

# 최적제어 기법을 이용한 위성의 자세제어

양재윤\* · 박수홍\* · 조결래\*\*

\* 부산대학교 대학원 \*\* 부산대학교 항공우주공학과

## Satellite Attitude Control Using Optimal Control Law

J. Y. Yang\*, S. H. Park\*, K. R. Cho\*\*

\*Graduate School of Pusan  
National University

\*\*Dept. of Aerospace Eng.  
Pusan National University

### ABSTRACT

In spinning satellite, a gyrotorquer generates a control torquer along two orthogonal axes normal to the spin axis of the vehicle. Matrix Fraction Description(MFD) are used to obtain minimal realization of the transfer matrix relating the attitude angles and the rate of rotation of the gimbals of gyrotorquer. In this paper, the Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery and  $H_{\infty}$  methodologies are used to design controller for spinning satellite.

### 1. 서론

발사체로부터 분리된 위성은 궤도에 진입된 후 위성의 자체 목적에 맞도록 정해진 궤도를 운행한다. 그 다음 단계로써 위성의 임무수행을 위하여 자세제어가 필요하게 된다. 지구나 달의 사진을 찍거나 천체를 관측하기 위해서 또는 안테나의 방향을 통신전파의 방향으로 향하기 위하여거나 태양전지의 방향이 태양을 향하게 하거나 또는 위성체 구조상의 열문제 즉 에너지 흐름방향 제어등을 위하여 자세제어가 필요하게 된다.<sup>1)</sup>

위성의 자세제어 방법에는 여러가지가 있다. 각도가 적다는 가정을 해서 선형제어 법칙을 이용한 방법, 위성의 동역학을 최대한 고려하여 제어계를 구성하는 방법등이 있으나 실제 상황에서는 위성의 파라미터를 세밀히 알지 못하거나 작동중 파라미터의 변동 및 중력구배 태양복사압 지구자기장등의 외란요소가 인공위성에 계속 작용하게 된다. 따라서 이러한 외란을 세밀히 고려하여 위성의 제어기를 설계하는것은 많은 어려움이 따르고 비경제적이다.

본 논문에서는 회전하고 있는 위성의 2축자이로 운동방정식을 유도하였고, 다변수시스템을 Realization 시키기 위하여 MFD(Matrix Fraction Description)를

이용하였다.<sup>2)</sup> 파라미터의 변동이나 다른 외란요소에 의해 발생하는 모델링오차를 고려하여 안정도-강인성이 보장되는 LQG/LTR(Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery)과  $H_{\infty}$ 제어기를 설계하였다.

### 2. 다이나믹 모델링

인공위성의 자세제어 방법중에서 가장 유용하고 실용적인 것은 momentum exchange device 에 의한 방법이다. momentum exchange device의 기본 개념은 actuator의 각운동량 변화를 이용하여 위성의 각운동량을 변화시키는 것이다. actuator 각운동량의 변화는 플라이휠의 속도를 조절하거나, 플라이휠의 회전축을 기울임으로써 얻을 수 있다. 전자가 플라이휠 제어이고 후자가 자이로토포크 제어이다.

본 논문에서 사용된 시스템은 원통형 위성이고 원통의 길이 방향을 축으로 일정한 각속도  $p$ 로 회전한다. 위성의 관성모멘트는  $I_x, I_y, I_z$ 이고, 위성의 기준좌표계는 위성의 관성주축과 일치하게 잡는다. 위성속에 고정되어 있는 로터(rotor)는 일정한 각속도  $\Omega_x, \Omega_y$ 로 회전하고 관성모멘트는  $C_x, C_y$ 이다. 위성속에 고정되어 있는 twin 자이로는 그림.1과 같다.

