

# 퍼지제어기를 이용한 부하영향의 감소

○김 유 경      최 태 호      전 기 준

경북 대학교 공과대학 전자공학과

## Load Effect Improvement Using Fuzzy Controller

Yoo-Kyung Kim

Tae-Ho Choi

Gi-Joon Jeon

Dept. of Electronics Eng., Kyungpook National University

### Abstract

It is difficult to realize precise control by a fuzzy control scheme alone because control signals are derived from fuzzy inferences. On the other hand, pole-placement control can offer a precise control to a known system. In this paper, a VSC(variable structure control)scheme is proposed, which is an attempt to take merits of pole-placement control and fuzzy control. On the vicinity of the reference point the pole-placement control scheme takes over the role of the fuzzy controller to improve the set point response.

### I. 서 론

최근에 퍼지제어기는 산업 분야에 많은 적용이 되고 있다. 퍼지제어기의 특징은 "IF-THEN-"으로 표현되는 인간의 사고방식을 사용하는 것이다. 하지만, 퍼지제어기의 설계 방법은 아직 설정되지 않고 있으며 퍼지제어기의 출력은 추론기관(inference engine)으로부터 양자화된 값(quantized value)을 사용하므로 미세한 제어(fine control)를 하기 힘들다. 반면에, 극배치제어기(pole-placement control)<sup>[3]</sup>는 원하는 위치에 페루프 시스템의 극점이 있도록 제어기 파라미터들을 적절히 조절하여 선형 시스템을 구성함으로써 미세한 제어를 할 수 있다.

본 논문에서는 극배치제어기와 퍼지제어기의 장점을 이용하여 가변구조 제어시스템(variable structure control system)을 구성하였다. 기준치(set point value)와의 오차가 클 경우 비선형 제어 특성을 가진 퍼지제어기를 이용하

여 적정제어(coarse control)를 하였으며, 정상상태오차가 미리 설정된 값보다 작을 경우 선형제어기인 극배치제어기를 연결하여 미세 제어를 하였다. 여기서 극배치제어기는 Diophantine<sup>[3]</sup> 방정식의 해로부터 구성하였다.

### II. 이 론

#### 1. 극배치제어기의 설계

주어진 공정이 다음과 같이 단일 입출력 모델로 표현된다면 가정 하면 공정의 모델은

$$G_p(s) = \frac{B_p(s)}{A_p(s)} \quad (1)$$

이며, 여기서

$$\begin{aligned} A_p(s) &= a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 \\ B_p(s) &= b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0 \end{aligned}$$

이다. 위 공정의 모델에서  $A_p(s)$ 와  $B_p(s)$ 는 서로 소(coprime)이고, 각 다항식의 차수  $n, m$ 은 알고 있는 값으로 가정한다. Diophantine 방정식에 기초를 둔 극배치 알고리듬으로 다음과 같이 제어기를 구성하였다.

$$R(s) U(s) = T(s) Y_R(s) - S(s) Y(s) \quad (2)$$

여기서  $R(s), S(s), T(s)$ 은 제어기를 구성하는 다항식이며, 각각의 차수는  $i, j, k$ 이다. 공정의 입력을  $U(s)$ 라 할 때  $G_p(s)$ 는  $Y(s)/U(s)$ 이므로 식(1)에서

$$A_p(s) Y(s) = B_p(s) U(s) \quad (3)$$

이며, 식(2)를  $U(s)$ 에 대해 정리하여 식(3)에 대입하면

$$Ap(s) Y(s) = Bp(s) \left\{ \frac{T(s)}{R(s)} Y_R(s) - \frac{S(s)}{R(s)} Y(s) \right\} \quad \dots \quad (4)$$

이다. 위 식(3)과 (4)를 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{Y_R(s)} = \frac{Bp(s) T(s)}{Ap(s) R(s) + Bp(s) S(s)} \quad (4a)$$

