

AC servo motor 제어시 rise time 과 강인성 개선

정광조

임선종

한국기계연구소 자동제어실

Improvement in rise time and robustness of AC servomotor

Gwang-Jo Chung

Sun-Jong Lim

Automatic Control Lab
Korea Institute of Machinery & Metals

Abstract

PID controller is popular but have defect inverting following reference input and noise elimination. therefore, this paper focus on reducing rise time and robustness against noise. the result that is simulated with feedforward method and sliding mode show that rise time decrease and robustness increase.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{[\alpha + \beta s + K_p + K_i/s + K_{ds}] G_p(s)}{1 + [K_p + K_i/s + K_{ds}] G_p(s)} \quad (2.2.3)$$

PID제어기의 입력에 대한 출력의 전달함수는 영점과 극점을 독립적으로 정할 수 없으나 Feedforward 제어기의 입력에 대한 출력의 전달함수는 Feedforward보상기의 Parameter α, β 로 인해 극점에 관계 없이 영점을 조정할 수 있어 입력에 대한 추종성을 동시에 향상시킬 수 있다.

1. 서론

PID 제어기는 유효한 보상기로서 널리 사용되어지고 있는데 기준입력에 대한 출력의 추종성을 높이고자 하면 외란제거 특성이 나빠지며 역으로 외란제거특성을 좋도록 시스템을 설계하면 기준입력에 대한 추종성이 나빠지는 결점을 갖고 있다. 본 연구에서는 서보모터의 위치제어를 위해서 두가지 방법을 적용하여 보았다. 첫번째 방법은 종래의 PID보상기가 갖고있는 결점을 보완하여 입력에 대한 추종성과 외란제거특성을 동시에 향상시키기 위하여 PI형 속도제어기와 P형 위치제어기에 Feedforward요소로 비례미분소스를 첨가하였고, 두번째 방법은 최근 중요시되고있는 외란에 대해 강한 위치제어제를 실현하기 위해 가변구조 제어이론을 적용하는 것으로 오버슈터가 생기지않는 특성을 얻을 수 있다.

2.2 슬라이딩 모드제어기

슬라이딩 모드는 VSS를 구성하는 각 구조에 대해서 궤적이 하나의 초평면에 집중하는 현상이고 2차계에서는 위상면 내에서의 직선 혹은 곡선에 집중한다. 슬라이딩 모드의 특징은 상태 벡터가 초평면에 구속되므로 제어 대상의 운동방정식이 초평면의 운동방정식에 구속되어 변화하는 것이다. 2차계의 경우를 보면 제어대상의 거동은 스윙선인 $S=CX+X=0$ 에 의해 결정되어지므로 $X=X_0 e^{-ct}$ 으로 된다. 즉 파라메타와는 무관하게 되고 스윙선상의 기울기 C만 의존한다. 그러므로 슬라이딩 모드를 이용하면 제어대상의 파라메타 변동, 미신형성 및 잡음등에 대해서 둔감하고 강한 제어제를 구성할 수 있음을 알 수 있다.

2. 제어기의 해석

2.1 Feedforward 보상기를 갖는 PID제어기

Feedforward 보상기를 갖는 PID 제어기의 블록선도는 그림 1 와 같이 구성된다.

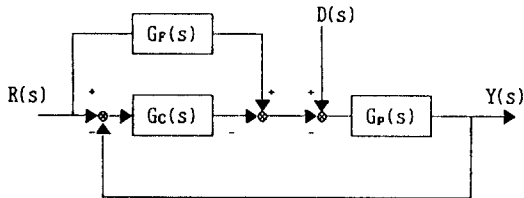


그림 1 Block Diagram of Feedforward System

보상요소의 전달함수는 각각 식(2.2.1), 식(2.2.2)로 주어진다.

$$G_c(s) = K_p + K_i/s + K_{ds} \quad (2.2.1)$$

$$G_f(s) = \alpha + \beta s \quad (2.2.2)$$

여기서 α : Feedforward보상기의 비례계인
 β : Feedforward보상기의 미분계인

입력에 대한 출력의 전달함수를 구하면 식(2.2.3)으로 된다.

