

## 자기동조 퍼지 PI 제어기의 설계와 응용

이 성주<sup>o</sup> 오 성권 남 의석 황 희수 이석진 우 광방  
연세대학교 공과대학 전기공학과

## Design and Application of Self Tuning Fuzzy PI Controller

Seong-Ju Lee Sung-Kwon Oh Eui Suck Nam  
Hee-Soo Hwang Seok-Jin Lee Kwang-Bang Woo

Department of Electrical Engineering  
Yonsei University

### Abstract

This paper presents an approach to self-tuning PI control of dynamic plants, based on fuzzy logic application. A fuzzy logic composed of linguistic conditional statements is employed by defining the relations of input-output variables of the controller.

In the synthesis of a fuzzy logic controller, one of the most difficult problem is the selection of linguistic control rules and parameters. To overcome this difficulty, self-tuning fuzzy PI controller (STFPIC) with a hierarchical structure in which the fuzzy PI controller is assigned as the lower level and the rule modification and parameter adjustment as the higher level. The rules and parameters are generated by the adjustment of membership function through performance index(PE). In this paper, the algorithm for of the controller performance is estimated by means of computer simulation.

### 1. 서론

제어기의 설계 목적은 제어되는 플랜트의 동적 특성 보상이 된다. 이런 관점에서 파라미터 동조나 설계의 간편성 때문에 PI 제어기가 산업 플랜트의 제어에서 가장 잘 정립되어 있고 광범위하게 사용되는 방법으로 각광을 받고 있다. 그러나 플랜트와 선형적인 관계를 가지는 기존의 PI 제어기는 제어 환경 및 파라미터의 변화에 민감하며, 복잡하거나 비선형적인 플랜트에서는 좋은 결과를 기대할 수 없다.

퍼지 논리 제어기는 인간의 경험 및 지식에 근거하는 다수의 언어적 제어 규칙을 사용하기 때문에 플랜트가 비선형적일 경우 퍼지 논리 제어기로 플랜트를 제어하는 것이 적절함이 증명되어져 왔다. 그러나 인간의 지식을 완벽하게 언어적 제어 규칙으로 표현하는데는 어려움이 있으며 퍼지 제어기의 구성에 있어서 가장 어려운 문제의 하나가 대상 플랜트에 적합한 언어 제어 규칙의 선정 및 적절한 파라미터의 선정이라고 할 수 있다. 따라서 퍼지 논리 제어기의 응답 평가를 통해 언어적 제어규칙의 변경이나 제어 시스템의 파라미터를 자동 조정하기 위한 새로운 알고리즘이 요구된다.

본 논문에서는 퍼지 PI 논리 제어기에 기초한 실험적 언어 규칙의 수정 및 파라미터의 조정을 통해 자동적으로 제어기의 성능을 개선해 나가는 알고리즘이 제시된다. 즉 하위 레벨에 퍼지 PI 논리제어기를, 상위 레벨에 언어 규칙 및 파라미터의 수정부를 지니며 평가 기준에 의해 자동적으로 규칙 및 파라미터를 수정해 나가는 자기조정 퍼지 PI 논리 제어기를 설계한다.

마지막으로 제시된 자기조정 퍼지 PI 논리 제어기를 지연 시간을 갖는 1계 및 2계 플랜트에 적용한 결과 Computer Simulation을 통해 보다 작은 오버슈트(Overshoot), 빨라진 응답시간(rising time) 등의 주목할만한 개선이 이루어 질 수 있다.

### 2. 퍼지 PI 제어기

자기조정 퍼지 PI 제어기의 기본적인 구성도가 그림 2.1에 나타내어져 있다.