여기서 제어기를 구성하는 다항식  $R(s)$ 와  $S(s)$ 는 다음과 같은 Diophantine<sup>[3]</sup> 방정식을 풀어 구할 수 있다.

$$Ap(s) R(s) + Bp(s) S(s) = Ao(s) Am(s) \quad (5)$$

여기서  $Ao(s)$ 는 관측기(observer)의 다향식이고, 계수들은 관측기의 응답이 빠르고 진동이 작게 되도록 정한다. [2]

$$V \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} = d \quad (6)$$

이며. 여기서  $r$ ,  $s$ ,  $d$ 는  $R(s)$ ,  $S(s)$ ,  $Ao(s)Am(s)$ 의 계수로서  
이루어진 다음과 같은 벡터이고

$$\mathbf{r} = [r^p, r^{p+1}, \dots, r_0]^T$$

$$\mathbf{x}^s = [s^s_0 \ s^s_1 \ \dots \ \dots \ s^s_n]^T$$

$$\mathbf{d} = [d^d, d^{d-1}, \dots, d_0]^T$$

$V$ 는 다음과 같은 Sylvester<sup>[4]</sup> 행렬이다.

식(5)를 식(4a)에 대입하면

$$\frac{Y(s)}{Y_R(s)} = \frac{B_p(s) T(s)}{A_o(s) A_m(s)} \quad (7)$$

이며, 원하는 페루프의 전달함수를  $B_m(s)/A_m(s)$ 로 정의하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{Y_R(s)} \triangleq \frac{Bm(s)}{Am(s)} \quad (8)$$

페루프의 저주파 이득을 1로 정규화하면<sup>[7]</sup>, 식(8)과(9)로부터

$$\frac{B_p(0) T(0)}{A_o(0) A_m(0)} = \frac{B_m(0)}{A_m(0)} \approx 1 \quad (9)$$

이 되어야 한다. 원하는 폐투프의 영점들이 모델의 영점들과 같다고 가정하면,

$$B_m(s) = B_p(s) \cdot K \quad (10)$$

이며, 여기서  $K$ 는 상수이다. 식(9)에서  $B_m(0)=A_m(0)$ 이므로 위 식은  $A_m(0)=B_p(0)K$ 와 같고, 이를 식(9)에 대입하면

$$\frac{B_p(0) T(0)}{A_o(0) A_m(0)} = \frac{B_p(0) T(0)}{A_o(0) B_p(0) K} \quad (11)$$

이며, 위 식을 K에 대해 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = A_m(0)/B_p(0) \quad (12)$$

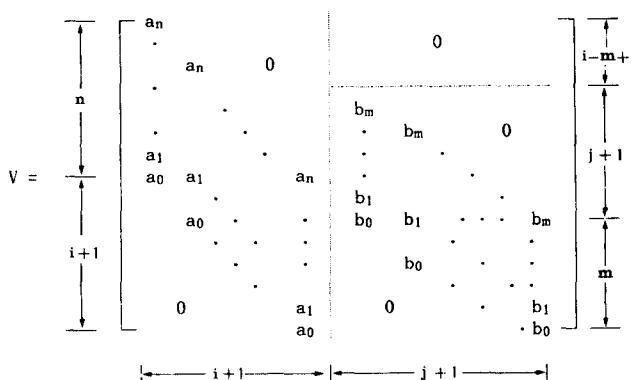
한편, 식(7), (8), (10)로부터

$$\frac{B_p(s) T(s)}{A_o(s) A_m(s)} = \frac{B_p(s) K}{A_m(s)} \quad (13)$$

이며, 위 식을  $T(s)$ 에 대해 정리하고 식(12)의  $K$ 를 대입하면 다항식  $T(s)$ 는 다음과 같다

$$T(s) = \{A_m(0)/B_p(0)\} A_0(s) \quad (14)$$

그림 1은 위의 극배치 알고리듬으로부터 구한 제어기의 다행식들로 구성된 시스템을 나타낸다.