관성좌표계의 원점에 대한 시스템의 총각운동량은 다음과 같다.

$$\bar{H} = \bar{H}_b + \bar{H}_g \quad (1)$$

$$\bar{H}_b = I(\bar{\omega}_b + \bar{\omega}_r), \quad H_g = J \cdot (\bar{\omega}_g + \bar{\omega}_c + \bar{\omega}_b + \bar{\omega}_r)$$

$\bar{\omega}_r$  : 관성좌표계에 대한 위성기준좌표계의 각속도

$\bar{\omega}_b$  : 위성기준좌표계에 대한 위성의 각속도

$\bar{\omega}_c$  : 위성기준좌표계에 대한 김발축의 각속도

$\bar{\omega}_g$  : 김발축에 대한 자이로의 각속도

$I$  : 위성의 관성 모멘트

$J$  : 로타의 관성 모멘트

실제 시스템에서는  $I \gg J$  이므로 총각운동량은 다음과 같다.

$$\bar{H} = I \cdot (\bar{\omega}_b + \bar{\omega}_r) + J \cdot (\bar{\omega}_g + \bar{\omega}_c) \quad (2)$$

그러므로 actuator에 의한 토크와 각운동량의 변화율 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{d}{dt} [I(\bar{\omega}_b + \bar{\omega}_r)] + \frac{d}{dt} [J(\bar{\omega}_g + \bar{\omega}_c)] = \bar{M} \quad (3)$$

(3)식에서 위성에 대한 각운동량 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_x \dot{p} + (q - \omega_0)r(I_z - I_y) &= 2C_x Q_x r \sin \delta_x \\ &\quad - 2C_y Q_y (q - \omega_0) \sin \delta_y + 2C_z Q_z \delta_z \cos \delta_z + M_x \\ I_y \dot{q} + pr(I_x - I_z) &= 2C_x Q_x \delta_x \cos \delta_x + 2C_y Q_y p \sin \delta_y \\ &\quad - 2C_z Q_z (r - \omega_0) \sin \delta_z + M_y \\ I_z \dot{r} + (q - \omega_0)p(I_y - I_x) &= -2C_x Q_x (p - \omega_0) \sin \delta_x \\ &\quad - 2C_y Q_y \delta_y \cos \delta_y + 2C_z Q_z q \sin \delta_z + M_z \end{aligned} \quad (4)$$

관성좌표계와 위성기준 좌표계사이의 오일러(Euler Angle)  $\varphi, \theta, \phi$  사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\phi} \sin \theta \\ q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \\ r &= \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{aligned} \quad (5)$$

위성의 각속도가  $p = p_0$ 로 일정하고, 위성은 원통형이고 길이방향에 대해 축대칭이므로  $I_y = I_z$ , 자이로 토크에 의한 제어에서는 로타가 일정하게 회전하므로  $\Omega_x = \Omega_y = 0$ , 로타의 관성모멘트는  $C_x = C_y = C$ , 그리고  $\varphi, \theta, \phi, \delta_x, \delta_y$ 가 작다고 가정하여 선형화시키면, 위성의 동역학식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} I_y \dot{q} + p_0 r(I_x - I_z) &= -2CQ\delta_x + 2CQp_0\delta_y \\ I_z \dot{r} + qp_0(I_y - I_x) &= -2CQp_0\delta_x - 2CQ\delta_y \end{aligned} \quad (6)$$

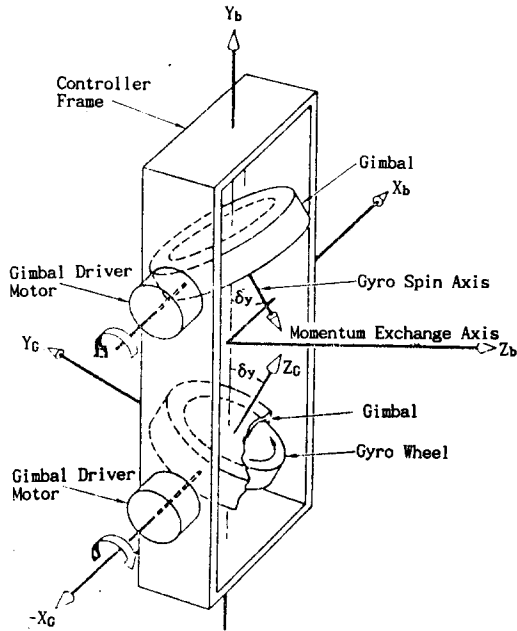


그림.1 Twin-Gyro Controller의 구조

### 3. Realization

자세각과 자이로토크 킴발의 각속도를 minimal realization 시키기 위해 MFD(Matrix Fraction Description)가 행해진다.