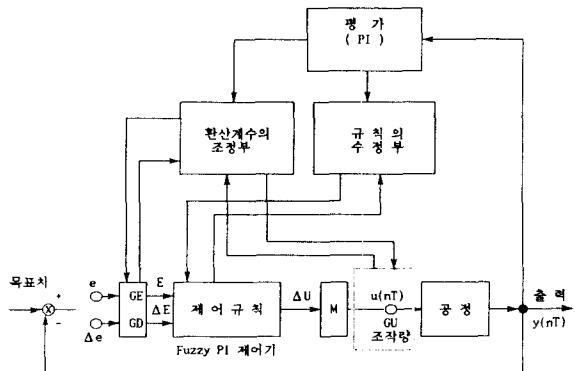


그림 2.1 자기조정 퍼지 PI 제어기의 구성도

퍼지 PI 제어 알고리즘은 일반적으로 식 2-1의 형태를 취하는 N개의 독립적인 제어 규칙들로 구성된다.

$$R_k: \text{IF } E \text{ is } A, \Delta E \text{ is } B \text{ THEN } \Delta U \text{ is } C \quad 2-1$$

여기서  $R_k$ : k번째의 제어 구현 규칙 ( $k = 1, 2, \dots, N$ )

N : 제어 구현 규칙의 수

E : 오차(error) 값      A, B, C: 언어 변수

$\Delta E$ : 오차의 변화값

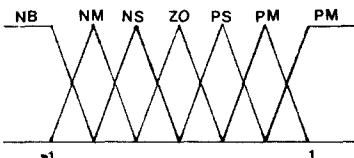
$\Delta U$ : 플랜트 제어 입력의 변화값

전건부 및 후건부의 언어적 제어 변수는 오차(E) 및 오차의 변화값( $\Delta E$ )에 대해 각각 NB(negative big), NM(negative medium), NS(negative small), ZO(zero), PS(positive small), PM(positive medium), PB(positive big)의 7개로 구성되어 있으며 전체적인 제어 규칙이 표 2.1에 나타내어져 있다.

표 2.1 언어적 제어 구현 규칙

	$\Delta E$						
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
E	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NB	NS	ZE	PS	PM
	ZO	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
	PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
	PM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB
	PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB

위에 제시된 제어규칙에 대한 멤버쉽 함수는 그림 2-2에 보여진 것과 같이 각각 삼각형 형태를 사용하고 있으며, 구간 [-1, 1]로 정규화 시키고 있다.



논리 집합 영역 E,  $\Delta E$ , U는 이산치, 유한개이며 다음의 요소들로 구성된다.

$$E = \{e\}, \Delta E = \{\Delta e\}, U = \{u\}$$

퍼지 부분집합  $E_k$ ,  $\Delta E_k$ ,  $U_k$ 는 식 2-2와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} E_k &= \{(e, \mu_{E_k}(e))\} \\ \Delta E_k &= \{(e, \mu_{\Delta E_k}(\Delta e))\} \\ U_k &= \{(e, \mu_{U_k}(u))\} \end{aligned} \quad 2-2$$

합성 구현 규칙들의 제어 알고리즘은 다음과 같은 언어적인 관계의 형태로 나타낸다.

$$R = R_1 \text{ ELSE } R_2 \text{ ELSE } \dots \text{ ELSE } R_N \quad 2-3$$

근사 추론 과정에 의해 전체 논리영역  $E \times \Delta E \times U$  상에서 k 번째의 규칙의 3차원으로 된 관계행렬  $R_k$ 는 다음과 같다.

$$R_k = E_k \times \Delta E_k \times U_k$$

$R_1, R_2, \dots, R_n$ 은 OR로 결합되어 있기 때문에 N 개의 전체 제어규칙은 다음과 같이 표현된다.

$$R = R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_n = \bigcup_{i=1}^n R_i$$

입력이  $E_k, \Delta E_k$ 이면 출력  $U_k$ 는 다음과 같이 max-min compositional rule에 의해 구해진다.

$$U_k = R \circ (E_k \times \Delta E_k) \quad 2-4$$

$$U_k(U) = \max[R(E, \Delta E, U) \wedge E_k(E) \wedge \Delta E_k(\Delta E)] \quad 2-5$$

