'91 韓國自動制御學術會議論文集 1991. 10.22~24

유도무기체계의 성능분석기법

°이 연 석 이 장 규 장 상 근
서울대학교 제어계측공학과 국방과학연구소

A Performance Anaylsis Technique for Guided Weapons

Yeon Seok Lee Jang Gyu Lee Sang Geun Jang
Dept. of Control & Instrumentation The Agency for Defence
Seoul National University Develpoment

ABSTRACT

The development of a guided weapon system, such as a tactical missile, requires a performance analysis of a nonlinear system. Generally, the Monte Carlo analysis method is used for this purpose. The limitation of this method, a large number of simulations, for a nonlinear system performance analysis strongly motivated the development of a more efficient analytic technique. In this paper, the statistical linearization methods is used for the performance analysis to the guided weapon system with the help of covariance analysis technique. Because the statistical linearization methods cannot be used to the look-up table nonlinear form such as aerodynamic coefficients, the second order polynomial representations is obtained from the table using the Lagrange interpolating polynomial and linearized statistically. Simple simulations about initial state conditions and random component in guidance command shows the results of this technique.

Keyword : performance analysis, guided weapons, stochastic linearization.

1. 서 론

유도무기체계는 비선형 미분방정식으로 표현되는 유도무기의 동력학 모델과 이를 유도명령에 따라 제어하는 자동조종장치, 추적레이다 등을 포함하여 유도무기의 목표물과 유도무기를 측정하고 이로부터 유도에 필요한 정보를 추출하는 관측장비, 그리고 관측장비로부터 얻은 정보를 이용하여 유도무기를 목표물에 유도하는 유도법칙등을 포함하는 매우 복잡한 시스템이다. 이러한 복잡한 시스템을 개발할 경우에는 개발위험요소를 최소화하고 설계된 시스템의 성능향상을 위하여 설계된 시스템의 성능분석을 철저히 하여야 한다.

이와 같은 유도무기체계의 성능분석은 주로 시스템에 부가될 수 있는 여러가지의 불확실성에 대한 각 상태변수의 통계적인 특성을 살펴봄으로써 파악될 수 있다. 일반적으로 시스템의 통계적특성은 시스템의 상태변수가 정규분포를 갖는다고 가정하여 분석된다. 정규분포는 평균값과 분산의 2개의 변수만으로 그 특성이 결정되므로 다루기가 편리한 잇점이 있으며, 자연계의 대부분의 불확실한 정보들이 정규분포로 모델링될 수 있고, 또한 여러가지의 불확실한 정보들의 합은 정규분포로 근사될 수 있다는 등의 장점들이 매우 많다.

그러나 유도무기와 같이 시스템에 비선형요소가 포함되어 있을 경우에는 선형요소와는 달리 해석적인 방법으로 그 특성을 분석하기가 매우 어렵다. 물론 일부 비선형요소에 대하여서는 해석적인 방법을 사용할 수도 있지만 그것은 소수의 문제들에 제한된다. 따라서 비선형요소의 통계적특성은, 일정한 통계적인 특성을 지니는 입력들을 이용한 반복된 시뮬레이션으로부터 일정한 양의 출력에 대한 표본집단을 구하고 이들로부터 출력의 통계적인 특성을 추정하는 몬테칼로모사법을 이용한다[1]. 그러나, 몬테칼로 모사법은 시스템의 반복적인 모사실행으로 인하여 많은 계산량과 이에 소요되는 많은 시간이 요구되는 단점이 있다. 또한 모사실행으로 얻은 결과들(일종의 표본집단)이 실제 출력의 통계적 특성에 대한 정보를 얼마만큼 충실히 제공하여 줄 수 있는가에 대한 의문으로 인하여 보다 많은 모사실행을 요구하게 된다. 따라서 비선형요소들의 통계적특성을 분석할 수 있는 더욱 빠르고 간편한 방법이 요구되었고, 이와 같은 방법에는 주로 비선형함수를 선형화시키고, 선형으로 근사된 시스템에 공분산해석을 수행하는 방법이 사용되고 있다.

비선형시스템의 통계적인 특성분석을 위하여 사용되는 선형화 방법은 주로 비선형함수를 그 동작점 부근에서 테일러다항식으로 전개시키고 여기에서 그 일차항을 이용하여 선형화시키는 방법을 사용하여 왔다. 이와 같은 방법은 비선형함수가 동작되는 근처에서 함수의 기울기가 적게 변하는 경우에는 비교적 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 이는 테일러다항식을 전개할 때 사용되는 동작점의 선택에 따라 그 특성이 변화하고, 또한 랜덤요소에 의한 변화량이 그 동작점부근에서 비교적 선형적인 특성을 나타내게 될 경우에만 어느 정도의 의미있는 결과를 얻을 수 있다는 단점이 있다. 물론 전개식의 차수를 증가시켜 정확성을 얻는 방법이 있기는 하지만 이러한 방법도 추가되는 계산량에 비하여 그리 큰 정확성을 얻지 못하는 경우가 많다. 이러한 단점을 해결하기 위한 방법으로서 비선형함수의 선형화와는 달리 비선형함수의 통계적인 특성분석을 위하여 그 통계적인 특성만을 고려하여 선형화

된 근사식을 구하는 통계적인 선형화방법이 연구되었다[2-4].