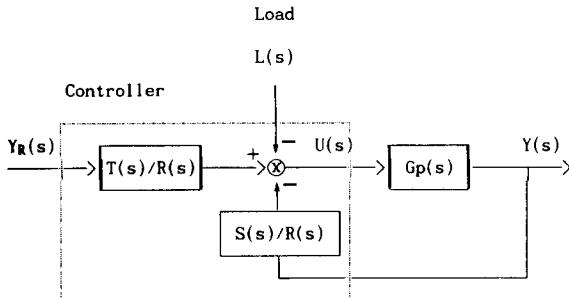


그림 1. 극배치제어기의 블록선도

Fig. 1. Block diagram of pole-placement controller.

극배치 알고리듬으로 제어기를 구성하였을 경우, 부하와 출력사이의 전달함수를 살펴봄으로써 부하가 정상상태로 빨리 수렴하는 가를 알 수 있다. 기준치응답에서 시스템의 전달함수는 그림 1에서

$$\frac{Y(s)}{Y_R(s)} = \frac{Gp(s) \cdot (T(s)/R(s))}{1 + Gp(s) \cdot (S(s)/R(s))} \quad (15)$$

이며, 부하가 인가되었을 경우 부하  $L(s)$ 와 출력  $Y(s)$ 사이의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{L(s)} = \frac{Gp(s)}{1 + Gp(s) \cdot (S(s)/R(s))} \quad (16)$$

식(7)과 (15)로부터 위 식은

$$\frac{Y(s)}{L(s)} = \frac{R(s) \cdot Bm(s)}{T(s) \cdot Am(s)} \quad (17)$$

이며, 여기서  $T(s)$ 가 원점으로부터 멀리 떨어진 곳에 근을 가지므로 빠르고 진동이 작은 부하특성을 나타낸다.

## 2. 퍼지제어기의 설계

퍼지제어기는 1965년 미국의 Zadeh 교수가 이론을 제시한 이래로 최근에 그 응용이 활발히 진행되고 있으며, 특히 비선형 시스템 및 정확한 모델링을 할 수 없는 공정에서 좋은 결과를 나타내고 있다. 퍼지 제어기의 기본 구조는 그림 2와 같다. 맴버쉽 함수와 퍼지 추론은 미리 결정 되어야

하며, 퍼지제어기의 출력은 “IF-THEN-” 형태의 제어규칙에 의존 한다.

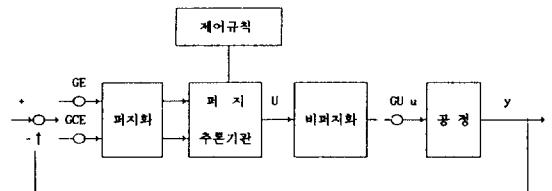


그림 2. 퍼지제어기의 구조도.

Fig. 2. Structure of Fuzzy controller.

퍼지제어기의 입력은

$$e = \text{setpoint} - y(t) \quad (18a)$$

$$de = e_2 - e_1 : [t_2(e_2) > t_1(e_1)] \quad (18b)$$

이며, 다음과 같이 양자화 한다.

|                 |      |
|-----------------|------|
| Large positive  | (LP) |
| medium positive | (MP) |
| small positive  | (SP) |
| zero            | (ZE) |
| small positive  | (SN) |
| medium negative | (MN) |
| large negative  | (LN) |

(19)

다음으로 이런 언어적으로 표현된 양을 맴버쉽(membership) 함수로 그림 3과 같이 정규화된 값으로 대응시킨다.

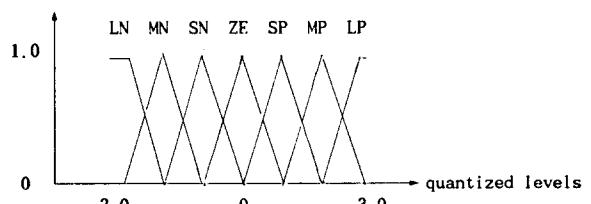


그림 3. 퍼지 집합의 맴버쉽 함수

Fig. 3. Fuzzy sets of input and output.