퍼지 제어에서 제어를 위해 측정되는 E,  $\Delta E$ 는 확정된 수치이므로

그 수치를  $e^\circ, \Delta e^\circ$ 로 하면  $E_k, \Delta E_k$ 는 식 2-6과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E_k(E) &= \begin{cases} 1 & \text{for } E = e^\circ \\ 0 & \text{for } E \neq e^\circ \end{cases} \\ \Delta E_k(\Delta E) &= \begin{cases} 1 & \text{for } \Delta E = \Delta e^\circ \\ 0 & \text{for } \Delta E \neq \Delta e^\circ \end{cases} \end{aligned} \quad 2-6$$

$$\begin{aligned} E_k(U) &= R(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \\ &= R_1(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \vee R_2(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \vee \dots \vee R_n(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \\ &= \max(R_1(e^\circ, \Delta e^\circ, U), R_2(e^\circ, \Delta e^\circ, U), \dots, R_n(e^\circ, \Delta e^\circ, U)) \end{aligned} \quad 2-7$$

따라서  $U_k$ 는 식 2-7과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} U_k(U) &= R(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \\ &= R_1(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \vee R_2(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \vee \dots \vee R_n(e^\circ, \Delta e^\circ, U) \end{aligned} \quad 2-8$$

여기서 퍼지 규칙의 전반부에 어느정도 적합한지를 나타내는 적합도  $W_i$ 를 식 2-9와 같이 정의하면

$$W_i = E_i(e^\circ) \wedge \Delta E_i(\Delta e^\circ) \quad 2-9$$

$$U_k^\bullet(U) = [W_1 \wedge U_1(U)] \vee [W_2 \wedge U_2(U)] \vee \dots \vee [W_n \wedge U_n(U)]$$

$$= \bigvee_{i=1}^N [W_i \wedge U_i(U)] \quad 2-10$$

여기서 구한값은 비퍼지화하여  $U^\circ$ 로 만든 다음 실제 프로세스에 입력시킨다.

비퍼지화하기 위해 사용되는 방법은 최대치 기준의 평균(Mean of Maxima Criteria) 또는 중심법(Center of Gravity)이 사용된다.

최대치 기준의 평균에 의하면 멤버쉽값이 최대인 support element  $U^\circ$ 가 출력된다. 이러한 원소가 하나이상일 경우에는 그들의 평균을 취한다.

중심법에 의하면 출력은 다음과 같이 표현된다.

$$U^\circ = \frac{\int U_k^\bullet(U) U dU}{\int U_k^\bullet(U) dU}$$

또는 이산형으로 표현하면 다음과 같다.

$$U^\circ = \frac{\sum U_k^\bullet(U) U}{\sum U_k^\bullet(U)} \quad 2-11$$

이 둘중 일반적으로 중심법에 의한 결과가 더 좋다고 알려져 있다.

제어기에 사용되는 오차, 오차 변환, 프로세스 제어 입력 변화의 값은 그 프로세스에 맞는 값으로 환산 계수를 곱함으로써 변환시킨다. 즉

$$e(nT) = (R - y(nT) \times GE) \times GE$$

$$\Delta e(nT) = (E(nT) - E((n-1)T)) \times GD$$

$$u(nT) = U^\circ(nT) \times GC$$

퍼지 추론 방식으로는 식 2-12와 같은 간략 추론법을 사용한다.

$$\Delta A = \frac{\sum_{i=1}^n w_i * R_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$
2-12

여기서  $w_i$ : 각각의 언어 변수에 대한 멤버십 정도  
 $R_i$ : 각각의 언어변수의 멤버십 정도가 최대일 경우  
 의 논리 영역의 값  
 $\Delta A$ : 언어 변수에 의한 추론값