3. 서보모터의 위치제어기의 설계

3.1 서보모터의 모델링

제어 대상인 서보모터의 블록 선도는 그림 2와 같다.

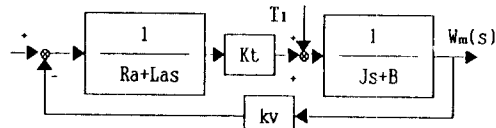


그림 2 Model of servo motor

여기서, Vr: 전압, Ra: 전기저항, J: 점성마찰, Kt: 토크상수, K_v: 역기전력 상수, T_l: 부하 토크, ω: 각속도, J: Inertia

부하토크 T_l와 점성계수 B를 무시하고 전달함수를 구하면 식(3.1.1)로되고 식(3.1.1)은 2개의 극점을 가지므로 식(3.1.2)로 근사시킬 수 있다.

$$\frac{W_m(s)}{V_r(s)} = \frac{K_t}{s^2 L_a J + s R_a J + K_t K_v} \quad (3.1.1)$$

$$G(s) = \frac{W_m(s)}{V_r(s)} = \frac{1/K_v}{(s\tau_m + 1)(s\tau_\phi + 1)} \quad (3.1.2)$$

단,

$$\tau_m = \frac{R_a J}{K_t K_v} \quad : \text{기계시정수}$$

$$\tau_m = \frac{R_a}{K_a} \quad : \text{전기적시정수}$$

여기서, $\tau_m \gg \tau_e$. 이므로 $G(s) = \frac{1/K_v}{S \tau_m + 1}$ 로 간략화 할

수 있다. 그런데, 서보모터에서의 정현파 전류제어를 위해서는 전류 Feedback 제어가 필요하게 된다. 따라서 전류제 어기를 포함한 블록선도는 그림 3 으로 나타낼 수 있다.

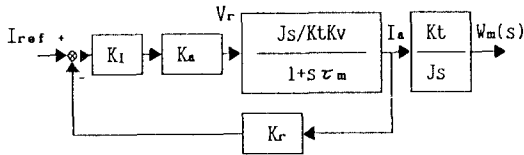


그림 3 Block diagram of Servo motor with current control

그림 2에서 $I_a(s)/V_r(s)$ 는

$$\frac{I_a(s)}{V_r(s)} = \frac{W_m(s)}{V_r(s)} \times \frac{I_a(s)}{W_m(s)} = \frac{1/K_v}{1 + s \tau_m} \times \frac{Js}{K_t} = \frac{Js/(K_t K_v)}{1 + s \tau_m} \quad (3.1.3)$$

이므로, $I_{ref}(s)$ 에 대한 $I_a(s)$ 의 식은

$$\frac{I_a(s)}{I_{ref}(s)} = \frac{K_i K_a K_m S}{1 + s \tau} \times \frac{K_m}{1 + \frac{K_i K_a K_r K_m S}{1 + s \tau_m}} \quad K_m = \frac{1}{K_v K_t} \quad (3.1.4)$$

로 되고, 이것을 정리하면

$$\frac{I_a(s)}{I_{ref}(s)} = \frac{K_i K_a K_m}{K_i K_a K_r K_m} \times \frac{s}{(1 + \frac{\tau_m}{K_i K_a K_r K_m})s + \frac{1}{K_i K_a K_r K_m}} \quad (3.1.5)$$

로 된다. 여기서 일반적으로 전류제어기의 게인은 $K_i K_a K_r K_m \gg 1$ 로 매우 크므로

$$\frac{\tau_m}{K_i K_a K_r K_m} \approx 0 \quad \frac{1}{K_i K_a K_r K_m} \approx 0 \quad (3.1.6)$$

로 된다. 따라서 $I_{ref}(s)$ 에 대한 $I_a(s)$ 의 식은(3.1.7) 과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\frac{I_a}{I_{ref}(s)} \approx \frac{I}{K_r} \quad (3.1.7)$$