통계적인 선형화방법은 비선형요소의 출력과 선형시스템의 출력과의 오차가 최소제곱평균치를 갖도록 하는 선형시스템을 구하여, 이를 비선형요소 대신에 사용하는 방법으로서 Booton이 처음으로 제안하였다[2]. 이 방법은 입력과 출력과의 통계적인 특성인 상관함수를 이용하는 방법으로서 비선형요소의 랜덤입력서술함수(randon input describing function)를 이용하여 표현될 수 있으며[5,6], 이와 같이 구성한 선형시스템에 공분산해석법을 적용하여 비선형시스템의 오차분석을 수행할 수 있다[3,4]. 이와 같이 랜덤입력서술함수를 이용하는 방법과 같이 입력과 출력의 랜덤요소만을 고려하여 선형화시키는 공분산정합법이 있는데, 이 방법은 근사식의 분산과 실제의 비선형함수의 분산이 같도록 정의하여 유도되는 선형화 방법이다.

본 논문에서는 이와 같은 통계적인 선형화 방법을 이용하여 유도무기의 성능분석을 공분산해석법으로 수행하고자 함에 있다. 그러나 이와 같은 선형화 방법들은 비선형요소들이 함수로 표현되는 경우에만 사용이 가능하므로, 유도무기에서의 공력계수등과 같이 주요 비선형요소가 표값으로 주어지는 경우에는 통계적인 선형화 방법을 사용할 수 없다. 따라서 여기에서는 표값등을 2차함수로 근사시키고, 이 근사식에 통계적인 선형화 방법을 적용하도록 한다.

본 논문의 내용은 2장에서 연구의 대상으로 설정한 유도무기체계의 구조에 대하여 살펴보고, 3장에서는 유도무기의 비선형함수를 선형식으로 근사시킬 통계적인 선형화 방법에 대하여 서술하도록 한다. 또한 공력계수등의 표값을 선형화시키기 위한 방법을 4장에 서술하고, 5장에서는 간단한 시뮬레이션의 결과를 살펴보고 6장에서 결론과 함께 앞으로의 남은 과제등에 대하여 서술하도록 하겠다.

2. 유도무기의 구조

본 논문에서 성능분석의 대상으로 설정한 유도무기는 시선지령식 유도방법을 사용하는 지대공 유도무기를 사용하였다. 지대공 유도무기체계는 비선형 미분방정식으로 표현되는 유도무기의 동력학 모델과 이를 유도명령에 따라 제어하는 자동조종장치, 추적레이다 등을 포함하여 유도무기의 목표물과 유도무기를 측정하고 이로부터 유도에 필요한 정보를 추출하는 관측장비, 그리고 관측장비로부터 얻은 정보를 이용하여 유도무기를 목표물에 유도하는 유도법칙등을 포함하는 매우 복잡한 시스템으로, 그림2.1은 이와 같은 유도무기체계의 일반적인 체계흐름도를 보여주고 있다. 그림에서 비선형 공력학모델은 뉴톤의 역학법칙으로부터 수학적으로 모델링된 것이다. 3차원 공간을 운동하는 물체의 운동방정식은 물체의 이동에 대한 세축의 변수와 물체의 자세에 대한 세축의 변수등 여섯개의 자유도(6-degree of freedom)를 지니고 있으며, 이들의 변화율에 관한 변수등을 포함하여 12개의 변수들을 지닌 복잡한 비선형 미분방정식(nonlinear differential equation)으로 나타난다. 특히 이들은 공력계수등이 표값으로 주어지는 등,

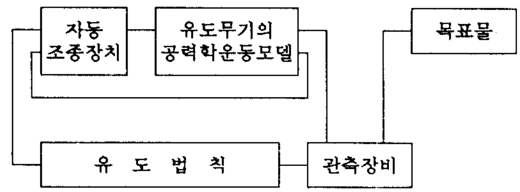

그림2.1 유도무기체계의 흐름도

Fig 2.1 Block diagram of guided weapon system

함수로 표현되지 않는 비선형성을 지니고 있으므로 이들의 선형화 근사식을 구하는 문제는 용이하지 않다.