### 3. 환산 계수(Scaling factor)의 조정 및 규칙의 수정

부하의 변동이 클 경우 일의적으로 설정한 파라미터를 이용하여 제어를 수행할 경우 최적의 결과를 얻기가 힘들 경우가 발생한다. 이러한 경우 제어 결과의 평가로부터 환산계수의 조정이나 언어적 제어규칙의 수정 등을 통해 초기의 환산 계수 및 언어적 제어규칙을 조정하여 일의적으로 설정한 파라미터를 플랜트에 적합하도록 적절한 값으로 변화시켜야 한다. 따라서 이 절에서는 제어 결과의 제어 성능을 평가하고, 이를 토대로 반복적으로 파라미터를 조정하는 환산계수의 반복적 조정 규칙과 실시간에서 제어 응답을 평가하여 파라미터를 조정하는 실시간 파라미터 조정 규칙(언어적 제어 규칙의 수정)에 대해 고찰하며 그의 제어 알고리즘은 다음의 그림 3-1과 같다.

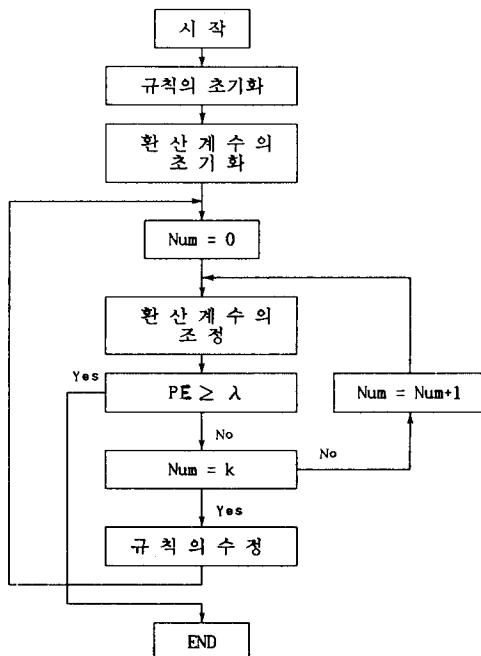


그림 3-1. 자기 조정 제어 알고리즘의 흐름도

#### 3.1 환산 계수(Scaling factor)의 조정

환산 계수의 조정은 퍼지 논리제어기의 제어가 종료되었을 때의 제어 결과를 평가하고 제어기의 파라미터를 재설정하는 방법이다. 제어 결과의 평가로서는 그림 3-2에서와 같이 오버슈트(overshoot) 값, 진폭(amplitude) 및 목표 응답 시간(rising time) 등을 고려한다. 이들의 오차의 정도를 평가하여 파라미터를 조정하는 규칙을 표 3.과 같이 설정한다. 아래의 표에서 오버슈트(overshoot)의 오차  $e_{ov}$ ,

목표 도달시간(rising time)의 오차  $ert$ , 진폭(amplitude)의 오차  $e_{amp}$  는

$$e_{ov} = OV - OV^*$$

$$ert = RT - RT^*$$

$$e_{amp} = AMP - AMP^*$$

여기서  $OV$  : 오버슈트값

$OV^*$ : 오버슈트의 목표값

$RT$  : 목표 도달시간의 값

$RT^*$ : 목표 도달시간의 목표값

$AMP$  : 진폭의 값

$AMP^*$ : 진폭의 목표값

이다.

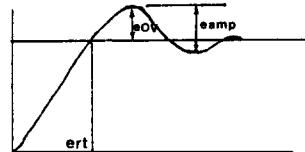


그림 3-2. 제어 성능의 평가

표 3. 환산 계수의 조정 규칙

		후 건 부		
		$\Delta GE$	$\Delta GD$	$\Delta GC$
$e_{ov}$	PE	PB	NS	NB
	NE	NB	PS	PB
$ert$	PE	NB	PB	PB
	NE	PB	NB	NB
$e_{amp}$	PE	PB	NB	NB

환산 계수의 조정규칙에서 각각의 언어 변수에 대한 멤버십 함수는 다음의 그림 3-3 및 3-4에서와 같이 전건부 변수에는 arctan 형을, 후건부 변수에는 삼각형 형태를 사용하여 구간[-1,1]로 정규화시키고 있다.

