

다단 고체연료 우주발사체의 비행궤적 최적화기법 비교

진재현 탁민제
한국과학기술원 항공우주공학과

Comparison of the Trajectory Optimization Methods
for Multi-stage Solid Boost Launcher

Jae-Hyun Jin Min-Jea Tahk
Dept. of Aerospace Eng., KAIST

ABSTRACT

Two methods are applied to the problem of trajectory optimization for launch vehicles which burn solid propellant. One is 'Optimal Control' theory, the other is 'NonLinear Programming' method. Trajectory optimization for solid rocket motors has a special problem. The special problem is that the payload of launch vehicle is not the function of control variable. This paper deals with this special problem.

1. 서론

일반적으로 우주 발사체의 발사능력은 목표궤도에 올릴수 있는 최대화물 중량으로서 평가되고 있다. 최대화물 중량의 분석은 기존 발사체의 발사능력 평가뿐만 아니라 발사체 시스템의 설계 최적화에 있어서도 중요한 요소이며 발사궤적 최적화 문제로 취급되고 있다.

궤적최적화는 전 시간구간에서 제어변수가 일정한 조건을 만족하도록 정하는 방법과 제어변수를 시간의 함수로 생각해서 그 함수의 계수를 최적으로 정하는 방법 두가지가 있다.

첫번째 것을 최적제어(optimal control, OC)라고 한다. 이 최적제어 이론은 변분법(calculus of variation)을 이용하여 각 시각에서 만족해야할 조건을 유도할 수 있다. 이렇게 유도된 조건을 만족시키는 제어변수의 함수를 찾는것이다. 이 제어변수는 성능함수를 극값(최대 혹은 최소)을 갖게 해준다.

두번째 것은 비선형 프로그래밍(non-linear programming, NLP)을 이용한 궤적최적화라고 한다. 이는 임의의 시간구간에서 제어변수를 시간의 함수로 생각해서 성능함수가 극값이 되도록 그 제어변수 함수의 계수를 결정하는 방법이다.

본 논문에서는 주어진 우주 발사체의 발사능력을 평가할 목적으로 최대화물 하중을 찾는 두 가지 방법에 대해 연구했다. 본 논문의 2장은 발사체문제에 일반적으로 적용되는 수학적 내용 담고있고 3장은 OC 이론을 이용하는 방법을, 4장은 NLP 기법에 대한 내용을 설명하고 있다. 5장은 고체 추진

제를 사용하는 발사체의 모델에 관한 설명이 있고 6장에서는 두가지 방법을 이용해서 수행한 simulation의 결과를 적었으며 7장은 이 논문의 결론이 되겠다.

2. 수학적 표현

서론에서 언급한 것처럼 발사체의 성능함수를 최대화물 하중으로 생각할 경우 제어변수는 다음 수식을 만족하는 것이어야 한다.

$$\max J = W_{PL} \quad (1)$$

$$\psi(t_f, x_f) = 0 \quad (2)$$

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (3)$$

즉, 최종점에서의 구속조건(final time constraint)과 상태방정식을 만족시키는 제어변수중에서 성능함수를 최대화하는 것을 찾아야한다.

성능함수는 발사체의 최대화물 운반능력을 나타내는 지수이다.

구속조건은 목표궤도에 진입할 조건인 최종점 구속조건(경계조건)과 대기권 비행중 과도한 받음각, 공력 가열 또는 과도한 축방향 하중을 피하기 위한 공력 및 구조적 구속조건으로 나뉜다. 일반적으로 경계조건은 발사체가 연소를 완료했을 때의 속도, 고도, 경로각등이 되는데 이 세가지 조건만으로 인공위성의 궤도를 유일하게 결정할수 있기 때문이다.

상태방정식은 Newton의 운동법칙을 만족하는 운동방정식이 된다. 이때 상태(state)벡터는 위치벡터와 속도벡터로 이루어진다.