이와 같은 유도무기의 운동모델과 함께 체계의 내부순환로를 구성하는 자동조종장치는 유도법칙으로부터 계산된 유도명령을 유도무기가 수행하도록 제어하는 제어기의 모델로서 그 물리적인 구동장치의 특성으로 인한 비선형적인 특성을 지니게 된다[7-9]. 이들이 구성하는 내순환경로는 자동조종장치의 궤환제어로 인하여 유도무기가 지니는 제원등에 관한 오차에 대하여 유도무기체계가 강인성을 갖게 된다. 이 외에도 목표물에 대한 모델은 그 용도 및 특성에 따라 다양하게 모델링될 수 있으나, 여기에서는 이미 알고 있는 질점운동으로 가정하여 간단한 모델을 취하였다.

이와 같은 모델들로부터 얻어진 정보들은 관측장비를 통하여 유도명령을 산출하는데 사용되며, 관측장비는 도플러레이다를 사용하는 것으로 고려하였다. 관측장비로부터 측정되는 양들은 유도무기나 목표물의 위치변수들에 대한 비선형 측정식으로 나타나게 된다. 관측장비로부터 측정된 정보들은 적절한 필터들을 통하여 측정잡음들이 제거되며, 이들은 유도법칙에 의거하여 유도명령을 산출하는데 사용된다. 여기에서는 측정방정식을 제외하고는 모두 선형식으로 표현되므로 비선형 측정식에 대한 선형근사식만을 구하면 직접적으로 공분산해석을 수행할 수 있게 된다.

이와 같이 얻은 유도무기와 목표물에 대한 정보로부터 유도명령을 산출하는 법칙은, 유도무기의 전 유도구간에서 시선지령식 유도법칙을 사용하도록 고려하였다. 시선지령식 유도법칙을 임무수행의 끝까지 사용할 경우에는 목표물과 유도무기사이의 거리가 가까와질수록 점점 더 큰 옆방향의 가속도가 필요하게 되어 과도한 유도명령을 요구하게 되므로, 주로 유도무기의 중기유도에 많이 사용된다. 따라서 이를 종단유도까지 사용하게 될 경우에는 이를 고려하는 유도법칙이 보강되어야 한다. 여기에서는 유도법칙을 유도무기와 목표물사이의 시선오차를 보상하는 유도명령과 중력을 보상하기 위한 유도명령, 그리고 시선지령식 유도법칙을 종단유도까지 사용하기 위한 보상으로 목표물의 운동을 미리 예견하여 유도하는 바로먹임명령등의 세 부분으로 나누어 구성하였다. 이들 각 부분의 유도명령산출에 필요한 모든 정보들은 관측장비의 측정치와 이로부터 추정되는 값들로 구성된다. 이와 같은 유도법칙들은 유도무기의 상태변수들에 대한 비선형으로 주어지지만, 측정치나 추정치로부터 선형적으로 계산될 수 있으

므로 공분산해석의 적용에 무리가 없다. 이와 같이 산출된 유도명령은 유도무기가 지니고 있는 물리적인 특성에 따라 일정한 크기내로 조절되도록 하였으므로, 이러한 현상도 비선형적인 특성으로 고려된다.

이상과 같이 유도무기체계는 여러가지 다양한 서브시스템들로 구성되며, 각 서브시스템들은 여러형태의 비선형적인 특성을 지니고 있다. 각 서브시스템들은 독자적인 오차요인들을 포함하고 있으며, 각각의 오차요인들은 다른 서브시스템의 동특성과 전체 시스템의 성능에 영향을 주게 된다. 그러나, 이들에 의한 전체시스템의 성능에 끼치는 영향은 각 서브시스템들이 지니고 있는 비선형적인 특성으로 인하여 일정한 형태로 나타나지 않게 되므로 해석적인 방법으로 각 오차들의 영향을 파악하기가 매우 어렵다[3,4]. 본 논문에서는 이와 같은 유도무기체계에서 각 부분을 통계적인 선형화 방법을 통하여 선형으로 근사시키고, 선형으로 근사된 모델에 공분산해석법을 적용하여 그 결과를 살펴보았다.

3.통계적 선형화 방법

랜덤요소를 지닌 비선형시스템을 선형화시키는 방법은 여러가지가 있으며, 이들 중에서 비선형시스템이 지니고 있는 특성에 따라 변화하는 입력등의 통계적인 특성을 출력측에서 선형적으로 해석하기 위하여 통계적인 특성만을 선형화시키는 통계적 선형화 방법이 있다.[3-5] 여기에서는 편의상 식(1)과 같이 주어지는 단일입출력 비선형함수의 입출력관계를 선형적으로 근사시키는 방법을 살펴보자.