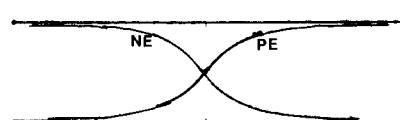


그림 3-3. 전건부의 멤버십 함수

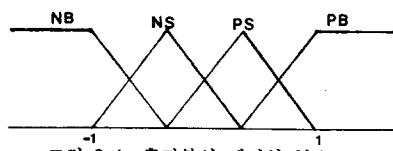


그림 3-4. 후건부의 멤버십 함수

표 3.의 규칙으로부터 파라미터의 수정량  $\Delta GE$ ,  $\Delta GD$ , 및  $\Delta GC$ 의 값을 구하기 위한 추론법으로는 식 2-12에서 제시한 간략 추론법을 사용한다.

환산 계수의 수정은 가장 좋은 결과가 얻어질때 종료되어야 한다. 따라서 제어 종료를 나타내는 평가 기준(PE)을

설정해야 하며, 오버슈트, 진폭 및 목표 도달시간에 대한 평가 기준을 식 3-1과 같이 정의한다.

$$PE = \min \{ \min[\mu_{PEOV}(e_{ov}), \mu_{NEOV}(e_{ov})], \\ \min[\mu_{PERT}(e_{rt}), \mu_{NERT}(e_{rt})], \\ \mu_{AMP}(e_{amp}) \} \quad 3-1$$

여기서  $\mu_{PEOV}$ ,  $\mu_{NEOV}$ ,  $\mu_{PERT}$ ,  $\mu_{NERT}$ ,  $\mu_{AMP}$ 는 각각 오버슈트, 목표 도달시간 및 진폭에 대한 멤버십 값을 나타낸다. 그리고 평가 기준 PE가 식 3-2를 만족하면 제어를 종료하도록 한다.

$$PE \geq \lambda \quad \lambda \in [0, 0.5] \quad 3-2$$

여기서  $\lambda$ 는 종료기준 상수이다.

따라서 이러한 평가기준 및  $\Delta E$ ,  $\Delta GD$ ,  $\Delta CC$ 의 값을 이용하여 파라미터를 식 3-3과 같이 수정한다.

$$\begin{aligned} GE &= GE + (1-PE)*GE \\ GD &= GD + (1-PE)*GD \\ GC &= GC + (1-PE)*GC \end{aligned} \quad 3-3$$

### 3.2 규칙의 수정

환산계수 조정의 제어결과 만으로는 원하는 정도의 출력이 이루어지지 않을 경우 환산계수의 조정부에서 구한 파라미터를 초기 파라미터로 하여 각각의 샘플 주기에서 제어량이 목표 응답에 일치하도록 초기화한 언어적 제어규칙을 실시간으로 조정한다.

규칙의 수정을 위한 언어적 제어 규칙은 다음의 형태를 취하는 N 개의 독립적인 제어규칙들로 구성된다.

$$R_k: IF E \text{ is } A, \Delta E \text{ is } B \text{ THEN } \Delta RC \text{ is } C$$

여기서  $R_k$ : k번째의 언어적 제어 규칙( $k = 1, 2, \dots, N$ )

N : 언어적 제어 규칙의 수

E : 제어량과 목표값과의 오차(error) 값

$\Delta E$ : 오차의 변화값

$\Delta RC$ : 언어적 제어규칙의 보정값

A, B, C: 언어 변수

전체적인 언어적 제어 규칙은 표 1.에 제시되어 있는 제어규칙을 이용하여 각각의 샘플링 주기에서 식 3-4를 이용하여 보정값을 계산한다.