3. 최적제어(Optimal Control)

구속조건 $\psi(x_f) = 0$ 을 만족시키면서, 성능함수 $\phi(x_f)$ 를 최대화시키는 제어변수 $u(t)$ 를 찾는 문제는 변분법을 이용

해서 해결할수 있다. 변분법에 의해 유도되는 극값의 필요조건은 이점 경계치문제(two-point boundary value problem)가 되고 대상 시스템은 비선형 시변(nonlinear time varying)시스템이 되어 해석적인(analytic) 방법을 통해 그 필요조건의 해를 찾는것은 거의 불가능하다. 그래서 수치해석적인 방법을 통해 그 해에 접근해야 한다. 이 절에서는 이점 경계치문제를 해결하기 위해 개발된 많은 수치해석 알고리즘중에서 구배 방법(Gradient Method)을 소개하고자 한다.

구배 방법은 다른 방법에 비해 解에 대한 수렴성은 떨어지지만 알고리즘의 안정성이 우수하여 발산하는 경우가 드물다. 그래서 이 방법은 최적화의 문제에 전체적으로 사용되거나 다른 방법의 일부분으로 초기 추정을 위해 사용되기도 한다. 이 방법은 다른 방법과 마찬가지로 연속적으로 새로운 해를 추정해 나가는 방법이다. 새로운 제어변수 추정의 방법은 다음과 같다. 먼저 Hamiltonian H를 다음처럼 정의하고 Lagrange Multiplier λ 를 이용한다.

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (4)$$

$$H = \lambda^T f \quad (5)$$

Lagrange Multiplier에 대한 조건은 미분방정식과 경계조건으로 나타난다. 성능함수와 구속조건에 대한 multiplier는 경계조건만 다르고 미분방정식은 같다.

$$\dot{\lambda}^T = -(\partial H / \partial x) \quad (6)$$

$$\lambda_p(t_f) = (\partial \Phi / \partial x) |_{t_f} \quad (7)$$

$$\lambda_J(t_f) = (\partial \phi / \partial x) |_{t_f} \quad (8)$$

여기서 편의상 구속조건에 대한 multiplier를 λ_p , 성능함수에 대한 multiplier를 λ_J 라고 둔다. $x(t)$ 와 $u(t)$ 에 대한 미소 변동(small perturbation)을 고려할때 $\Phi(x_f)$ 의 변화량과 $\phi(x_f)$ 의 변화량을 구하면

$$\delta\phi(t_f) = \int_{t_0}^{t_f} (\lambda_J \delta u) dt + \lambda_J \delta x |_{t_0} \quad (9)$$

$$\delta\Phi(t_f) = \int_{t_0}^{t_f} (\lambda_p \delta u) dt + \lambda_p \delta x |_{t_0} \quad (10)$$

$$\Lambda = \lambda^T (\partial f / \partial u) \quad (11)$$

찾고자 하는것은 구속조건은 덜 위반되도록(less

violated)하고 동시에 성능함수는 개선시키도록 하는 제어변수의 변화량이다. 이 변화량을

$$\delta u(t) = K_J \Lambda_J + K_p \Lambda_p \quad (12)$$

라고 두고 식(9), (10) 에 대입해서 계수 K_J 와 K_p 를 구하면

$$K_J = \frac{I_{pp} \Delta\phi - I_{pJ} \Delta\Phi}{I_{JJ} I_{pp} - I_{pJ}^2} \quad (13)$$

$$K_p = \frac{I_{JJ} \Delta\Phi - I_{pJ} \Delta\phi}{I_{JJ} I_{pp} - I_{pJ}^2} \quad (14)$$

$$\Delta\phi = \delta\phi(t_f) - \lambda_J \delta x |_{t_0}$$

$$I_{JJ} = \int \Lambda_J^2 dt, \quad I_{pJ} = \int \Lambda_p \Lambda_J dt$$

이 되고 이때 $\delta\Phi$ 는 구속조건을 위반한 양의 반대 부호 값이고 $\delta\phi$ 는 성능함수의 개선 희망치이다. 식 (13), (14) 에서 계수 K_J 와 K_p 를 구해서 식(12)에 대입하면 제어변수의 새로운 추정치는 다음과 같다.

$$u^{i+1}(t) = u^i(t) + \delta u(t) \quad (15)$$

참고로 본 논문에서 구하고자 하는 제어변수는 그림 1. 에 보이는 발사체의 궤적각이다.

