

# 확장칼만필터를 이용한 수중운동체의 유체계수식별

이 동 권      최 중 락      양 승 윤  
국 방 과 학 연 구 소

## Hydrodynamic Coefficients Identification of Underwater Vehicle by means of an Extended Kalman Filter

Dong-Kwon Lee, Jung-Lak Choi, Seung-Yun Yang  
Agency for Defense Development

### ABSTRACT

A technique for estimation of the hydrodynamic parameter of an underwater vehicle is presented. An extended, augmented Kalman Filter is used to extract the hydrodynamic parameter. Computer generated data were used for the measurement information in lieu of actual run data. The feasibility of identifying values of the hydrodynamic parameter of an underwater vehicle is studied. Computer simulation are done in order to validate the performance of the proposed algorithm.

### 1. 서론

수중운동체의 개발시 동력학적 안정성, 제어판에 대한 운동체의 응답특성 및 회전성능등 조종성능 예측을 위하여 유체계수가 포함된 운동체의 수학적 모델에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하는 것이 일반적인 방법이다. 이 컴퓨터 시뮬레이션을 위해서는 수중운동체의 유체동력학적 특성을 나타내는 유체계수의 추정치 필수적으로 요구되고 있다. 이 유체계수를 추정하는 방법에는 해석적인 방법과 실험적인 방법으로 대별될 수 있는데 먼저 해석적인 방법은 수중운동체 조종시에 작용하는 복잡한 인자들로 인하여 최근까지 잘 개발되어 있지 않으며, 추정할 수 없는 계수들도 존재하는 단점이 있다. 실험적 방법으로서 는 모형시험과 실선시험이 있으며 모형시험에는 구속모형 시험으로서 강제동요장치(Planar Motion Mechanism)와 회전아암시험(Rotating Arm Test)이 있고 자유항주시험(Free Running Model Test)이 있으나 이들 모형시험에는 척도효과(Scale Effect)에 따르는 문제가 야기될 수 있다. 실선시험은 이미 건조된 수중운동체의 시험결과를 충분히 계측함으로써 합리적인 유체계수를 도출할 수 있으나 많은 비용과 위험이 따르기 때문에 효율적이지 못하다.

이상과 같은 유체계수 추정법들의 단점을 서로 보완하며 이들로부터 얻을 수 없는 새로운 정보를 얻기 위한 기법이 시스템검증법(System Identification)이다.

본 논문에서는 현대 추정제어 이론인 확장칼만필터를 이용하여 상태변수뿐만 아니라 미지의 유체계수들도 함께 추정할 수 있는 유체계수식별 알고리즘을 연구 제시함으로써 보다 정확한 유체계수를 추정하여 수중운동체의 효과적인 제어기설계와 모델검증에 활용하고자 한다.

### 2. 수중운동체의 운동방정식

2.1 연직면에서 수중운동체의 운동방정식  
연직면에 대하여 기하학적으로 대칭을 가지는 수중운동체의 운동이 Fig 2.1에 나타나 있다. 동체좌표계 x, y, z 의 원점은 중력중심에 위치하며 x, y, z 축은 동체의 관성주축이다.

본 논문에서는 DTNSRDC(The David Taylor Naval Ship R&D Center) 에서 개발한 수중운동체의 수정된 운동방정식[1] 에서 xy 대칭평면에 대해서만 수중운동체의 운동을 고려하였다. 즉 롤(Roll)과 요(Yaw)가 무시할 정도로 작다고 가정했으며 또한 병진속도 U는 일정하다고 가정하고, 공격각(Angle of Attack)  $\alpha$  는 아주 작게 유지되는 것으로 가정했다. 연직면에 대한 수중운동체의 지배운동 방정식은 다음과 같다[2].

$$m\dot{w} - m_x \dot{q} - mUq - m_z q^2 - (W - B)\cos\theta = Z_w \dot{w} + Z_w w + Z_q \dot{q} + Z_q q + Z_{\delta} \delta \quad (2.1)$$

$$I_y \dot{q} - m_x \dot{w} + m_x Uq + m_z wq + W_z \sin\theta + W_x \cos\theta = M_w \dot{w} + M_w w + M_q \dot{q} + M_q q + M_{\delta} \delta \quad (2.2)$$

그리고 기구학적 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi = q$$

$$U = U \cos\alpha = U$$

$$\dot{z} = -u \sin\theta + v \cos\theta \sin\phi + w \cos\theta \cos\phi = -u \sin\theta + w \cos\theta \quad (2.3)$$