$$RC_{i,NEW} = RC_{i,OLD} + \Delta RC * w_{i,(k-m)} \quad 3-4$$

여기서  $RC_{i,OLD}$  : 샘플링 시간 ( $k-m$ )에서 사용한 규칙의 후 건부의 값

$RC_{i,NEW}$  :  $RC_{i,OLD}$ 의 개선된 값

$w_{i,(k-m)}$  : 샘플링 시간 ( $k-m$ )에서 규칙  $i$ 에 대한 적합도

$\Delta RC$  : 규칙  $i$ 에서의 제어규칙의 보정값

### 4. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서 제어기의 성능 및 특성을 고찰하기 위해 자기조정 편지 PI 제어기를 다음의 식 4-1과 같이 지연 시간을 가지는 플랜트에 인가하여 시뮬레이션을 행하였다. 각

각의 경우에 있어서 샘플링 시간은 0.5초로 설정하였으며 언어적 제어 규칙의 초기값은 표4.1과 같이 설정하였다.

표 4.1 언어적 제어 규칙의 초기값

	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-0.67	-0.33	0.00
NM	-1.00	-1.00	-1.00	-0.67	-0.33	0.00	0.33
NS	-1.00	-1.00	-0.67	-0.33	0.00	0.33	0.67
ZO	-1.00	-0.67	-0.33	0.00	0.33	0.67	1.00
PS	-0.67	-0.33	0.00	0.33	0.67	1.00	1.00
PM	-0.33	0.00	0.33	0.67	1.00	1.00	1.00
PB	0.00	0.33	0.67	1.00	1.00	1.00	1.00

$$\text{Plant 1 : } \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{e^{-2s}}{s+1} \quad 4-1$$

그림 4-1은 평가기준(PE)을 조정할 경우의 출력 결과를 나타내고 있다. 즉 평가기준 상수를 크게 할수록 제어 결과가 더욱 좋아짐을 알 수 있다. 이것은 오차 및 오차의 변화치가 거의 0으로 접근하고 있음을 의미한다.

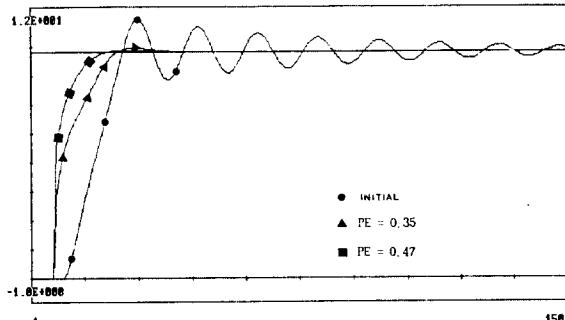


그림 4-1. 평가기준(PE)을 조정할 경우의 출력 결과

그림 4-2 및 4-3은 초기 파라미터를 제어기에 입력할 경우의 출력결과가 각각 발산하거나 매우 느린 응답시간을 가지는 경우 자기조정 제어기가 적절한 조정을 수행하고 있음을 보여주고 있다.

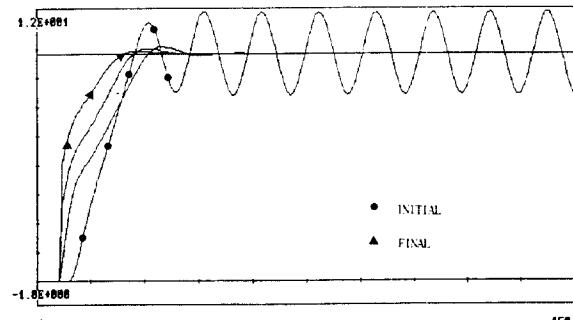


그림 4-2. 초기 파라미터의 출력 결과가 발산할 경우

그리고 그림 4-2에서 제어 수행중의 규칙의 변화는 초기의 규칙으로부터 다음의 표 4.2와 같이 개선되며 그림 4-1 및 4-3의 경우에 있어서도 유사하게 개선된다.