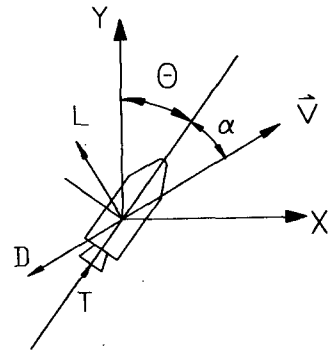


그림 1. 발사체 모델 (θ 궤적각, α 받음각)

4. 비선형 프로그래밍 기법 (NonLinear Programming Method)

서론에서 언급한 것처럼 NLP를 이용하려면 먼저 피치 (pitch) 프로그램을 파라미터(parameter)화 하여야 한다. 그 프로그램은 다항식(polynomial) 일수도 있지만 발사체의 문제에 있어 피치 프로그램을 파라미터화 하는데 가장 많이 사용되고 있는 것은 선형 탄젠트 법칙(Linear Tangent Law)로서 발사체의 피치각은 다음과 같이 프로그램 된다.

$$\tan \theta(t) = a t + b, \quad t \in [t_0, t_f] \quad (16)$$

선형 탄젠트 법칙은 균일 증력장 및 평평한 지구라는 가정하에서는 속도를 최대화하는 최적제어 법칙임을 보일수 있는데, 이를 더욱 단순화 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta(t) = \theta(t_0) + k (t - t_0), \quad t \in [t_0, t_f] \quad (17)$$

여기서 k는 피치 각속도이다. 식(17)을 사용하는 경우 발사 궤적 최적화를 통하여 결정하여야 할 파라미터는 각 단별로 $\theta(t_0)$, k, 또는 $\theta(t_f)$, $\theta(t_f)$ 의 두개의 파라미터로 압축된다.

파라미터화 된 제어입력을 최적화 시키는 과정에는 여러 가지 NLP 기법이 적용될 수 있다. Augmented Lagrangian Method 는 비용함수(cost) f 와 구속조건 ψ 로 부터 구성되는 Lagrangian $L=f+\lambda T\psi$ 에 벌칙함수(penalty function) $\rho T^2\psi$ 를 추가하여 얻어지는 augmented Lagrangian $L_A = f + \lambda T\psi + \rho T^2\psi$ 를 최소화하는 기법으로서, 많이 알려져 있는 NLP 기법중의 하나이다. Augmented Lagrangian Method 에서는 구속조건이 있는 (constrained) 최적화 문제를 구속조건이 없는 (unconstrained) 최적화 문제로 다루게 되는데, ψ Newton(quasi-Newton) 방법 등을 적용하여 2차(quadratic) 수렴특성을 얻을 수 있으나 최적 파라미터의 추정치가 구속조건을 만족시켜 가면서 개선되는 것은 아니기 때문에 초기추정치에 따라 발산 가능성이 있다. 한편, 구속조건을 만족시키는 초기추정치로 부터 구속조건을 따라서 추정치를 개선해 나가는 구배 투영법(Gradient Projection Method)도 잘 알려져 있는 NLP 기법인데, 이 기법은 추정치가 완전히 발산할 가능성은 없으나 초기 추정이 어렵고 수렴속도가 늦다는 단점을 가지고 있다.

구속조건에는 경계조건인 최종점 구속조건 외에도 대기권 비행중 과도한 받음각, 공력 가열 또는 과도한 축방향 하중을 피하기 위한 공력 및 구조적 구속조건을 포함시킬 수 있다.