3.2 Feedforward보상기를 이용한 위치제어
서보모터 위치제어기에 Feedforward보상요소를 추가한 제어 계 전체 시스템의 블록선도는 그림 4와 같이 구성된다.

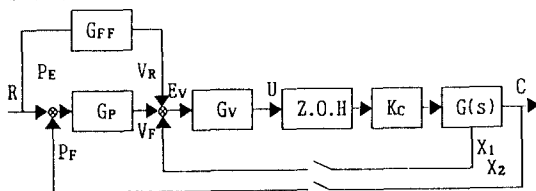


그림 4 Block Diagram of Feedforward System

여기서 제어대상인 $G(s)$ 는 정현파 전류 제어를 위한 전류 제어기를 포함하고있으며 구체적으로 나타내면 그림 5과 같이 된다.

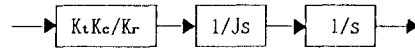


그림 5 Block Diagram of Plant $G(s)$

그림 5에서 Z.O.H, G_p , G_v , G_r , K_c 는 다음과 같다.

$$Z.O.H = Z \left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right)$$

$$G_p = K_{pp} \text{ (비례기)}$$

$$G_v = K_p + K_i (T/2)(z+1)/(z-1) \text{ (비례 적분기)}$$

$$G_r = \alpha + \beta [(z+1)/z] (1/T) \text{ (비례 미분기)}$$

$$K_c = \text{DAC gain}$$

여기서 사용한 모터의 특성 및 계산에 사용된 Parameter는 data sheet를 이용하였다.

3.2.1 보상기의 파라메타의 결정
각 입력에 대한 전달함수를 Feedforward보상기가 있는 경우와 Feedforward보상기가 없는 경우에 대해서 구해보면 다음과 같다.

$$G_1(z) = Z \left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{K_c K_t}{K_r} \frac{1}{J s} \right] = K \frac{z-1}{z} \frac{zT}{(z-1)^2} = \frac{Kt}{(z-1)}$$

$$G_2(z) = Z \left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{K_c K_t}{K_r} \frac{1}{J s} \frac{1}{s} \right] = K \frac{z-1}{z} \frac{(T^2/2)(z+1)z}{(z-1)^3}$$

$$= \frac{KT^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}$$

$$G_3(z) = Z \left[\frac{1}{J s} \frac{1}{s} \right] = \frac{1}{J} \frac{Tz}{(z-1)^3}$$

$$\text{여기서 } K = \frac{K_c K_t}{K_r J}$$

1) Feedforward보상기가 없는 경우의 전달함수
i) 입력에 대한 출력의 전달함수를 구하면 식(3.2.1)로 된다.

$$\frac{C}{R} = \frac{G_p G_v G_z}{1 + G_v G_1 + G_p G_v G_2}$$

$$= \frac{(1/2)KT^2 K_{pp} [z^2 (K_p + (T/2)K_i) + z(K_i T) - K_p + (T/2)K_i]}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3} \quad (3.2.1)$$

ii) 입력에 대한 에러의 전달함수를 구하면 식(3.2.2)로 된다.

$$\frac{E}{R} = \frac{1 + G_v G_1}{1 + G_v G_1 + G_p G_v G_2}$$

$$= \frac{z^3 + b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3} \quad (3.2.2)$$

$$\text{여기서 } b_1 = -3 + KT(K_p + K_i T/2)$$

$$b_2 = 3 - 2KT K_p$$

$$b_3 = -1 + KT(K_p - K_i T/2)$$

2) Feedforward보상기가 있는 경우의 전달함수
i) 입력에 대한 출력의 전달함수를 구하면 식(3.2.3)로 된다.

$$\frac{C}{R} = \frac{G_v G_z (G_p + G_r)}{1 + G_v G_1 + G_p G_v G_z}$$

$$= \frac{(K_T^2/2)[A_1 z^3 + A_2 z^2 + A_3 z + A_4]}{z(z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3)} \quad (3.2.3)$$