$$y = f(x) \tag{1}$$

여기에서 x는 비선형 함수의 입력이고, y는 비선형 함수의 출력이다. 이 때 비록 x의 통계적인 특성이 유한개의 통계적인 변수로 결정된다고 할지라도, 함수 $f(\cdot)$의 비선형적인 특성에 의하여 출력 y의 통계적인 특성은 x와 같이 유한개의 통계적인 변수만으로 설명할 수 없는 경우가 대부분이다. 따라서 적절한 근사방법을 통하여 x를 설명하는 유한개의 통계적인 변수로 표현되는 유한개의 통계적인 변수로 y의 통계적인 특성을 설명할 수 있도록 하는 것이 필요하다. 여기에서는 평균과 분산만를 고려하기로 하였으므로 이들만을 고려하여 출력을 통계적인 특성에 따라 선형화시키는 방법으로써 식(2)와 같이 평균값 M과 랜덤요소의 합으로 표현하는 식을 구성할 수 있으며, 이때의 랜덤요소는 입력의 랜덤요소인 $(x-m)$이 출력에 선형적으로 나타난다고 가정한다.

$$\tilde{y} = M + N(x-m) \tag{2}$$

즉 y의 근사식을 그 평균 M과, M으로부터 분산되어 있는 랜덤요소를 입력 x가 그 평균 m으로부터 분산되어 있는 랜덤요소 $(x-m)$의 N배로 표현하는 방법이다. 이때 M과 N을 선정하는 방법에 따라 그 결과는 달라지게 된다. 먼저 기존의 랜덤입력서술함수를 이용하는 방법에서는 $\tilde{y}$가 지니는 y와의 오차를 다루게 된다. 즉 $\tilde{y}$가 지니는 오차의 제곱평균이 최소가 되도록 하는 M과 N을 선택하여 식(2)의 근사식을 구성하게 된다. 이와 같은 M과 N을 구하기 위하여 $\tilde{y}$가 지니는 y와의 오차를 e라 하면 e는 식(3)과 같이 표현된다.

$$e = y - \tilde{y} = f(x) - M - N(x-m) \tag{3}$$

$\tilde{y}$의 오차 e를 제곱하여 그 평균을 취하면 식(4)와 같이 구해지고, 식(4)에서 M과 N의 2차항의 계수는 각각 1과 $E\{(x-m)^2\}$으로서 양의 값을 가지므로, 각각에 대하여 식(4)는 오목함수되며, 따라서 각각의 특정한 값에 대하여 식(4)는 최소값을 갖게 된다. 식(4)가 최소값을 지닐 때의 M과 N을 구하면 이들은 각각 식(5)와 식(6)의 형태로 나타나게 된다.

$$E\{e^2\} = E\{f^2(x)\} + M^2 + N^2E\{(x-m)^2\} + 2MNE\{(x-m)\} - 2ME\{f(x)\} - 2NE\{f(x)(x-m)\} \tag{4}$$

$$M = E\{f(x)\} \tag{5}$$

$$N = \frac{E\{f(x)(x-m)\}}{E\{(x-m)^2\}} \tag{6}$$

그러나 실제의 사용에 있어서는 식(5)와 식(6)으로 주어지는 M과 N을 구할 수 있어야 하는데, 출력의 평균 M을 구하기 위하여서는 입력 x가 지니는 확률밀도함수를 알아야 하고, 또한 식(6)으로 주어지는 N을 구하기 위하여서는 입력과 출력의 상호확률밀도함수를 알아야 한다. 게다가 모든 확률밀도함수를 알고 있다 할지라도 이들을 구하는 것은 쉬운 문제가 아니다. 참고문헌 [5]에서는 입력이 정규분포의 특성을 지니고 있을 경우의 몇가지 비선형 함수에 대한 M과 N을 구하여 도표로 작성하여 놓았다. 이들에 대하여 살펴보면, 입력이 정규분포의 확률밀도함수를 지니고 있을 경우에는 식(5)에서의 출력의 평균은 식(7)과 같은 적분식으로 나타나는데, 특히 식(6)으로 표현되는 N은 식(8)과 같이 식(7)로 주어지는 M을 입력의 평균 m에 대하여 미분한 결과식으로 주어지므로 이를 구하는 데에 매우 유리한 형태가 된다.

$$M = E\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}(f(x))\, exp\left(\frac{-1}{2}\left[\frac{x-m}{\sigma}\right]^2\right)dx \tag{7}$$

$$N = \frac{\partial M}{\partial m} \tag{8}$$

이와는 달리 공분산 정합법에서는 $\tilde{y}$의 근사오차를 고려하지 않고 단지 식(9)와 같이 $\tilde{y}$의 평균이 y와 같도록 M을 결정하고, 동시에 식(10)과 같이 $\tilde{y}$의 분산이 y의 분산과 같도록 N을 결정하게 된다. 이와 같이 의미에서 M과 N을 구하게 되면, 이들은 각각 식(11)과 식(12)와 같이 나타나게 된다[10].