축방향 하중배수에 대한 구속조건은 굽힘 모우먼트에 의한 구조적 파괴를 방지하기 위한 것으로서 발사체의 구조적 강도와 안전도 계수(safety factor) 에 따라 결정된다. 한편, 공력 가열에 대한 제한 조건은 동압에 대한 구속조건으로 표시할 수 있다. 그러나 발사체의 동압 history 는 각 단의 가속능력에 의해 정해지므로 고체연료 로켓과 같이 각 단의 추력이 정해져 있는 경우에는 발사체 궤적 최적화 과정에서 큰 변형이 불가능하다. 한편 공력특성이 비선형이 되어 발사체의 안정성을 해치는 것을 방지하기 위해 받음각에 대한 구속조건도 포함시킬 수 있으나 축방향 하중배수 구속조건에 의해 받음각이 제한 받게 되므로 받음각에 대한 별도의 구속조건은 포함되지 않을 수도 있다. 본 연구에서는 축방향 하중배수에 대한 구속조건만을 고려하였다.

축방향 하중배수에 대한 구속조건은 대기권 비행시간 동안 계속 적용되기 때문에 최종점 구속조건과 같은 형태로는 표현할 수 없다. 그러나 NLP 에서는 벌칙함수(penalty function) 를 도입하므로서 이러한 구속조건을 다룰수 있다. 이를 위해, 먼저 비행도중 최대허용 축방향 하중배수 n_{max} 를 정하고 최대 허용치 초과량을 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta n(t) = \max (|n(t)| - n_{max} , 0) \quad (18)$$

구속조건 위반은 $I(x) = \max [\Delta n(t)]$ 로서 정의되며 여기에 가중치를 곱하여 벌칙함수를 정의하고 이를 원래의 성능지수에 추가한다.

5. 고체 추진제를 사용하는 우주 발사체

실제로 OC 방법과 NLP 방법을 다단 고체 추진제 발사체의 최대화물 중량 분석에 적용해 보면 최적 피치 프로그램의 초기 치 추정이 매우 어렵다는 것을 알 수 있다. 고체 추진제 발사체의 성능함수는 유상화물의 하중이 된다. 이런 경우 발사체의 피치각을 조정하여 성능함수를 변화시킬수가 없다. 성능함수는 초기에 가정한 값으로 정해지게 된다. 최종시간에 남은 질량을 최대화 할 목적으로 발사체의 질량을 상태로 생각할 경우 식(13), (14) 에 있는 I_{Lj} 와 I_{Pj} 를 계산하면 ψ 이 됨을 알수있다. 결국 이 문제는 구속조건만 있는 문제가 된다.

NLP 를 이용하는 경우 최대화물 하중의 초기추정치가 최적값에 아주 가깝지 않으면 추정치가 발산하게 된다. 이와같이 수렴특성이 나쁜 이유는 화물중량이 성능지수(performance index) 이면서 동시에 최적화하여야 할 파라미터에 포함되기 때문인 것으로 추측된다. 즉, Augmented Lagrangian Method 에서는 구속조건을 따라서 추정치를 개선해 나가는 것이 아니므로 성능지수를 최대화 하기 위하여 화물중량 W_{PL} 의 추정치

를 우선 증가시키게 되고 이에 따라 구속조건의 위반정도가 점차 증가하게 되어 발산하게 되는 것을 관측할 수 있다. 이러한 점에서 볼 때, 화물증량을 직접 최대화 하는 문제는 Augmented Lagrangian Method 를 사용하는 경우에는 ill-conditioned problem 이라고 말할 수 있다.

본 절에서는 OC 이론과 NLP 방법의 특성을 살리면서 수렴 특성을 크게 향상시킨 최적화 기법을 제안하고 있다. 이 기법은 화물증량 최대화 문제를 최종속도 최대화 문제를 연속적으로 푸는 과정으로 대체한 것으로서 초기추정치에 크게 관계없이 수렴한다는 장점을 가지고 있다.