여기서 $A_1 = (K_p + K_I T/2)(K_{pp} + \alpha + \beta/T)$
 $A_2 = K_I T(K_{pp} + \alpha) + \beta(K_I/2 - K_p/T)$
 $A_3 = (-\beta/T)(K_p + K_I T/2) - (\alpha + K_{pp})(K_p - K_I T/2)$
 $A_4 = (\beta/T)(K_p - K_I T/2)$
 Feedforward 보상이 없는 경우에 입력에 대한 출력의 전달함수 식(3.2.3)를 $G'(z)$ 라 두고 Feedforward 보상이 있는 경우에 입력에 대한 출력의 전달함수를 구하면 식(3.2.4)과 같이 된다.

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \left[\frac{1}{K_{pp}} \left(\alpha + \frac{\beta}{T} \frac{z-1}{z} \right) + 1 \right] G'(z)$$

$$= \left[\left(\frac{\alpha}{K_{pp}} + \frac{\beta}{TK_{pp}} + 1 \right) z - \frac{\beta}{TK_{pp}} \right] \frac{G'(z)}{z} \quad (3.2.4)$$

식(3.2.4)에서 최종치 정리를 적용시켜 보면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있고,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} C(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) C(z) = \left[\left(\frac{\alpha}{K_{pp}} + \frac{\beta}{TK_{pp}} + 1 \right) - \frac{\beta}{TK_{pp}} \right]$$

$$(3.2.5)$$

이 결과에서 볼 때 정상상태 오차가 발생하지 않기 위해서는 $\alpha = 0$ 이어야 함을 알 수 있다.

3.2.2. 보상기의 Parameter 결정 알고리즘
 그림 3-7의 제어계에서 보상기의 Parameter를 구하기 위해서는 다음과 같은 ITAE (Integral of Time Multiplied by the Absolute value of Error) 성능지수 (Performance Index: 이하 PI라 한다)를 이용하고 Parameter를 결정하는 알고리즘은 다음과 같다.

- $$ITAE \ PI = \sum_{k=0}^n K |e(k)|$$
- Step 1. Feedforward가 없을 경우 입력에 대한 에러의 식(3.2.2)을 구한다.
 - Step 2. 식(3.2.2)에서 특성 방정식을 구한다.
 - Step 3. 특성방정식의 근을 1)세개의 서로 다른 근 2)하나의 실근과 중복근 3)삼중근 4)두개의 허근과 하나의 실근인 네가지의 경우로 나눈다.
 - Step 4. 입력이 단위 스텝일 때 각 경우의 PI를 구한다.
 - Step 5. Step 4에서 구한 PI중 최소의 PI를 구한다.
 - Step 6. 이 때의 K_p, K_I, K_{pp} 를 결정한다.
 - Step 7. Feedforward가 있는 경우 입력에 대한 출력의 식(3.2.3)을 구한다.
 - Step 8. Feedforward 보상의 파라메타 β 를 변화시켜 식(3.2.3)의 영점을 이동시켜 최적의 경우를 구한다.

3.2.3. 서보모타 제어입력의 시간 영역에서의 표현
 그림 2에서 전류 피드백게인이 커다고 가정했을 때 U대신에 I_r 이 제어입력으로 사용될 수 있다. Feedforward를 적용한 위치제어인 경우는 그림 2에서 E_v 가 식(3.2.5)로 되고 여기서 V_{FF} 는 식(3.2.5)로 되어 식(3.2.5)의 E_v 를 사용하여 I_r 을 구하면 식(3.2.7)로 된다.

$$V_r + V_{FF} - V_f \quad (3.2.6)$$

$$V_{FF} = \left(\frac{\beta}{T} \frac{z-1}{z} \right) R$$

$$V_{FF}(k) = \frac{\beta}{T} (R(k) - R(k-1)) \quad (3.2.7)$$

$$I_r(k) = I_r(k-1) + (K_p + K_I \frac{T}{2}) E_v(k-1) + (K_I \frac{T}{2} - K_p) E_v(k-1) \quad (3.2.8)$$