$$E\{y\} = E\{\tilde{y}\} = E\{M + N(x-m)\} = M \tag{9}$$

$$E\{(y - E\{y\})^2\} = E\{(\tilde{y} - E\{\tilde{y}\})^2\} = N^2 E\{(x-m)^2\} \tag{10}$$

$$M = E\{y\} = E\{\tilde{y}\} \tag{11}$$

$$N^2 = \frac{E\{(y - E\{y\})^2\}}{E\{(x-m)^2\}} = \frac{E\{y^2\} - M^2}{E\{(x-m)^2\}} \tag{12}$$

여기에서 살펴보면, 평균 M은 두가지의 방법이 모두 같은 결과를 지시하고 있지만, 분산을 나타내는 N은 두가지의 방법이 서로 다른 결과를 나타내게 된다. 이와 같은 차이점은 식(1)과 같이 시스템의 동특성이 고려되지 않는 비선형식

이나 이산시스템에서는 확연하게 나타나지만, 동특성을 지닌 연속시스템에서는 두가지의 방법이 모두 동일한 결과를 가져오게 된다.

식(11)과 식(12)등과 같이 구한 N과 N을 이용하여 식(2)와 같은 형태의 근사식을 구할 수 있다. 이와 같은 형태의 근사식은 식(1)의 비선형식을 선형화시킨 것과는 다르다. 실제로 N은 m과 P의 복잡한 비선형식으로 표현되며 N도 마찬가지이다. 다만 비선형요소의 출력 y를 비랜덤요소와 랜덤요소로 구분하여 표현하되 입력의 평균과 랜덤요소의 함수로 표현하였을 따름이다. 그러나 시스템에 비선형요소가 포함되어 있을 경우에는 이러한 형태로 비선형요소를 표현하여 선형시스템에서와 같은 방법으로 공분산해석법을 직접 사용할 수 있는 장점을 지니게 된다.

이상과 같이 식(1)로 주어지는 비선형요소를 식(2)의 형태로 입력의 랜덤요소와 출력의 랜덤요소가 선형적인 관계를 나타내도록 하는 근사방법에 대하여 살펴보았다. 이 근사방법은 비선형요소의 출력을 그 입력의 통계적인 특성으로 표현하되, 그 근사식의 분산과 평균을 실제 출력의 분산과 평균과 같도록 하는 방법이다. 또한 식(2)에서 알 수 있듯이 출력의 랜덤요소는 입력의 랜덤요소가 N배 증폭되어 나타난 형태이므로, 그 분포형태는 입력의 분포형태와 같도록 근사한 것이다. 이러한 형태는 랜덤입력서술함수를 이용하여 선형화시키는 방법과 같이 통계적 선형화 방법이라 한다. 그러나 랜덤입력서술함수를 이용하는 방법은 비선형함수의 입력과 출력의 통계적인 특성이 지니는 상관관계로부터 유도되고 있는 반면에, 공분산정합법은 단지 그 평균과 분산을 실제의 것과 같도록 하여 유도되는 점이 크게 다르다.

실제의 경우에 있어서는 비선형요소의 출력은 그 분포형태가 입력의 분포형태와 같지 않다. 따라서 근사식의 가정은 오차를 유발시키게 된다. 또한 모든 비선형함수에 대하여 식(7)과 식(8), 식(11), 그리고 식(12)로 주어지는 근사식의 요소들을 구할 수는 없으며, 정규분포를 지니는 입력에 대하여서는 비교적 상당히 많은 경우에 대하여 이들을 구할 수 있으므로 입력의 정규분포성은 상당히 중요한 비중을 차지한다. 또한 유도무기의 공력계수들이나 각종 제어칙의 제어이득등이 표값으로 주어지므로 이에 대한 고려가 요구된다.

4. 공력계수의 선형화

앞장에서 살펴보았던 통계적인 선형화 방법은 시스템의 비선형성이 함수의 형태로 주어져 있어, 이와 같은 비선형함수의 출력이 지니는 평균과 분산을 계산할 수 있어야 사용이 가능한 방법이다. 그러나 유도무기체계에서는 비선형성을 가장 많이 포함하고 있는 부분이 공력계수부분으로서, 이 부분은 표값으로 주어져 있어서 매번의 사용때마다 상황에 알맞는 공력계수를 표값으로부터 읽어들이도록 되어있다. 또한 자동조종장치등에서 몇몇의 제어이득에 관한 계수들도 상황에 따라서 표값으로 주어져 있어 이들도 역시 공력계수부분과 함께 통계적인 선형화의 변수들을 구할 수 없는 부분이 된다. 따라서 이 부분들에 대하여 앞장에서 설명한 통계적인 선형화 방법들을 사용하기 위하여서는 이들 표값들을 일정한 함수형태로 표현하여야 한다.