우선 다음과 같이 주어진 화물증량에 대해 최종속도를 최대화하는 문제를 생각해보자.

$$\text{성능지수 : } \phi(W_{PL}, \theta) = -v(t_f) \quad (19)$$

$$\text{구속조건 : } \Psi(W_{PL}, \theta) = \begin{bmatrix} |R(t_f)| - r_t \\ R(t_f) \cdot V(t_f) \end{bmatrix} = 0 \quad (20)$$

여기에서 최대 최종 속도는 미치 프로그램 θ 를 최적화하여 얻어나 화물증량 W_{PL} 은 주어진 값으로 고정된다. 또한 식 (20)과 같이 고도에 대한 구속조건과 속도와 위치 벡터의 직교성에 대한 구속조건은 최종속도 최대화 문제에 포함된다.

최종속도의 최대화 문제는 화물증량 최대화 문제와는 달리 well-conditioned 된 문제로서, Augmented Lagrangian Method 를 적용해 본 결과 파라미터 벡터 θ 의 초기 추정치에 관계없이 최적치(global optimum) 으로 수렴함을 관찰할 수 있었다. 최적제어 이론을 이용할 경우에는 제어변수 함수가 초기에 주어진 화물 하중에 관계없이 같은 형태로 나타남을 알 수 있다. 최종속도를 최대화 하기 위해서는 추력벡터가 가능하면 일정한 방향으로 향해야 하기 때문에 초기 추정치에 따라 각 단의 추력벡터가 각기 다른 방향으로 발산해 버리는 일은 일어나지 않는다. 또한 최종점 구속조건에는 속도조건이 없으므로 일정한 방향으로 향해진 추력벡터들을 적절히 기울임으로써 주어진 최종점 구속조건을 만족시킬 수 있다.

최종속도는 주어진 화물증량에 대해 미치 프로그램만 최적화 하여 얻어지므로 최대 최종속도 v^* 는 화물증량의 함수가 된다. 즉,

$$v^* = v^*(W_{PL}) \quad (21)$$

과 같이 쓸 수 있다. 여기에서 최대 최종속도는 W_{PL} 의 단조 감소함수임을 직관적으로 관찰할 수 있다. 그러므로 어떤 W_{PL} 에 대해 최대 최종속도가 궤도진입속도가 된다면 그러한 W_{PL}

이 바로 최대화물증량이 된다.

최대 화물증량 W_{PL}^* 를 찾아내기 위해서는 화물증량의 추정치로부터 파라미터 벡터 θ 의 최적화 과정을 통해 v^* 를 계산하고 이를 v_t 와 비교하여 화물증량의 추정치를 적절히 개선해 나가는 알고리즘이 요구된다.

식(21) 에서 W_{PL} 과 v^* 의 관계식을 1차 미분의 형태로 구해보면

$$dv^* = \frac{\partial v^*}{\partial W_{PL}} dW_{PL} \quad (22)$$

위에서 우변의 첫번째 항인 $\partial v^*/\partial W_{PL}$ 은 Central Difference Method 를 사용하여

$$\frac{\partial v^*}{\partial W_{PL}} \approx \frac{v^*(W_{PL}+dW_{PL}) - v^*(W_{PL}-dW_{PL})}{2 dW_{PL}} \quad (23)$$

과 같이 수치적으로 계산할 수 있다. 계산된 dv^*/dW_{PL} 을 이용하여 $v^* = v_t$ 를 만족하는 W_{PL}^* 의 추정치를 Newton-Raphson 방법으로 다음과 같이 개선한다.

$$W_{PL}^{(i+1)} = W_{PL}^{(i)} + \left[\frac{dv^*}{dW_{PL}} \right]^{-1} (v_t - v^{*(i)}) \quad (24)$$

여기에서 $W_{PL}^{(i)}$ 은 i 번째 화물증량 추정치이며 $v^{*(i)}$ 는 $W_{PL} = W_{PL}^{(i)}$ 일때 얻어진 최대 최종속도이다. 최대 화물증량 W_{PL}^* 는 식(24)와 같이 W_{PL} 을 구하고 다시 최종속도를 최적화 하는 과정을 되풀이하여 구할 수 있다. 그림 2 에서 볼 수 있는 바와 같이 W_{PL} 과 v^* 의 관계는 단조감소함수임을 확인할 수 있다.