(6)식을 라플라스 변환하여 행렬의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} s - a \\ a \ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q(s) \\ R(s) \end{bmatrix} = b \begin{bmatrix} 1 & -(p_0/s) \\ (p_0/s) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $a = p_0(I_y - I_x)/I_y$ ,  $b = 2CQ/I_y$  이다.

$\delta_x = u_1$ ,  $\delta_y = u_2$ ,  $y = (\theta, \phi)^T$  로 정의하면 식(7)은 다음과 같은 식이 된다.

$$y(s) = H(s) [U_1(s) \ U_2(s)]^T \quad (8)$$

$$H(s) = (b/s^2(s^2 + a^2)) \begin{bmatrix} s^2 + ap_0 & s(a - p_0) \\ -s(a - p_0) & s^2 + ap_0 \end{bmatrix}$$

irreducible right hand MFD of  $H(s)$ 는 다음과 같은 형태로 주어진다.

$$\begin{aligned} H(s) &= \begin{bmatrix} abp_0 & sb/a \\ -abs & bp_0/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^2 s^2 & s^3/a \\ -as^3 & s^2 \end{bmatrix} \\ &= N_r(s) D_r^{-1}(s) \end{aligned} \quad (9)$$

$D_r$  : column-reduced polynomial matrix

$D_r$ 의 결정차수가 6이므로  $H(s)$ 의 최소 realization 은 6차원이 되고 다음과 같이 표현된다.

$$D_r(s) = D_{hc}(s) S_r(s) + D_{lc}(s) F_r(s) \quad (10)$$

$$S_r(s) = \begin{bmatrix} s^3 & 0 \\ 0 & s^3 \end{bmatrix} \quad D_{hc}(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1/a \\ -a & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_r(s) = \begin{bmatrix} s^2 & s & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s^2 & s & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$D_{lc}(s) = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A, B의 블록대각 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$A = \text{block diag} \{ A_{co}, A_{co} \}$$

$$B = \text{block diag} \{ B_{co}, B_{co} \}$$

$$A_{co} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{co} = [1 \ 0 \ 0]$$

여기서 A, B, C는 행렬은 다음의 식에서 구한다.

$$A = A_c - B_c D_{hc}^{-1} D_{lc}, \quad B = B_c D_{hc}^{-1}, \quad C = N_{lc} \quad (11)$$

그러므로 (11)에서 right MFD에 의한 상태공간모델 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX \end{aligned} \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a^{-1} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -a^3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ a & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ab\rho_0 & 0 & b/a & 0 \\ 0 & -ab & 0 & 0 & 0 & \rho_0 b/a \end{bmatrix}$$

#### 4. 제어기 설계

제어시스템의 성능을 향상시키기 위해서는 공칭안정도와 모델링오차에 대한 안정도-강인성이 보장되고 명령추종, 외란제거 및 센서잡음에 대한 저감도 성능 등이 고려되어야 한다. 단일 입출력 시스템인 경우 게인여유(Gain Margin)와 위상여유(Phase Margin)를 가지고 경험적으로 명령추종 및 외란제거 등의 시스템 성능에 관해 고려할 수 있었으나, 다변수 시스템에서는 1980년대에 들어서면서 J.C.Doyle과 K.Glover 등에 의해 LQG/LTR기법과  $H_\infty$ 제어기법이 개발됨에 따라 안정도-강인성에 대해 체계적으로 다룰 수 있었다.<sup>5), 7)</sup>

최적제어 이론에서의 일반적인 2가지의 성능 척도인  $H_2$ 와  $H_\infty$ 노음은 주파수 영역에서 전달함수행렬  $G(s)$ 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$\|G\|_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace } G(j\omega)H^*G(j\omega) d\omega \right]^{1/2}$$

$$\|G\|_\infty = \sup \sigma_{\max}[G(j\omega)] \quad (13)$$

$H_2$  최적제어 이론은 1960년대에 LQG 이론을 중심으로 연구되었으며  $H_\infty$  최적제어 이론은 1981년 Zames에 의해 입력-출력 관계에서 부터 출발하였다.