이와 같이 표값으로 주어진 부분들을 선형화시키기 위하여서는 곡선근사(curve fitting)방법을 이용하여 각 독립변수별로 다항식을 구성하여 사용할 수 있다. 본 논문에서도 이를 이용하여 각 공력계수들을 이를 구할 때 입력으로 사용되는 각각의 독립변수들에 대한 2차함수로 근사시키고, 이와 같이 얻어진 2차 함수에서 통계적인 선형화의 변수들을 구하는 방법을 사용하였다[11]. 이러한 과정을 살펴보기 위하여 식(13)과 같이 유도무기의 속력(Mach number)과 공격각(angle of attack), 그리고 제어편각에 의하여 결정되는 공력계수의 표값으로부터 통계적인 선형화의 변수를 구하는 과정을 살펴본다.

$$\begin{aligned} C(M, \alpha, \delta) &= C(u, v, w, \delta) \\ &= a(v_o, w_o, \delta_o)\, u^2 + b(v_o, w_o, \delta_o)\, u + c(v_o, w_o, \delta_o) \end{aligned} \tag{13}$$

식(13)에서 마하수 M 은 유도무기의 각 축의 속도성분인 u와 v, 그리고 w의 함수이고 공격각 α도 u와 w의 함수이므로 주어진 공력계수는 유도무기의 상태변수인 u와 v, w, 그리고 자동조종장치의 상태변수인 δ의 함수로 표현할 수 있다. 이와 같이 표현된 공력계수를 u에 대한 2차식으로 근사시키기 위하여서는 3개의 서로 다른 u에 대한 공력계수값을 알아야 한다. 이때 u를 제외한 나머지 변수들은 상수로 하고 u만을 변화시켜 3개의 공력계수값을 구하도록 한다. 이와 같은 근사의 목적이 상태변수의 평균과 분산의 전개과정을 살펴보는데 있음을 상기하면 u의 세점은 u의 평균과 이로부터 u의 분산치에 대한 일정비율만큼 떨어진 두 점등 3점으로 선택하고, 이들의 공력계수값으로부터 라그랑제 보간다항식(Lagrange interpolating polynomail)을 이용하여 공력계수를 u의 2차식으로 표현할 수 있다. 이와 같이 구한 2차식의 계수들은 식(14)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} C_l &= C(u_o-\sigma_u,\ v_o,\ w_o,\ \delta_o) \\ C_n &= C(u_o,\ v_o,\ w_o,\ \delta_o) \\ C_h &= C(u_o+\sigma_u,\ v_o,\ w_o,\ \delta_o) \\ a &= \frac{C_h + C_l - 2C_n}{2\,\sigma_u^2} \\ b &= \frac{C_h - C_n}{\sigma_u} - (2\,u_o + \sigma_u)\,a \\ c &= C_n - b\,u_o - a\,u_o^2 \end{aligned} \tag{14}$$

식(14)의 계수들로 구성된 식(13)의 2차식에서 통계적인 선형화의 변수를 구할 수 있으며, 같은 방법으로 나머지 상태변수들에 대한 선형화의 변수들을 구할 수 있다. 이들은 모두 식(15)와 표현될 수 있으며, 각 상태변수들의 평균치로부터 구한 공력계수의 값과 이들이 독립적으로 변화할 때의 공력계수의 변화량들, 그리고 이들의 랜덤요소에 의한 공력계수의 랜덤요소들의 합으로 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
& C(u, v, w, \delta) \\
&= M_u + N_u\,(u - u_o) \\
&= M_v + N_v\,(v - v_o) \\
&\quad \vdots \\
&= M_{co} + \partial M_u + \partial M_u + \cdots + N_u(u-u_o) + N_v(v-v_o) + \cdots \qquad (15)
\end{aligned}
$$

식(15)에서 M_{co}는 모든 독립변수를 그 평균치로 하였을 때의 값이고, ∂M_u는 공력계수의 평균이 독립변수 u만을 변화시켰을 때 M_{co}로부터의 변화량을 의미하고, N_v는 v의 랜덤요소가 공력계수의 랜덤요소에 끼치는 변화량을 의미한다. 이와 같은 방법으로 표값으로 주어지는 비선형함수들을 통계적인 선형화 근사식으로 근사시킬 수 있으며, 이를 이용한 시뮬레이션 결과를 간단하게 다음 장에서 살펴보았다.

5. 시뮬레이션

이상과 같은 방법으로 복잡한 비선형성을 지닌 유도무기체계를 통계적인 선형화 방법을 이용하여 공분산 해석법을 적용하여 보았다. 시뮬레이션의 조건은 초기 위치의 목표물 고각이 10° 인 거리가 4km이며, 속도의 방향벡터가 초기 시선축으로부터 30° 옆으로 비껴 지나가는 목표물을 선정하였다. 또한 전체 시스템의 각 부분이 지니는 오차의 정도에 따르는 성능의 분석을 위하여 각 서브시스템의 입력에 인위적으로 일정량의 랜덤오차를 조정할 수 있도록 구성하였다. 또한 공력계수등의 표값에서 각 상태변수에 대한 2차식의 구성에는 그들의 평균과 평균치로부터 각각 1σ 만큼 떨어진 2점등의 3점에서의 값을 이용하였는데, 이는 랜덤요소의 68%정도가 통계적인 선형화에 사용되었음을 말해주고 있다.