3.3 슬라이딩 모드를 이용한 위치제어

3.3.1 설계순서
 슬라이딩 모드에 의한 가변구조 제어계의 설계는 첫째는 희망하는 동특성을 제어계에 주는 초평면을 설정하는 것이고 둘째는 그 평면의 근방에서 슬라이딩 모드가 발생하는 조건(존재조건)을 구하는 것이며 셋째는 제어대상이 임의의 초기치에서 초평면에 도달하는 조건(도달조건)을 구하는 것이다. 이 세가지 조건을 만족하는 제어기의 개인을 정하면 된다. 첫번째 조건은 계를 2차계로 가장 할 경우 초평면이 직선으로 되므로 원점을 포함하는 안정한 직선을 설정한다. 통상 원점을 평행점으로 해서 초평면이 Hurwitz의 조건을 만족하도록 정한다. 두번째의 존재조건은 초평면 $S=0$ 의 근방에서 슬라이딩 모드가 발생하는 조건으로 이것이 만족 되어지면 제어대상은 $S=0$ 의 스위칭선에 구속되고 스위칭선은 Hurwitz의 조건을 만족하고 있으므로 여기에서 제어대상은 원점으로 수렴한다. 세번째의 도달 조건은 초기치가 상태 공간내의 임의점에서 스위칭선에 도달하는 조건이다.

3.3.2 서보모타의 슬라이딩 모드적용

서보모타의 입력에 대한 출력의 전달함수는 식(3.3.1)로 된다.

$$\theta(s)/V_r(s) = K/[s(1 + \tau s)] \quad (3.3.1)$$

전체적인 제어계의 구성은 그림 6과 같이 구성된다.

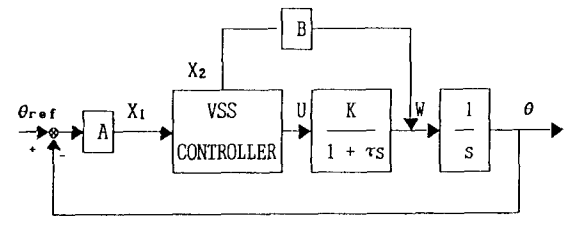


그림 6 Block Diagram of the Control System

상태변수를 각각 식(3.3.2)로 두면 상태 방정식은 식(3.3.3)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} X_1 &= A(\theta_{ref} - \theta) \\ X_2 &= BW \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

여기서 A ; 위치변환기의 개인
 B ; 속도변환기의 개인

$$\begin{aligned} X_1 &= A/BX_2 \\ X_2 &= (-1/\tau)X_2 + (BK/\tau)U \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

제어입력 $U = -\phi X_1$ 로 선정하고 Feedback gain ϕ 가

$$\phi = \begin{cases} K_1 & \text{if } SX_1 > 0 \\ K_2 & \text{if } SX_1 < 0 \end{cases} \quad (3.3.4)$$

로 스위칭 되도록 한다. 제어대상이 2차계로 표현 되므로 Hurwitz 조건을 만족하는 스위칭선은

$$S = CX + \dot{X} = CX_1 + X_2 C > 0 \quad (3.3.5)$$

로 된다. 슬라이딩 모드의 존재조건은 $\lim S S < 0$ 이고 식(3.3.3) 식(3.3.5)에서 관계식을 정리하면 식(3.3.6)이 얻어진다.

$$S \dot{S} = S(X_2 + CX_1) = (AC^2/B - C/\tau)S^2 - (AC^2/B - C/\tau + BK\phi/\tau)SX_1 \quad (3.3.6)$$

식(3.3.6)의 존재조건을 만족하려면

$$\begin{aligned} AC^2/B - C/\tau &< 0 & (3.3.7-1) \\ AC^2/B - C/\tau + BK\phi/\tau &> 0 \text{ if } SX_1 > 0 & (3.3.7-2) \\ AC^2/B - C/\tau + BK\phi/\tau &< 0 \text{ if } SX_1 < 0 & (3.3.7-2) \end{aligned}$$