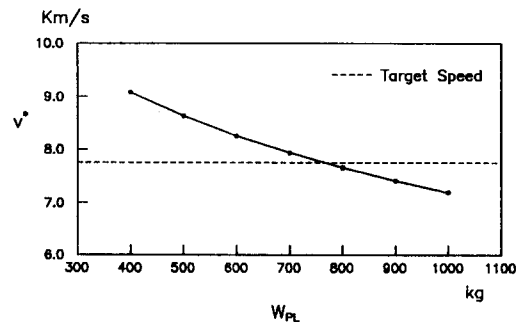


그림 2. W_{PL} 과 v^* 와의 함수관계

고체 추진계 발사체의 모델로는 일본의 최신 우주발사체 M-3SII 를 선택했다.

OC 이론을 이용할 경우 발사체의 각 단의 꺾기각은 조정 가능하다고 가정했다.

NLP 기법을 이용하여 발사궤도를 최적화 하기 위해서는 먼저 최적화 할 파라미터를 선정하여야 한다. 본 연구에서는 실제 M-3SII의 자료에 근거를 두고 1단계, 2단계에서는 단순화된 linear tangent law 를 사용하고, 3단계, 4단계에서는 추력 벡터 제어가 없이 일정하다고 가정하였다. 각 단계별로 꺾기 프로그램을 수식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 1 \text{ 단} : \theta(t) &= \theta_{1i} + (\theta_{1f} - \theta_{1i}) (t - t_{1i}) / (t_{1f} - t_{1i}) \\
 2 \text{ 단} : \theta(t) &= \theta_{2i} + (\theta_{2f} - \theta_{2i}) (t - t_{2i}) / (t_{2f} - t_{2i}) \\
 3 \text{ 단계} : \theta(t) &= \theta_3 \\
 4 \text{ 단계} : \theta(t) &= \theta_4 \qquad (25)
 \end{aligned}$$

여기에서 θ_{1i} 과 θ_{2i} 는 1 단계 및 2 단계 꺾기 프로그램의 초기각도이며 θ_{1f} 와 θ_{2f} 는 꺾기 프로그램의 최종각도이다. 또한, 앞서 설명한 바와 같이 3단계, 4단계의 꺾기 각도 θ_3 , θ_4 로서 연소시간 동안 일정하다. 그러므로 1단계 및 2단계에서는 초기 꺾기각도 θ_{1i} 과 θ_{2i} 와 최종 꺾기각도 θ_{1f} 와 θ_{2f} 총 4 개의 파라미터가 요구되며 3단계, 4단계에서는 꺾기 각도 θ_3 , θ_4 의 두개의 파라미터가 요구된다. 초기 발사 각 θ_0 은 1단계의 초기 꺾기각 θ_{1i} 과 동일하므로 별도의 새로운 파라미터로서 추가되지 않는다. 여기에 화물중량 W_{PL} 을 추가하면 최적화 문제의 변수는 θ_0 ($=\theta_{1i}$), θ_{1f} , θ_{2i} , θ_{2f} , θ_3 , θ_4 , W_{PL} 로 7 개가 되나, 최종속도 최대화에서는 W_{PL} 은 고정되므로 파라미터 벡터는

$$\theta = [\theta_0, \theta_{1f}, \theta_{2i}, \theta_{2f}, \theta_3, \theta_4]^T \qquad (26)$$

가 되며, 최소화 하여야 할 성능지수는 다음과 같다.

$$J = -v_f(\theta) + \rho I(\theta) \qquad (27)$$

여기에서 $v_f(\theta)$ 는 최종속도이며 $I(\theta)$ 는 축방향 하중배수 위반에 관한 벌칙함수, ρ 는 벌칙함수의 가중치이다.