시스템의 해석을 용이하게하기 위하여 식 (2.1)과 식 (2.2)를 Cramer's Rule에 의하여  $\dot{w}$ 와  $\dot{q}$ 의 관계식으로 유도하면 식 (2.4)와 식 (2.5)로 된다.

$$\dot{w} = \frac{A(I_y - M_q) + B(m_x + Z_q)}{(m - Z_w)(I_y - M_q) - (m_x + Z_q)(m_x + M_w)} \quad (2.4)$$

$$\dot{q} = \frac{A(m_x + M_w) + B(m - Z_w)}{(m - Z_w)(I_y - M_q) - (m_x + Z_q)(m_x + M_w)} \quad (2.5)$$

여기서,

$$A = muq + mz_1 q^2 + (W-B)\cos\theta + Z_{w,w} + Z_{q,q} + Z_{\dot{\theta},s} \delta S$$

$$B = M_{w,w} + M_{q,q} + M_{\dot{\theta},s} \delta S - mx_1 uq - mz_1 wq - Wz_1 \sin\theta - Wx_1 \cos\theta$$

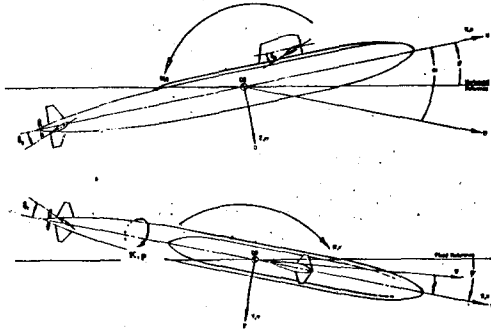


Fig 2.1 Motion of an underwater vehicle having geometric and mass symmetry with respect to the vertical x-z plane.

### 2.2 유체계수의 무차원화[3]

유체동력학적 힘과 모멘트가 속도의 함수이므로 유체계수들은 수중운동체의 속도에 따라 변한다. Eda, Strom-Tejsen & Chislett 등은 유체동력학적 힘과 모멘트가 속도의 제곱에 비례하고 또한 낮은 운항속도 구간에서는 무차원화된 유체계수들이 상수라는 것을 실험적으로 증명하였다. 일반적으로 특성차원 변수로서 물의 밀도  $\rho$ , 배의 길이  $L$ , 합속력  $U$ 를 사용한다. 질량은  $1/2 \rho L^2$ , 길이는  $L$ , 시간은  $L/U$ 로 나눔으로써 모든 유체계수들을 무차원화할 수 있게 된다. 식 (2.1)과 식 (2.2)의 주요 계수들의 무차원화 인자들이 Table 2.1에 나타나 있다.

Table 2.1 Dimensional Factors for Nondimensionalizing the Hydrodynamic Coefficients.

Coefficients	Dimensional Factor
$Z_{q_1}$	$1/2 \rho l^3 U$
$Z_{q_2}$	$1/2 \rho l^4$
$Z_{w_1}$	$1/2 \rho l^2 U$
$Z_{w_2}$	$1/2 \rho l^3$
$Z_{\dot{\theta}_1}$	$1/2 \rho l^2 U^2$
$M_{q_1}$	$1/2 \rho l^4 U$
$M_{q_2}$	$1/2 \rho l^5$
$M_{w_1}$	$1/2 \rho l^3 U$
$M_{w_2}$	$1/2 \rho l^4$
$M_{\dot{\theta}_1}$	$1/2 \rho l^3 U$

### 3. 유체계수 추정을 위한 확장칼만필터 [4]

수중운동체의 모델은 다음의 형태로 쓸 수 있다.

$$\dot{X}_s = f(X_s(t), \alpha, U(t)) \quad (3.1)$$

여기서,  $X_s = (\omega, \theta, q)$ ; 수중운동체의 벡터상태

$$\alpha = (Z_{w_1}, Z_{w_2}, Z_{q_1}, Z_{q_2}, Z_{\dot{\theta}_1}, M_{w_1}, M_{w_2}, M_{q_1}, M_{q_2}, M_{\dot{\theta}_1})$$

; 유체계수벡터

만약 계수벡터를 시불변으로 모델링하면 계수벡터의 동적표현은 다음과 같다.

$$\dot{\alpha} = 0 \quad (3.2)$$

확장칼만필터 알고리즘에 적용하기 위해서는 식 (3.1)에 식 (3.2)를 확장시켜 새로운 상태벡터를 정의한다.

$$X = \begin{bmatrix} X_s \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

식 (3.3)으로 주어진 상태벡터에 대한 운동방정식과 측정모델은 식 (3.4)와 식 (3.5)로 주어지며 이 모델에 확장칼만필터를 적용함으로써 유체계수추정 알고리즘을 얻게 된다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{X}_s \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(X_s(t), \alpha, u(t)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$Z_k = h(X_k, U_k) + V_k \quad (3.5)$$

따라서 확장칼만필터는 시스템의 측정치를 이용하여 원래의 상태변수들을 추정할 뿐만 아니라 미지변수  $\alpha$ 도 추정하게 된다.