LQG/LTR과  $H_\infty$  보상기의 구조는 모델기준 보상기(Model Based Compensator)로서 LQG 보상기의 구조와 전적으로 같다. LQG/LTR에서는 루프형성 관점에서 설계행렬을 선정하고,  $H_\infty$  제어기에서는 내부관계행렬(Interconnection Matrix)을 구성하여 전체 시스템을 안정화시키는 최소  $\gamma$  보다 큰 값을 선택함으로써 준 최적제어기를 구성한다. 초기의  $H_\infty$  최적제어 이론의 해는 해석함수에 의한 방법(Nevanlinna-Pick interpolation)과 연산자 이론(Operator-Theoretic)에 의한 방법들이었다. 1988년 Doyle과 Glover는 상태공간에서 풀랜트와 같은 차수를 갖고 LQG와 같은 구조를 가지는  $H_\infty$  제어기를 두개의 대수 리카티 방정식(Algebraic Riccati Equation : ARE)의 해를 풀어서 구했다.

#### 4.1 LQG/LTR 제어기 설계

LQG/LTR제어시스템의 설계절차는 목표필터루프 설계와 루프전달회복단계로 나눌 수 있다. LQG/LTR 설계방법을 효과적으로 적용하기 위해서는 풀랜트가 안정가능하고 검출가능해야 한다. LQG/LTR 방법을 이용한 제어시스템의 설계에서는 필터게인 H는 목표필터를 설계할 때, 제어게인행렬 G는 루프전달회복 절차를 수행할 때 선정한다.

TFL(Target Filter Loop) 설계문제는 성능/강인성을 만족시키는 필터게인행렬 H를 선정하는 것이다. 설계파라미터 H를 선정하기 위하여 Kalman Filter 설계방법을 이용한다.

$$H = \frac{1}{\mu} P C \quad (14)$$

여기서 행렬 P는 (15)식의 필터대수 Riccati식(Filter Algebra Riccati Equation)으로 부터 구한다.

$$AP + PA^T + LL^T - PC^T C P = 0 \quad (15)$$

설계파라미터  $\mu$ 를 선정하기 위해서는 Kalman Filter 주파수역 동작결과 (16)식을 이용한다.

$$G_F(s) = \frac{1}{\sqrt{\mu}} C(sI - A)^{-1} L \quad (16)$$

여기서 바람직한 루프형상이 되도록 L을 선정하고,  $\mu$ 는 요구되는 대역폭 혹은 교차주파수를 만족하도록 선정한다.

루프전달회복 단계는 보상된 풀랜트의 루프전달함수  $G(s)K(s)$ 를 TFL의 전달함수행렬  $G_F(s)$ 로 회복시키는 단계이다. LQG/LTR 보상기의 설계행렬 G를 선정하기 위해서는 가중행렬  $Q=C^T C$ , 제어가중 파라미터  $\rho \rightarrow 0$ 에서 제어대수 Riccati식(Control Algebraic Riccati Equation : CARE)의 해를 구해야 한다.

$$KA + A^T K + C^T C - \frac{1}{\rho} K B B^T K = 0 \quad (17)$$

이때 제어게인행렬 G는 다음 식을 이용하여 선정한다.

$$G = \frac{1}{\rho} B^T K \quad (18)$$

제어시스템이 안정가능하고  $\rho \rightarrow 0$ 일 때 모델기준 보상기의 전달함수행렬  $K(s)$ 가 다음과 같은 극한 거동을 한다는 것이 LTR의 중요한 결과이다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} K(s) \rightarrow [C(sI-A)^{-1}B]^{-1} C(sI-A)^{-1} C(sI-A)^{-1} H = G(s)^{-1} G_F(s) \quad (19)$$

(19)식으로 부터 루프전달함수 행렬의 극한거동은 다음과 같다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} T(s) \rightarrow G(s)G(s)^{-1} G_F(s) = G_F(s) \quad (20)$$

(20)식으로부터 LQG/LTR보상기는  $\rho$ 가 0으로 접근할 때 풀랜트 전달함수행렬  $G(s)$ 의 역동역학과 새로운 루프전달함수 행렬  $G_F(s)$ 를 만들 수 있다는 것을 알 수 있다.