제어 입, 출력값의 퍼지화 및 비퍼지화 과정에서 양자화를 함으로써 양자화 오차(quantization error)가 발생하여

미세한 제어를 하기가 어렵다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서 제안한 가변구조 제어방법을 다음 장에서 다루었다.

### 3. 가변구조 제어기

기준치와의 오차가 클 경우 그림 2와 같이 퍼지제어기로 제어를 하며 오차가 설정된 값( $elim$ )보다 작을 경우 그림 1과 같이 극배치 제어기를 연결하여 정상상태오차를 줄였다.

$$U = \begin{cases} U_{pole-placement}, & |e| < elim \\ U_{fuzzy}, & otherwise \end{cases} \quad (20)$$

### III. 시뮬레이션 결과 및 고찰

다음과 같은 공정의 모델에 대해 이산 시스템의 차분방정식은 식 (22)와 같다.

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+3.6)} \quad (21)$$

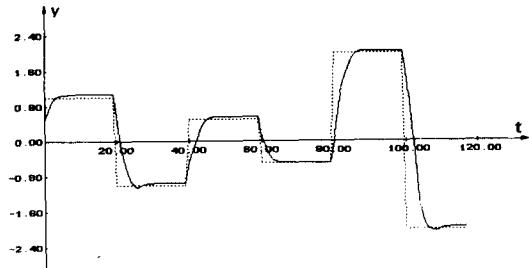
$$y(k) = 1.4 y(k-1) - 0.4 y(k-2) + 0.165 u(k-1) \quad (22)$$

기준치가 변할때 기존의 퍼지제어기의 제어 규칙은 표 1과 같고 결과는 그림 4a)에 나타내었다.

| CE |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| E  | LN | SN | ZE | SP | LP |
| LN | LN | LN | LN | LN | LN |
| SN |    | SN |    |    |    |
| ZE |    | SN | ZE |    |    |
| SP |    |    | SP | SP |    |
| LP | LP | LP | LP | LP | LP |

표 1. 적정 제어규칙

Table 1. Coarse control rule.



a)

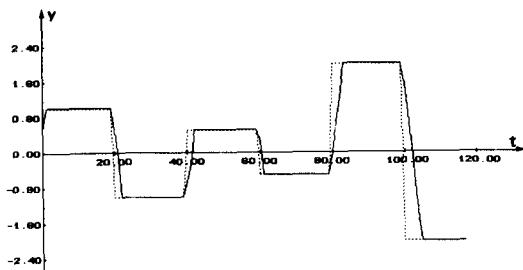


그림 4. (a) 퍼지 제어기의 수행  
(b) 가변구조 제어기의 수행

Fig. 4. Performance of (a) Fuzzy controller,  
(b) variable structure controller.

다음은 Diophantine 방정식에 기초를 둔 극배치제어기로 시스템을 구성하였다. 관측기의 대형식은 응답이 빠르고 진동이 작게 되도록 다음과 같이 정했다.

$$A_0(s) = (1 + s/10) \quad (23)$$

원하는 위치의 극점은 앞에서 정한대로  $\zeta=1.0$ ,  $\omega_n=6.33$  rad/sec가 되도록

$$A_m(s) = (s + 5)(s + 8) \quad (24)$$

와 같이 정했다.  $A_p(s)$ 의 차수가  $B_p(s)$ 의 차수보다 크므로 식(5)에서 다음의 관계를 알 수 있다.<sup>[3]</sup>

$$R(s) = A_p(s) + A_m(s) \quad (25)$$

$$R(s) = r_1 s + r_0 \quad (25a)$$

$$S(s) = A_p(s) - 1 \quad (26)$$

$$S(s) = s_1 s + s_0 \quad (26a)$$

위의 시스템 파라미터들로부터 식(5)를 Sylvester<sup>[4]</sup> 행렬 형태로 나타내면

$$\left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3.6 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 3.6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} r_1 \\ r_0 \\ \hline r_1 \\ s_0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} 0.1 \\ 2.3 \\ \hline 17 \\ 40 \end{array} \right] \quad (27)$$