6. 결과 비교

발사체는 적도평면에서 2차원 운동을 한다고 가정하고 시뮬레이션을 수행했다. 중력의 지배만 받는 자유비행 시간대는

적분을 하지않고 Kepler 해를 이용해서 궤적을 계산했다.

- 1) 그림 3 은 각기 다른 초기값(화물 중량 및 꺾기 프로그램)에서 시작해서 수렴하는 과정을 보여준다.
- 2) 그림 4 는 주어진 화물 중량에서 속도를 최대화하는 꺾기 프로그램이다.
- 3) 그림 5, 6 은 OC 와 NLP 의 추정치와 결과치를 비교한 것이다. 참고로 NLP 는 최대치 766 kg을 OC 는 866 kg 을 구했다.
- 4) 그림 7, 8 은 OC 와 NLP 의 꺾기 프로그램과 궤적을 나타낸다.
- 5) 그림 9 는 초기각을 고정했을때 구한 최대 화물 하중을 비교한 것이다.
- 6) 그림 10 은 NLP 에 벌칙함수를 고려해 주었을때 최대 화물 하중을 구한것이다.

7. 결론

시뮬레이션의 결과를 통해서 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 본 논문에서 제시한 최적화물 추정방법은 고체 추진계를 사용하는 발사체의 궤적해석에 적용하면 좋은 결과를 얻을 수 있다.
- 2) 선형 탄젠트 법칙은 간단한 방법이지만 효과적인 발사체 유도 방법임을 알수있다.

이 외에도 OC 와 NLP 를 이용해서 여러가지 임무에 대해서 시뮬레이션 및 해석을 할수있다.

참고문헌

- [1] D.Kirk, *Optimal Control Theory-An Introduction*, Prentice Hall Inc., 1970.
- [2] A.Bryson and Y.C.Ho, *Applied Optimal Control*, Hemisphere Pub., 1975.
- [3] 홍 용식, *인공위성과 우주발사체*, 청문각, 1990.
- [4] Rosenbaum, "Convergence Technique for the Steepest Descent Method of Trajectory Optimization", *AIAA J.*, 1, 1703-1705, 1963.
- [5] P.Gill, W.Murray and M.Wright, *Practical Optimization*, Academic Press, 1981.
- [6] W.Thomson, *Introduction to Space Dynamics*, Dover Pub, 1986
- [7] 유창선, "저고도 인공위성의 발사궤적 최적화", KAIST, 1990

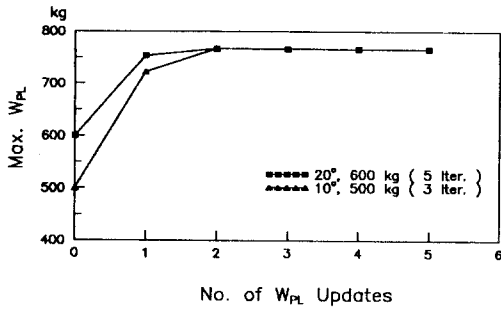


그림 3. 초기 추정치에 대한 수렴성 비교

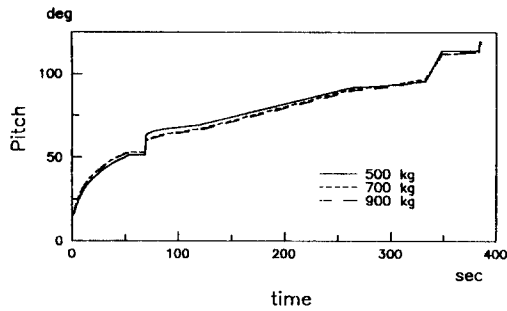


그림 4. 최적제어 이론을 이용해서 최대속도를 구할때 핏치 프로그램.