## 4.2 H<sub>∞</sub>제어기 설계

선형시불변 시스템에 대하여 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \\ w(t) &: \text{외란벡터, } w(t) \in \mathbb{R}^{m1} \\ u(t) &: \text{제어입력벡터, } u(t) \in \mathbb{R}^{m2} \\ z(t) &: \text{오차벡터, } z(t) \in \mathbb{R}^{p1} \\ y(t) &: \text{출력벡터, } y(t) \in \mathbb{R}^{p2} \\ x(t) &: \text{상태벡터, } x(t) \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

H<sub>∞</sub>제어기의 표준보상기 형상(Standard Compensation Configuration : SCC)은 그림.3과 같다.

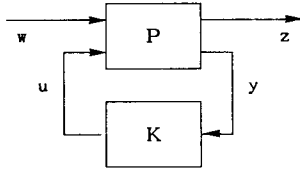


그림.2 표준 보상기 형상

P는 다음과 같은 구조를 가진다.

$$\begin{aligned} P(s) &= \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \\ &= P_{22}(s) + P_{21}(s)(sI - P_{11}(s))^{-1}P_{12}(s) \\ &= \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

w에서 z로의 페루프 전달함수 H<sub>zw</sub>(s)는 다음과 같다.

$$H_{zw} = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22})^{-1}K \quad (22)$$

H<sub>∞</sub>최적제어기 설계 문제는 P(s)를 안정화 시키고 ||H<sub>zw</sub>||<sub>∞</sub>을 최소화 시키는 제어기 K(s)를 설계하는 것이다. 그리고 시스템의 수학적 모델 G(s)와 외부입력의 특성에 의해 적당한 가중치 W(s)를 고려함으로써 표준 보상기의 형상을 다음과 같이 변화시킬 수 있다.

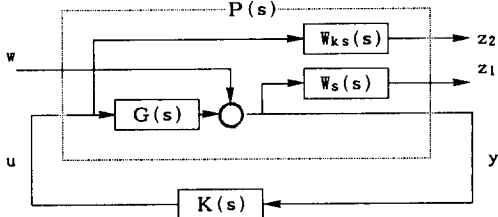


그림.3 가중된 보상기 형상

## 4.2.1 리카티 연산자

행렬 A, Q, R은 nxn인 실수행렬이고 Q와 R은 대칭행렬이라고 가정한다. 2nx2n인 헤밀토니안 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$H = \begin{bmatrix} A & R \\ Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (23)$$

고유값의 Re s < 0 영역에 해당하는 스펙트럼 부분공간(spectral subspace)  $\chi^-(H)$ 와 Re s > 0 인 스펙트럼 부분공간  $\chi^+(H)$ 를 정의한다.  $\chi^-(H)$ 에 대한 기저벡터(basis vector)를 행렬을 이루도록 쌓아 행렬을 분해하면 다음과 같은 형태를 얻을 수 있다.

$$\chi^-(H) = \text{Im} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서  $X_1, X_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  이다. 만일  $X_1$ 이 정칙(nonsingular)이면, 두 부분공간

$$\chi^-(H) \text{와 } \text{Im} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \text{는 보(complementary) 관계에}$$

있다. 그리고  $X = X_2X_1^{-1}$ 로 두면  $\chi^-(H)$ 는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\chi^-(H) = \text{Im} \begin{bmatrix} I \\ X \end{bmatrix} \quad (25)$$

위의 함수관계를 Ric 함수로 표현한다.

$$X = \text{Ric}(H) \quad (26)$$

즉 Ric 함수는  $\mathbb{R}^{2n \times 2n} \rightarrow \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  형태인 H에서 X로 대응하는 관계이다.