이와 같이 구성한 시뮬레이션 프로그램을 이용하여 유도무기체계에서의 초기치에 관한 랜덤오차의 영향과 유도명령에 포함된 랜덤오차등을 살펴보았다. 여기에서 성능평가의 지표는 유도무기와 목표물이 지니는 최소상대거리로 하였으며, 그 평균치가 최소를 나타낼 때의 분산치를 살펴보았다. 특히 본 논문에서 사용된 유도무기체계의 시뮬레이션 프로그램은 유도무기의 공력학적인 모델과 자동조종장치등에 대하여 고려된 것이다.

먼저 그림5.1은 초기치에 포함된 각상태변수의 분산들을 모두 같게하여 그 크기를 변화시켜가며 얻은 평균과 분산이다. 그림에서 보면, 초기오차의 분산치가 커지면서 최소거리의 평균과 분산이 모두 증가함을 알수 있는데, 초기치가 0.00002정도부터는 그 최소거리가 거의 의미가 없음을 알 수 있다. 즉, 초기치의 오차들이 그보다 크면 유도무기가 더이상의 임무를 수행하는 것이 불가능함을 말해주고 있다. 여기에서는 거리에 관한 상태변수들의 단위는 m이고, 각에 관한 상태변수들은 라디안(radian)을 단위로 하였다. 그림에서와 같이 큰 거리오차의 원인은 대체적으로 거리나 속도에 관한 초기치보다도 각이나 각속도에 관한 초기치들에 의하여 심한 영향을 받게된다.

그림5.2는 유도명령에 포함된 랜덤오차에 의한 최소거리의 변화를 살펴본 그림이다. 여기에서는 비교적 초기오차에 의한 성능의 영향보다 그 변화가 안정되어 있음을 알 수 있다. 이는 유도명령이라는 단일오차원에 의한 효과인데, 여기에서도 유도명령에 의한 랜덤오차가 그 크기보다 0.02% 이상의 랜덤요소를 지닐 경우에는 그 임무를 수행할 수 없음을 보여주고 있다. 그러나 랜덤오차의 그키가 그보다 적을 경우에는 1m ~ 2m 정도의 최소거리를 나타내고 있으며, 그 분산치도 상당히 적음을 알 수 있다. 이와 같은 결과에서 주의하여야 할 사항은 이때의 오차들이 완전한 랜덤요소들에 의한 결과라는 점이다. 실제의 유도무기에 부가되는 오차원들은 이러한 램덤오차들 외에도 랜덤상수효과를 나타내는 오차원들도 있으나, 앞에서 살펴본 바와 같이 통계적인 선형화의 근사방법은 이들을 모두 표현할 수 있는 것은 아니다. 따라서 이와 같은 선형화 기법들을 이용하여 분석하는 내용들은 이를

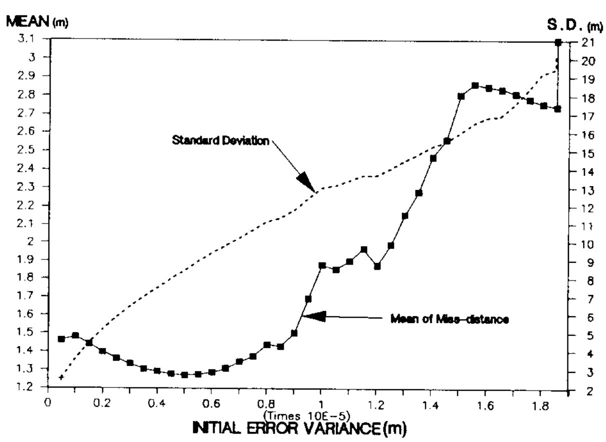

그림5.1 초기치 랜덤오차의 영향

Fig 5.1 Initial random component effects

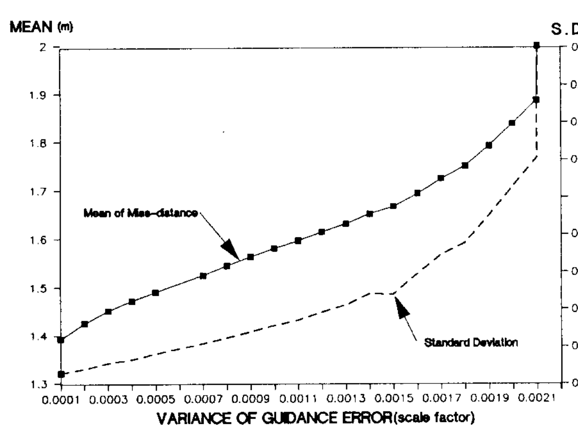

그림5.2 유도명령 랜덤오차의 영향

Fig 5.2 Guidance command random component effects

고려하여 분석하여야 한다.