Table 3.1 Summary of Continuous-Discrete Extended Kalman Filter

System Model	$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), t) + w(t)$ ; $w(t) \sim N(0, Q(t))$
Measurement Model	$Z_k = h(\hat{x}(t_k)) + V_k$ ; $k = 1, 2, \dots$ ; $v \sim N(0, R_k)$
Initial Conditions	$x(0) \sim N(X_0, P_0)$
Other Assumptions	$E[w(t)V_k^T] = 0$ for all $k$ and all $t$
State Estimate Propagation	$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), t)$
Error Covariance propagation	$\dot{P}(t) = F(\hat{x}(t), t)P(t) + P(t)F^T(\hat{x}(t), t) + Q(t)$
State Estimate Update	$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k[z_k - h_k(\hat{x}_k(-))]$
Error Covariance Update	$P_k(+) = [I - K_k H_k(\hat{x}_k(-))]P_k(-)$
Gain Matrix	$K_k = P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-))[H_k(\hat{x}_k(-))P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) + R_k]^{-1}$
Definitions	$F(x(t), t) = \frac{\partial f(x(t), t)}{\partial x(t)}$   $x(t) = \hat{x}(t)$

$$H_k(x_k(-)) = \frac{\partial h_k(x(t_k))}{\partial x(t_k)} \quad x(t_k) = \hat{x}_k(+)$$

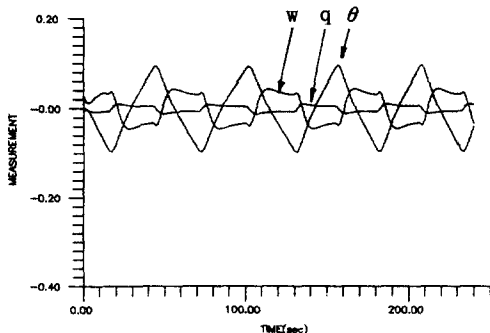
#### 4. 측정모델

추정알고리즘에서 사용되는 측정치는 컴퓨터에 의하여 생성되었다. 확장칼만필터 알고리즘을 위한 측정치를 생성하기 위해서는 식 (2.1)과 식 (2.2)의 선형미분 방정식을 풀면 된다. Table 4.1에는 초기조건, 유체계수 그리고 상수값들이 주어져 있다. 유체계수의 식별을 위해서 5°-5° Zig-Zag와 10°-5° Zig-Zag 입력을 연직면에 인가시켰다.

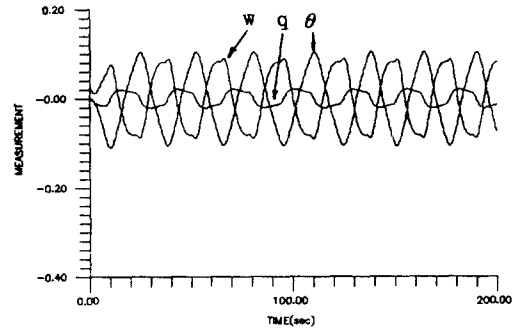
Table 4.1 Initial Conditions and Physical Parameter for Measurement Data.

Initial State	
U = 3.084 m/s	
w = 0.028 m/s	z = 20 m
q = 0	θ = 0
Hydrodynamic Coefficients	
Zq' = - 0.0063	Mq' = - 0.0029
Zq̇' = - 0.00001	Mq̇' = - 0.0051
Zw' = - 0.019	Mw' = 0.004
Zẇ' = - 0.0125	Mẇ' = - 0.0049
Zδs' = - 0.0087	Mδs' = - 0.0036
Physical Constants	
m = 293160	Z <sub>θ</sub> = - 0.27414
W = 2872968	ρ = 1025.9
B = 2872968	L = 63.955
I <sub>y</sub> ' = 0.0006088	

Fig 4.1은 속도성분 ω, 각속도 q, 그리고 피치각 θ의 컴퓨터 생성 데이터 궤적을 나타내고 있다.