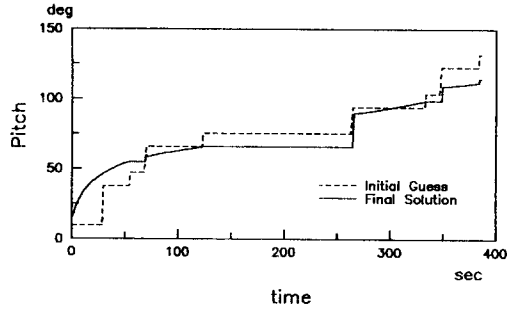


그림 5. 핏치 프로그램의 초기 추정치와 최적치 (최적제어 이론)

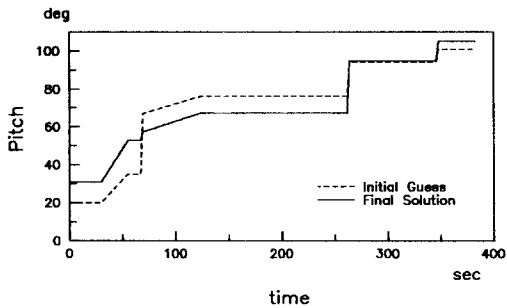


그림 6. 핏치 프로그램의 초기 추정치와 최적치 (비선형 프로그래밍)

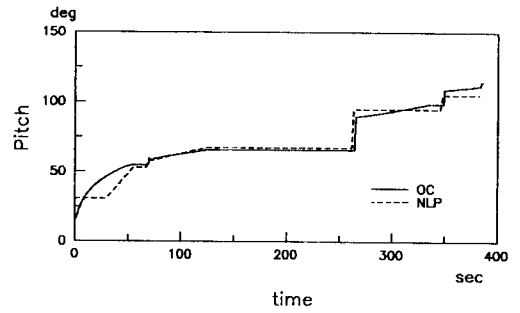


그림 7. 비선형 프로그래밍과 최적제어 의 최적치 비교 (핏치 프로그램)

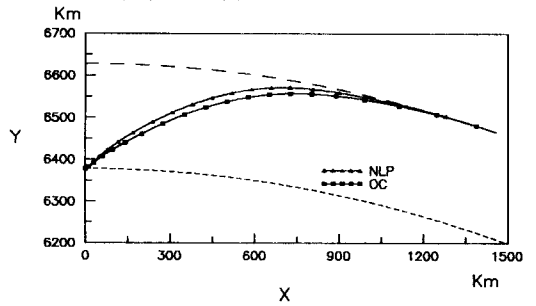


그림 8. 비선형 프로그래밍과 최적제어 의 최적치 비교 (발사체 궤적)

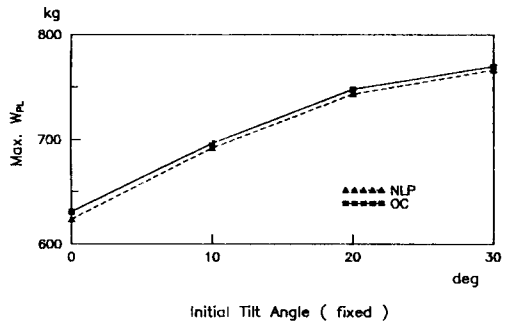


그림 9. 초기 발사각 고정시 최대화물 하중 비교

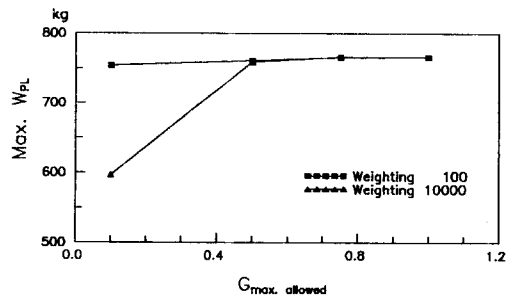


그림 10. 추방항 하중배수와 발착함수의 가중치와 최대화물 하중의 관계