로 되어 상기의 부등식이 만족되도록 C, K_1 , K_2 를 정하면

된다. 제어대상이 스위칭선에 도달할 조건은 특성방정식(3.3.8)의 근이 영 또는 양의 실수해를 갖지 않는 것이다.

$$P^2 + 1/\tau P + BK\phi/\tau = 0 \quad (3.3.8)$$

4. 결과

본 연구는 타당성을 검토하기 위하여 단위 계단입력에 대한 출력의 변화를 3장에서 서술한 것과 같이 Feedforward 보상기가 있는 경우와 없는 경우를 비교하고 슬라이딩 모드를 적용한 경우에 대해서도 단위계단 입력에 대한 출력의 변화를 컴퓨터로 시뮬레이션 하였다.

4.1 Feedforward 보상기를 이용한 경우
Feedforward 보상기가 없는 경우 그림8은 $K_i=190, K_p=94.78, K_{pp}=501$ 로 두었을 때의 결과로 속응성은 좋으나 오버슈터가 발생하며 그림 9는 성능지수 PI를 최소로 하는 것으로 속응성은 떨어지나 오버슈터가 발생하지 않는 것을 나타내고 있다. 3.2.2절에서 설명한 보상기의 Parameter 결정 알고리즘에 의해 PI가 최소인 그림 9의 경우에 Feedforward 보상기를 첨가하여 영점의 위치를 그림 7과 같이 변화 시키면서 시뮬레이션한 결과 그림은 10와 같다.

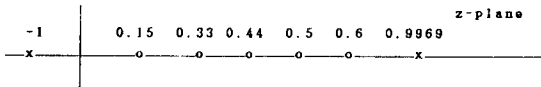


그림 7 position of zero

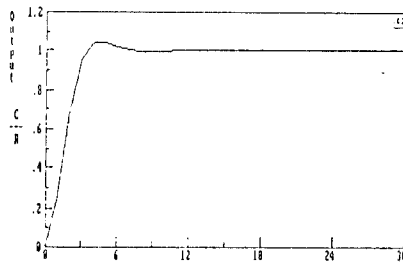


그림 8 Step reponse $K_i=190, K_p=94.78, K_{pp}=500$

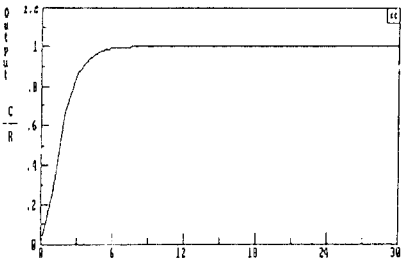


그림 9 Step reponse $K_i=331.957, K_p=116.4, K_{pp}=401.3$

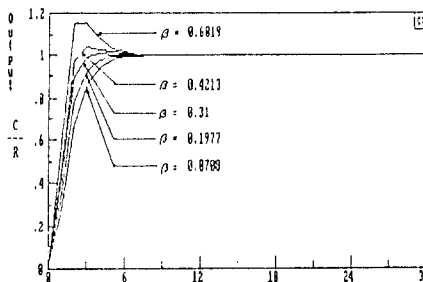


그림 10 Comparison of reponse by the change of Feedforward compensator parameter

위의 결과로 부터 $K_i=331.957, K_p=116.4, K_{pp}=401.3, \beta=0.31$ 인 경우가 최적의 응답임을 알 수 있다.

4.2 슬라이딩 모드를 이용한 경우
3.3절에서 설명한 방법에 따라 제어기의 계수를 다음과 같이 정한다.
여기서 시뮬레이션 사용된 값은 표 4-1와 같다.