(a) 5° - 5° Zig-Zag



(b) 10° - 5° Zig-Zag

Fig. 4.1 Computer Generated Measurement Data

#### 5. 시뮬레이션

확장칼만필터에 의한 상태변수 및 유체계수의 추정 성능을 확인하기 위하여 이미 알고있는 유체계수를 사용하여 시뮬레이션을 수행함으로써 입력자료를 만든다. 이렇게 얻어진 입력자료에 3장에서 구성한 확장칼만 필터기법을 적용하여 추정계수값을 참값과 비교한다.

본 연구에서 시뮬레이션 모델로 사용된 수중운동체는 6개의 자유도를 갖는 운동을 하지만 연직면에서 고려하였으며 많은 유체계수들중 10개의 선형항을 선정하였다. 설정된 시뮬레이션 모델에서 유체계수의 값은 PMM 시험에서 얻어진 값을 사용하였다. 실제 모델에 기지의 입력을 인가하여 가상적인 출력데이터를 발생시키는데 이 출력데이터는 4장에서 설명한 ω, θ, q이며 이를 센서의 측정치로 하여 3장에서 구성한 유체계수식별 알고리즘에 적용하여 유체계수를 추정하였다. 수중운동체의 입력은 선미타의 제어편각(Control Deflection)이며 시뮬레이션에 사용된 제어 입력은 Fig 5.1에 표시되어 있다.

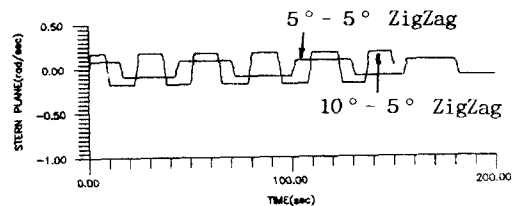


Fig. 5.1 Control Deflection

Table 5.1에 나타낸 시뮬레이션 모델에 유체계수를 추정하기 위한 절차가 Fig 5.2에 나타나 있다. 측정 주기는 0.01초, 4th Order Runge Kutta 적분에서 적분 주기를 10<sup>-4</sup> 초로 정하여 시뮬레이션을 수행하였으며 이때 측정시간은 200초까지 하였다. 확장칼만필터를 이용한 유체계수를 추정한 결과 연직방향힘(Normal Force) 계수와 피치 모멘트(Pitch Moment) 계수가 Table 5.2 와 Table 5.3 에 주어졌다.

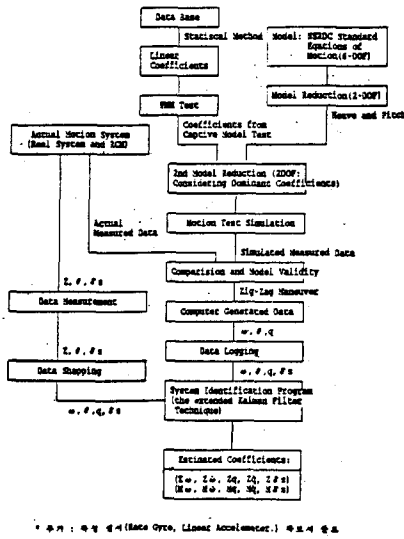


Fig 5.2 Parameter Estimation Procedure.

Table 5.2 Summary Normal Force Dimensionless Coefficients Estimation

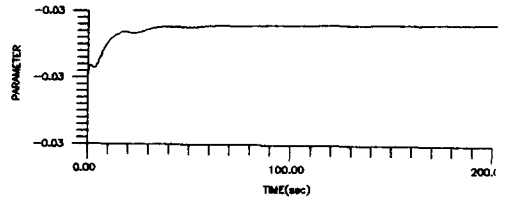
Parameter	True Value	Estimated Values	
		5° - 5° Zig-Zag	10° - 5° Zig-Zag
Zw	- 0.01991	- 0.01989	- 0.01990
Zw	- 0.01258	- 0.01256	- 0.01250
Zq	- 0.006371	- 0.00634	- 0.00629
Zq	- 0.000016	- 0.0000159	- 0.0000154
Z	- 0.008791	- 0.00874	- 0.00871

Table 5.3 Summary of Pitch Moment Dimensionless Coefficients Estimation

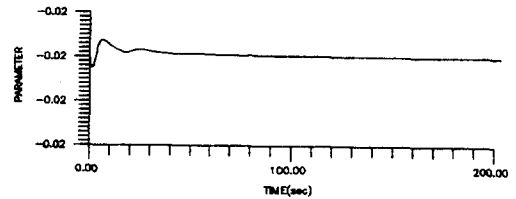
Parameter	True Value	Estimated Values	
		5° - 5° Zig-Zag	10° - 5° Zig-Zag
Mw	- 0.004059	0.004051	0.004060
Mw	- 0.004970	- 0.004965	- 0.004967
Mq	- 0.002995	- 0.002990	- 0.002992
Mq	- 0.005198	- 0.005195	- 0.005192
M	- 0.003663	- 0.003661	- 0.00362