Ric 함수의 정의역  $\text{dom}(\text{Ric})$ 는 허수축상에 고유값을 가지지 않고  $\chi^-(H)$ 와  $\text{Im} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ 가 서로 보의 관계에 있는 헤밀토니안행렬 H로 구성된다.

그리고 X는 다음의 정리1에서 구한다.

### 정리.1

$H \in \text{dom}(\text{Ric}), X = \text{Ric}(H)$ 이면 다음과 같은 관계가 성립한다.

- 1) X는 대칭행렬이다.
- 2) X는 다음의 리카티 식을 만족한다.  
 $AX^T + XA + XRX - Q = 0$
- 3) A + RX는 안정하다.

## 4.2.2 H<sub>∞</sub>준최적해

H<sub>∞</sub>준최적 제어는 ||H<sub>zw</sub>||<sub>∞} < γ<sub>opt</sub>에서 γ<sub>opt</sub>보다 큰 γ를 선택한다.</sub>

H<sub>∞</sub>준최적해를 구하기 위해 다음과 같은 두개의 헤밀토니안 행렬을 정의한다.

$$H_{\infty} = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-1}B_1B_1^T - B_2B_2^T \\ -C_1^TC_1 & -A^T \end{bmatrix}$$

$$J_{\infty} = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-1}C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A^T \end{bmatrix}$$

(1,2)블럭이 식(24)와 다르기 때문에 정리.1을 사용할 수 없다.  $H_{\infty}$ 준최적해는 다음의 정리에서 구한다.

### 정리.2

$\|H_z\|_{\infty} < \gamma$ 인 허용가능한 제어기  $K$ 는 다음의 세가지 조건을 만족할 때 주어진다.

- 1)  $H_{\infty} \in \text{dom}(\mathcal{R}ic)$ ,  $X_{\infty} = \mathcal{R}ic(H_{\infty}) \geq 0$
- 2)  $J_{\infty} \in \text{dom}(\mathcal{R}ic)$ ,  $Y_{\infty} = \mathcal{R}ic(J_{\infty}) \geq 0$
- 3)  $\rho(X_{\infty} Y_{\infty}) < \gamma^2$

이때 준최적 제어기  $K_{sub}(s)$ 는 다음과 같다.

$$K_{sub}(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_{\infty} & -Z_{\infty} L_{\infty} \\ F_{\infty} & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\hat{A}_{\infty} = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_{\infty} + B_2 \bar{F}_{\infty} + Z_{\infty} L_{\infty} C_2$$

$$F_{\infty} = -B_2^T X_{\infty}, \quad L_{\infty} = -Y_{\infty} C_2^T, \quad Z_{\infty} = (I - \gamma^{-2} Y_{\infty} X_{\infty})^{-1}$$

## 5. 시뮬레이션 결과 및 고찰

위에서 유도한 시스템 동역학에 대하여 LQG/LTR 및  $H_{\infty}$ 제어기를 설계하기 위하여  $I_y = I_z = 9.1 \times 10^4$  slug ft<sup>2</sup>,  $I_x = 16.7 \times 10^4$  slug ft<sup>2</sup>,  $p_0 = 0.6$  rad/sec,  $2C\Omega = 5 \times 10^4$  slug ft<sup>2</sup> 인 회전하는 원통형 위성에 대하여 시뮬레이션을 행하였다. 액추에이터(actuator)의 동역학은 시스템 동역학에 비하여 응답이 충분히 빠르다고 가정하여 시스템 동역학에서 생략하였다.

$H_{\infty}$ 제어기 설계시 그림.3에서의 가중치를  $W_k(s) = (s/4 + 1)/(s/500 + 1)$ ,  $W_s(s) = (s+0.1)/((s+0.001)(s/1000 + 1))$ 로 선정하였다.

저주파역에서 존재하는 모델링 불확실성과 고주파역의 모델화 안된 다이내믹의 존재하에서도 시스템의 안정성이 유지 되어야 하므로 안정도-강인성 사양을 게인여유와 위상여유를 통하여 설계하였다.<sup>9)</sup>

그림.4(a)와 그림.5(a)의 개루프 특이값 선도에서 교차주파수가 0.1~0.2 rad/s 이므로 시스템의 정착시간은 대략 15~30(sec)임을 알 수 있다.