6. 결론

유도무기체계와 같이 복잡한 시스템의 성능분석에 있어서 통계적인 선형화 방법을 사용하여 그 선형화 근사식을 구하고, 이로부터 공분산해석법을 이용하는 기법에 대하여 고찰하여 보았다. 통계적인 선형화 방법은 비선형함수에 있어서 그 통계적인 특성만을 선형화시키는 방법이다. 유도무기체계에서는 이를 이용하기 위하여 공력계수등 표값으로 주어진 비선형함수들을 2차식으로 표현하여 사용하였다.

5장에서의 시뮬레이션의 결과는 유도무기에서의 초기치에 의한 체계성능의 영향은 상당함을 알 수 있었다. 또한 이와 같은 분석법을 사용하여 각 서브시스템이 지닐 수 있는 랜덤 오차의 한계를 고찰할 수 있었다. 몬테칼로모사법으로는 주어진 랜덤오차의 조건에서 유도무기의 성능에 대한 변화를 고찰할 수 있었으나, 여기에서와 같이 그 한계를 고찰하기에는 매우 많은 모사실행이 요구되었었다. 그러나 통계적인 선형화 방법을 이용한 유도무기의 근사모델에서 이와 같은 결과를 쉽게 얻어낼 수 있었다.

이와 같은 선형화 근사식의 모델에서 모든 종류의 오차들에 대한 성능분석이 가능한 것은 아니다. 선형화 과정에서 알 수 있듯이 공분산해석으로 분석이 가능한 오차들은 램덤오차들이며, 실제로 유도무기의 성능분석에 필요한 각각의 오차 모델들은 램덤요소들 뿐만이 아니고 랜덤상수등의 오차들도 포함하고 있다. 따라서 이들의 처리에 대한 연구가 계속 진행되어야 할 것이다.

특히 5장에서 살펴본 결과들은 유도무기와 목표물과의 상대거리에 대한 평균치가 최소로 될 때의 시간에서 살펴본 것으로 이러한 결과들은 이를 몬테칼로모사법으로 실행한 결과와 비교하기가 어렵다. 몬테칼로 모사법은 시간에 관계없이 그 상대거리가 최소로 되는 경우를 고려하지만, 공분산 해석법에서는 그 평균치가 최소가 되는 시간에서의 분산치를 살펴보는 것이기 때문이다. 따라서 이와 같은 경우에 있어서는 같은 시간에서의 분산치의 비교로써 가능하게 된다. 또한 유도무기체계의 성능분석에 있어서 이러한 단점을 고려하기 위하여 일정한 시간까지는 공분산 해석법을 적용하여 살펴보고, 그 이후의 시간부터는 몬테칼로모사실행으로 분석하는 등의 방법을 고려할 수도 있다.

이상에서 유도무기체계와 같은 복잡한 비선형시스템에서 공분산 해석법을 이용할 수 있는 통계적 선형화 방법과 이를 이용할 수 있는 기법에 대하여 고찰하여 보았다. 이와 같은 결과에서 통계적인 선형화 방법이 유리하게 적용될 수 있는 분야를 검토할 수 있었고, 또한 여러가지의 문제점들을 살펴볼 수 있었다.

● 본 연구는 국방과학연구소의 지원에 의하여 이루어졌음을 밝혀드립니다.

참고문헌

[1] M.H.Kalos, and P.A.Whitlock, *Monte Carlo methods, Volume I : Basics*, John Wiley & Sons, Inc., 1986.

[2] R.C.Booton, Jr., "Nonlinear control systems with random In puts," Transactions on the IRE, Professional Group on Circuit Theory, Vol.CT-1, No.1, pp.2-7, March 1954.

[3] A.Gelb, and R.S.Warren, "Direct statistical analysis of nonlinear systems : CADET," AIAA Journal, Vol.11, No.5, pp.689-694, May 1973.

[4] J. H. Taylor, *Handbook for the direct statistical analysis of missile guidance systems via CADET™*, The Analytic Sciences Corp., Report No. TR-385-2, May 1975.

[5] A.Gelb, and V.E.VanderVelde, *Multiple-input describing functions and nonlinear system design*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1968.

[6] D.P.Atherton, *Nonlinear control engineering*, Van Nostland Reinhold Co. Ltd., London, 1975.

[7] J.H.Blakelock, *Automatic control of aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, Inc., 1965.

[8] Broxmeyer, *Inertial navigation systems*, McGraw-Hill, 1964.

[9] P.Garnell, and D.J.East, *Guided weapon control systems*, Pergamon Press, 1977.

[10] 이장규, 이연석, "이산 비선형시스템에서의 준최적추정자," 전기학회지, 1990년 9월 게재예정.