann, H.J., Differential Geometric Control Theory, Birkhauser, pp.156-164, 1982.
- [3] Ha, I.J., "The Standard Decomposed System and Noninteracting Feedback Control of Nonlinear Systems," SIAM, Journal of Control and Optimization, Vol. 26, pp.1235-1249, 1988.
- [4] Hunt, L.R. and Su, R., Meyer, G., "Global Transformations of Nonlinear Systems," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-28, pp. 24-31, 1983.
- [5] Isidori, A., Krener, A.J., Gori-Giorgi, C., and Monaco, S., "Nonlinear Decoupling via Feedback: A Differential Geometric Approach," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-26, pp. 331-345, 1981.
- [6] Ha, I.J., and Guilbert, E.G., "Robust Tracking in Nonlinear Systems," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 26, pp.763-771, 1987.
- [7] Zak, S.H., "An Eclectic Approach to the State Feedback Control of Nonlinear Dynamic Systems," ASME Trans. on Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp. 631-640, 1989.
- [8] Taylor, D.G., Kokotovic, P.V., Marino, R., and Kanellakopoulos, I., "Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics," IEEE Trans. on Automatic Control, 34, 405-412, 1989.
- [9] Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P.V., and Marino, R., "Robustness of adaptive nonlinear control under an extended matching condition," Nonlinear Control Systems Design, Capri, Italy, 1989.
- [10] Sastry, S.S. and Isidori, A., "Adaptive control of linear systems," Technical report UCB/ERL M87/53, Electronics Research Laboratory, University of California, Berkeley, 94720, 1987.
- [11] Pomet, J., and Praly, L., "Indirect adaptive nonlinear control," 27th I.E.E.E. Conference on Decision and Control, pp. 2424-2415, 1988.
- [12] Bastin, G., and Campion, G., "Indirect adaptive control of linearly parametrized nonlinear systems," Third IFAC Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing, Glasgow, 1989.
- [13] Teel, A., Kadiyala, R., Kokotovic, P., Saster, S., "Indirect techniques for adaptive input-output linearization of non-linear systems," Int. J. Control, Vol. 53, No. 1, 193-222, 1991.



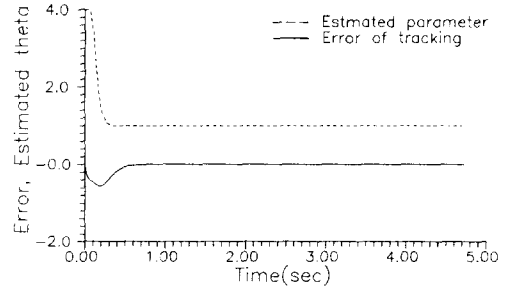
(1-a)



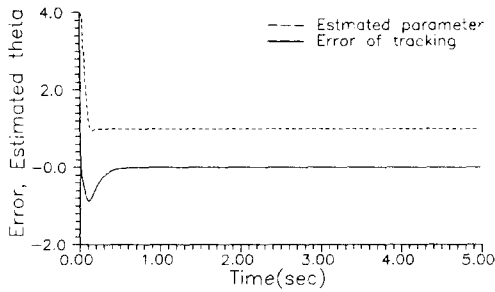
(2-a)



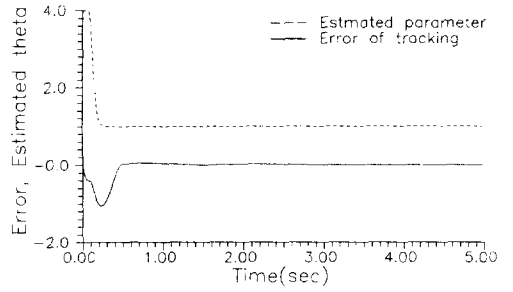
(1-b)



(2-b)



(1-c)



(2-c)

Fig.1 Tracking error and Estimated theta with $\phi_1=4x_1(10+\sin(x_1))$.
 (a) Teel's scheme ($p=60$).
 (b) normalized scheme ($p=1000$).
 (c) normalized scheme ($p=1500$).

Fig.2 Tracking error and Estimated with $\phi_2=4x_1^2$
 (a) Teel's scheme ($p=60$).
 (b) normalized scheme ($p=1000$).
 (c) normalized scheme ($p=1500$).

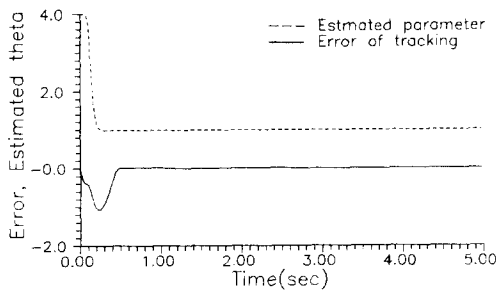


Fig.3 Tracking error and Estimated theta with normalized scheme ($\phi_3=4x_1^3$, $p=1500$).

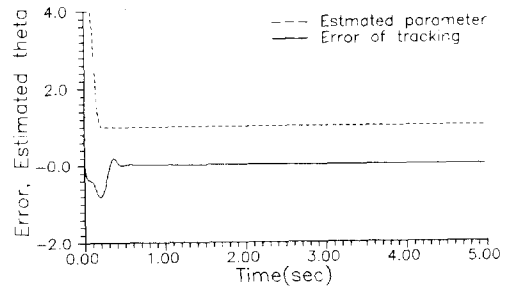


Fig.4 Tracking error and Estimated theta with normalized scheme ($\phi_4=4x_1^4$, $p=2000$).