Fig 5.3과 Fig 5.4에는 제어입력(5° - 5° zigzag, 10° - 5° zigzag)에 따른 유체계수 Zq, Zq, Zw, Zw, Z, Mq, Mq, Mw, Mw, M의 추정결과를 나타내고 있다.

확장칼만필터를 이용하여 유체계수를 추정함에 있어서 초기치, 샘플링 주기, 최적 제어 입력 그리고 Q와 R의 추정에 어려움이 따르지만 대체로 만족스러운 결과를 가져왔다.

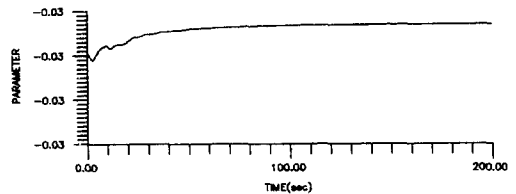


a) Zw Estimation

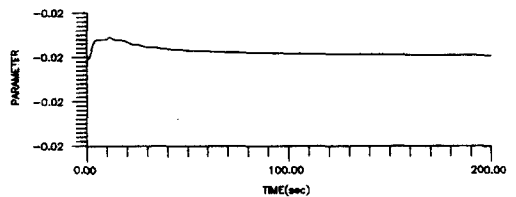


b) Z-dot\_w Estimation

Fig 5.3 Results of Identification from Simulated 5° - 5° Zig-Zag Maneuvering Data.



a) Zw Estimation



b) Z-dot\_w Estimation

Fig 5.4 Results of Identification from Simulated 10° - 5° Zig-Zag Maneuvering Data.

## 6. 결론

수중운동체의 개발시 동력학적 안정성, 제어판에 대한 운동체의 응답특성 및 회전성능등 조종성능 예측을 위하여 유체계수가 포함된 운동체의 수학적 모델에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하는 것이 일반적인 방법이며, 이를 위해서는 수중운동체의 유체동력학적 특성을 나타내는 유체계수의 추정이 필수적으로 요구되고 있다.

본 논문에서는 수중운동체의 유체계수를 추정하기 위하여 확장칼만필터 기법을 이용하여 유체계수 추정알고리즘을 구성하고, 계수식별 프로그램을 개발하였다. 수중운동체의 운동은 DTNSRDC에서 개발한 표준운동 방정식에서 단순화된 2자유도(Heave-Pitch) 운동만 고려하였으며 유체동력학에서 사용되어지는 중요한 함수들의 변수인 유체력 힘계수 및 모멘트 계수들중 10개의 기본적인 선형항만을 고려하여 수중운동체의 유체계수 모델로 사용하였다. 구속모형시험 데이터로부터 유체계수 모델을 개발하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 2자유도를 고려한 수중운동체의 가상적인 궤적을 그리는 데이터를 컴퓨터로 발생시킨 후 이를 개발한 유체계수식별 프로그램에 적용하여 유체계수 값을 비교함으로써 알고리즘의 유체계수 추정성능을 확인하였다. 설계한 알고리즘의 시뮬레이션 결과 유체계수는 제어기설계를 위해 충분한 정확도를 가지고 추정되었으며, 개발한 유체계수식별 알고리즘은 장차 예상되는 수중운동체의 제어기 설계에 적용시 보다 좋은 제어 성능 효과를 기대할 수 있을 것으로 판단된다.

## 7. 참고문헌

- [1] J.Feldman, "DTNSRDC Revised Standard Submarine Equations of Motion", DTNSRDC/SPD-0393-09, June, 1979.
- [2] Brenton R. Groves, James T. Dorsey and Dennis Tucker, "Advanced Submarine Systems Equations Study(Final)", NAVTRADEVCEEN 88-C-0050-1, Nov. 1969.
- [3] 양승일의 3인, "Application of System Identification to Ship Maneuver", UCN105-179D(B), 한국기계연구소, 1982.
- [4] James R.Kelsey, "Real Time Estimation of Aerodynamic Coefficients by means of an Extended Kalman Filter", SAND 78-2032, Systems Studies Division III, 5613, Sandia Laboratories, U.S.A, Feb. 1979.