LQG/LTR 제어시스템의 경우 그림.4(b)에서  $\|S(s)\|_{\infty}$ 이 3.4 dB 이므로 GM<sub>i</sub>은 -6.74 dB 이하이고 GM<sub>#</sub>은 7.68 dB 이상 그리고 위상여유는 39.5(deg) 이상이다.

$H_{\infty}$ 제어시스템의 경우는 그림.5(b)에서  $\|S(s)\|_{\infty}$ 이 0.8 dB 이므로 GM<sub>#</sub>은 -5.63 dB 이하이고 GM<sub>i</sub>은 21.66 dB 이상 그리고 위상여유는 54.3(deg) 이상이다.

그림.4(c)와 그림.5(c)는 기준입력이 [20, 15](deg)일 때의 자세각을 나타내고 있다.

그림.4(d)와 그림.5(d)의 기준입력에 대한 제어입력에서는 LQG/LTR이  $H_{\infty}$ 제어기 보다 많은 제어입력이 요구됨을 알 수 있다.

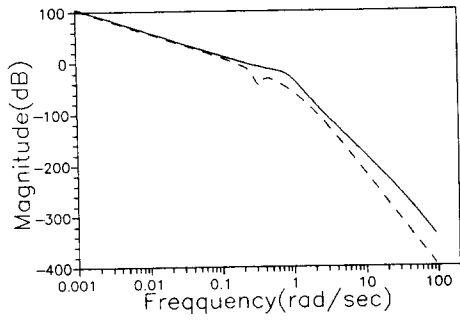
## 6. 결론

이상과 같이 자이로 토크가 액추에이터로 사용되는 회전하는 원통형 위성의 동역학을 유도하여 LQG/LTR과  $H_{\infty}$ 제어기를 설계하여 적용하였다. LQG/LTR 설계시 제어입력에 대해서는 정량적으로 고려해 줄 수 없지만 목표필터루프 대역폭보다 루프전달회복의 대역폭을 적게 함으로서 제어입력을 작게 하였다.  $H_{\infty}$ 제어기 설계시는 적절한 가중치를 둬으로써 주파수 영역에서의 성능을 고려할 수 있었다. 두 제어기 모두 명령추종성능, 외란 제거성능 및 센서잡음과 모델링 오차에 대한 강인성이 비슷하나 LQG/LTR제어기 설계시 많은 양의 초기 제어입력이 요구됨을 알 수 있다.

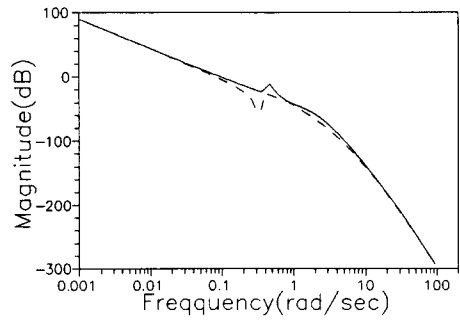
$H_{\infty}$ 제어기 설계시 가중치를 둬으로써 제어기의 차수가 증가하게 되고 제어기 실현이 어려워지는 단점이 있으나 성능면에서는 LQG/LTR제어기 보다 약간 성능이 우수함을 알 수 있다.