표 4-1 System parameters

Symbol	Value	Dimension	Parameter
A	10	V/rad	위치변환기게인
B	0.1	VS/rad	속도변환기게인
K	4.5454	rad/Vsec	모타게인
τ	0.009	sec	시정수

준제조건식 식(3.3.7-1)을 만족 하도록 C값을 정하면 $C < 1.11$ 이다. ϵ 을 식(4.2.2)와 같이 두고 준제조건식 식(3.3.7-2) 식(3.3.7-3)을 만족하도록 K_1, K_2 값을 각각 식(4.2.3) 식(4.2.4)로 둔다.

$$\epsilon = (\tau/BK)(C/\tau - AC^2/B) \quad (4.2.2)$$

$$K_1 = \epsilon + \delta\epsilon \quad (4.2.3)$$

$$K_2 = \epsilon - \delta\epsilon \quad (4.2.4)$$

스위칭 함수의 기울기 C와 Feedback게인 $\phi (K_1, K_2)$ 의 변환에 따른 상태궤적과 단위계단 입력에 대한 출력이 그림 10, 그림 11에 나타나 있다.

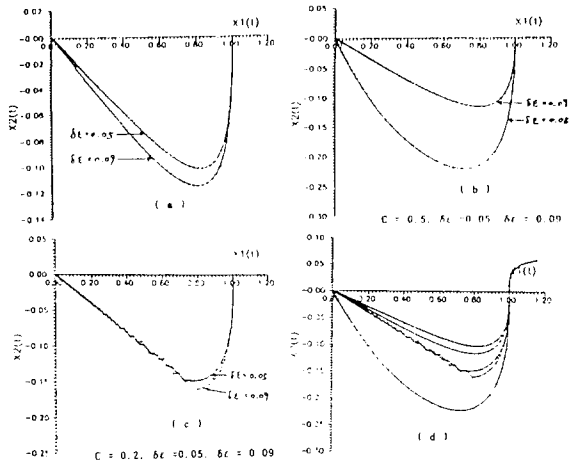


그림 10 Phase plane trajectory

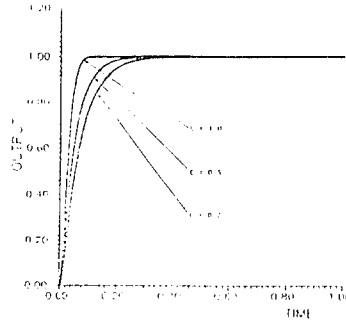


그림 11 Response of Unit Step input ($\delta\epsilon = 0.05$)

5. 고찰

본 연구에서는 서보모타의 위치제어를 위해 Feedforward 보상기로 제어계를 구성하여 각 파라메타를 결정하는 설계 알고리즘을 개발하였다. Feedforward 보상기로 구성한 경우

다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 4.2절의 전산기 시뮬레이션 결과에 의해 개발한 설계 알고리즘이 유효함을 알 수 있다.
- 2) Feedforward 보상기를 이용하여 영점을 변화시킴으로서 속응성을 향상시킬 수 있다.
- 3) Feedforward 보상기를 이용하여 극점과 영점을 독립적으로 결정할 수 있으므로 입력에 대한 추종성을 향상시키는 동시에 외란 제거효과도 좋게 할 수 있었다. 가변구조 제어이론을 이용하여 다음의 결론을 얻을 수 있다.
- 5) 가변구조 제어이론을 적용한 경우는 오버슈터가 발생하지 않음을 알 수 있었다.
- 6) 스위칭 함수의 기율기 C의 변화가 속응성에 미치는 영향을 알 수 있었다.
- 7) 제어대상의 파라메타가 변동할때 스위칭 함수의 기율기 C의 크기에 따라 슬라이딩 모드가 발생하지 않는 경우도 있으므로 C를 결정하는 방법에 관한 연구가 필요할 것으로 생각 된다.

6.참 고 문 헌

- (1) U.Itkis, "Control system of variable structure," HALSTED PRESS BOOK, pp.21-50, 1976
- (2) V.I.Utkin, "Sliding modes and their application in variable structure system," Mir Publishers, pp. 78-104, 1978
- (3) 노태석, "로봇 매니플레이터를 위한 서보 제어장치 설계에 관한 연구" 석사학위논문(KAIST), 1986
- (4) Charles L. Phillips, Royce D. Harbor, "Feedback Control System", PH international, 1988
- (5) 윤명중 외, "공정자동화를 위한 Digital direct AC Servo System 기술 개발(I)", 과학기술처 연구보고서; 1989.