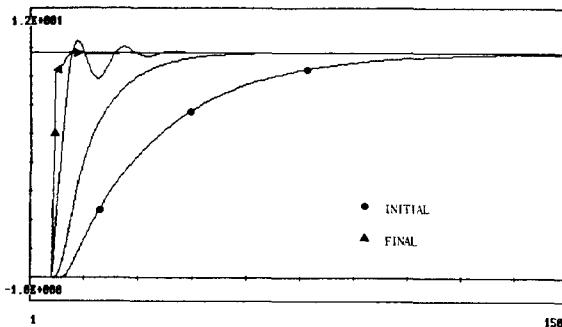


그림 4-3. 초기 파라미터가 느린 응답시간을 가지는 경우

표 4.2 그림 4-2의 경우의 조정된 규칙의 값

	$\Delta E$							
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	
E	NB	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-0.67	-0.33	0.00
	NM	-1.00	-1.00	-1.00	-0.67	-0.33	0.00	0.33
	NS	-1.00	-1.00	-0.67	-0.34	0.00	0.33	0.67
	ZO	-1.00	-0.67	-0.34	0.00	0.33	0.67	1.00
	PS	-0.67	-0.33	0.00	0.34	0.67	1.00	1.00
	PM	-0.33	0.00	0.34	0.67	1.00	1.00	1.00
	PB	0.00	0.34	0.73	1.13	1.00	1.00	1.00

각각의 경우에서의 GD, GE, GC의 변화는 다음의 표 4.3과 같다.

표 4.3 각 경우에서의 초기 및 조정후의 환산계수의 값

PE	그림 4-1	초기 값			조정된 값			
		GD	GE	GC	GD	GE	GC	
		0.35	0.4	0.5	0.8	0.43	0.44	0.51
		0.47	0.4	0.5	0.8	0.45	0.40	0.30
	그림 4-2	0.45	0.6	0.7	0.8	0.70	0.51	0.28
	그림 4-3	0.45	0.5	0.1	0.4	0.52	0.10	0.78

## 5. 결론

본 논문에서는 위의 결과에서 보는바와 같이 퍼지 PI 논리 제어기에 기초한 언어적 제어 규칙의 수정 및 파라미터의 조정을 통해 자동적으로 제어기의 성능을 개선해 나가는 자기조정 퍼지 PI 제어기가 제시되었다.

이 자기조정 퍼지 PI 제어기를 이용한 제어 시뮬레이션의 결과 보다 작은 오버슈트, 빨라진 응답시간 등의 주목할 만한 개선이 이루어 짐을 알 수 있다.

## 6. 참고문헌

- [1] E.H. Mamdani, "Application of fuzzy logic to a approximate reasoning using linguistic synthesis", IEEE Trans. on Computers, vol c-26. No 12, pp 1182-1191, 1977
- [2] A. Vitecek etc, "Fuzzy approach to the design of the simple control algorithms", word congress vol 6, 1984
- [3] Spyros Tzafestas, " Incremental fuzzy expert PID control", IEEE Trans. on Industrial electronics, vol 37, No. 5, 1990
- [4] Xian-Tu Peng, " Self-regulating PID controllers and its applications to a temperature controlling process", Fuzzy computing, pp 355-364, north-Holland
- [5] Mikio Maeda, " Design of the self-tuning fuzzy controller", PIC on fuzzy logic & Neural Networks, pp 393-396, 1990
- [6] S. Kenji, "Rule-based self-organizing controller," Fuzzy Computing, North-Holland 1988
- [7] L.A. Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," IEEE Trans. Syst. Man & Cybern., pp 28-44, 1973.
- [8] J. Maires & Y.S. Sherif, "Application of fuzzy set theory," IEEE Trans. on Syst. Man & Cybern., vol. SMC-15, no.1, 1985.