## 7. 참고 문헌

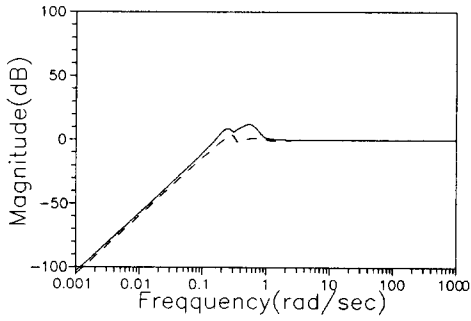
1. Greensite A.L. "Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control System VOL.2", Sparton, 1970.
2. Ashok Iyer and Sabjendran "MFDs of Spinning Satellite and Attitude Control Using Gyrotorquer", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol.25, Sep.1989.
3. P.K.Sinha Multivariable Control, Dekker, 1984.
4. Kaplan, "Modern Spacecraft Dynamics and Control", Wiley, 1976.
5. 김 종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, 1989
6. 조 윤철, 조 경래, "가변구조 제어기를 이용한 위성의 자세제어에 관한 연구", 한국항공우주학회지, Vol.1, 1991.
7. B.A. Francis, A Course in H-infinity Control Theory, Springer-Verlag, 1987.
8. K. Glover and J.C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H-infinity-norm bound and relations to risk sensitivity", Syst. Contr. Lett.11, 1988.
9. P. Voulgaris and L. Valavani, "High Performance Linear-Quadratic and H-infinity Design for a "Supermaneuverable" Aircraft", J. Guidance, Vol.14, No.1, 1991.
10. J. Doyle, K.Glover, P.Khargonekar, and B.Francis, "State-Space Solution to Standard H<sub>2</sub> and H-infinity Control Problems," IEEE Trans. Automatic Control, Vol.AC-34, 1988.



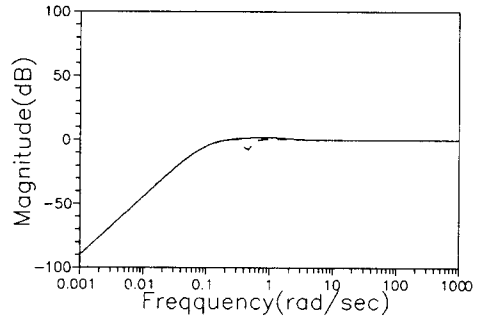
(a) 개루프 특이값 선도



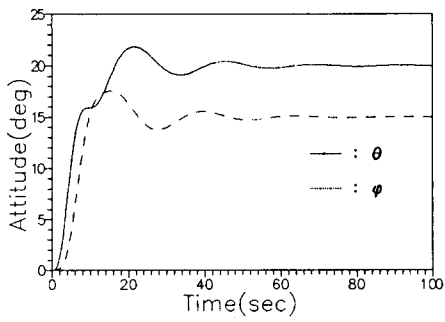
(a) 개루프 특이값 선도



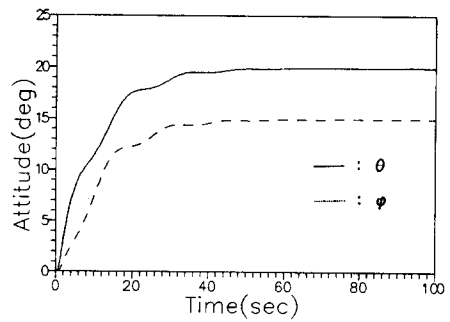
(b) 감도함수 특이값 선도



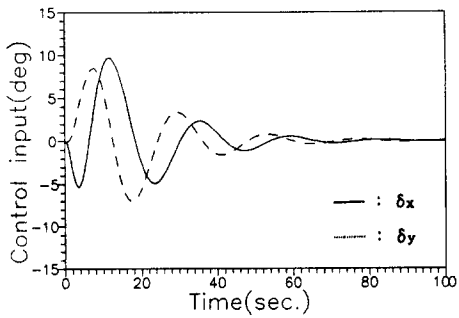
(b) 감도함수 특이값 선도



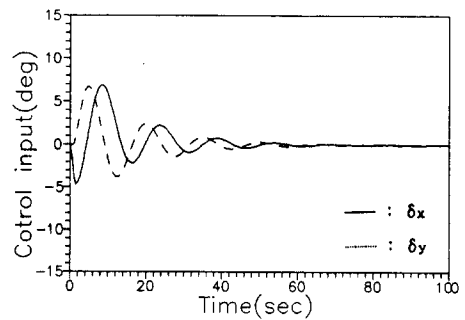
(c) 자세각



(c) 자세각



(d) 제어입력



(d) 제어입력

그림.4 LQG/LTR 제어기 설계

그림.5  $H_\infty$  제어기 설계