이여, 위 행렬식을 풀 결과  $R(s)$ 와  $S(s)$ 는

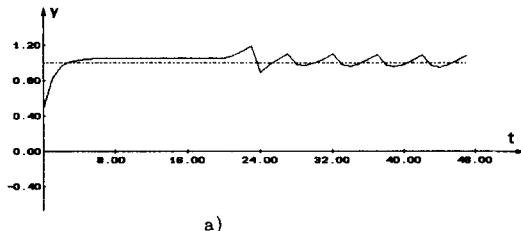
$$S(s) = 46.86s + 40 \quad (28)$$

$$R(s) = 0.1s - 1.3 \quad (29)$$

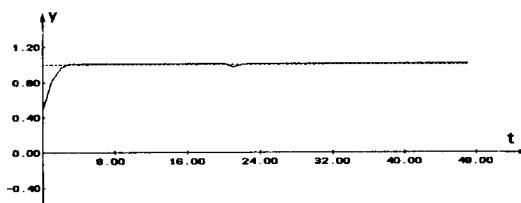
이다. 식(14)에서  $T(s)$ 는

$$\begin{aligned} T(s) &= [A_{\text{m}}(0)/B_{\text{p}}(0)] A_{\text{o}}(s) \\ &= 4s + 40 \end{aligned} \quad (30)$$

와 같다. 그림 4 b)는 제안한 가변구조를 이용한 결과이며,  $\text{elim}=0.05$ 이다. 0.1의 크기를 가진 부하가 20초에서 인가되었을 때 기존의 제어기 및 가변구조 제어기의 결과를 그림 5 a, b)에 각각 나타내었다.



a)



b)

그림 5. (a) 퍼지 제어기의 수행  
(b) 가변구조 제어기의 수행

Fig. 5. Performance of (a) Fuzzy controller,  
(b) variable structure controller.

극점이 원점 근처에 있는 공정에 대해 전달함수 및 이산 시스템의 차분 방정식은 다음과 같다.

$$G_{\text{p}}(s) = \frac{1}{s(s+0.6)} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} y(k) &= 1.81 y(k-1) - 0.89 y(k-2) + 0.165 u(k-1) \\ &\dots \end{aligned} \quad (31)$$

위 공정의 극 배치 제어기 파라미터는

$$S(s) = 15.66s + 40 \quad (32)$$

$$R(s) = 0.1s + 2.24 \quad (33)$$

이며, 기존의 적정제어 및 미세제어의 제어규칙은 각각 표 2 a, b)에 나타내었다.

| E  | CE |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
|    | NB | NM | NS | ZE | PS | PM | PB |
| NB | PB |
| NM |    |    |    |    | PS | PB |    |
| NS |    |    |    |    |    | NS |    |
| ZE |    |    |    |    |    | NS | NS |
| PS |    |    |    |    | NS |    |    |
| PM |    |    |    |    |    |    |    |
| PB | NB |

표 2 a) 적정제어 규칙

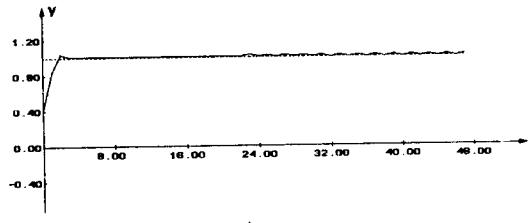
Table 2 a) Coarse control rule.

| E  | CE |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
|    | NB | NM | NS | ZE | PS | PM | PB |
| NB | PB |    |    |    |    |    |    |
| NM |    |    |    |    |    |    |    |
| NS |    |    |    |    |    |    |    |
| ZE |    |    |    |    | PS |    | NM |
| PS |    |    |    |    |    | NS |    |
| PM |    |    |    |    |    |    |    |
| PB | NB |

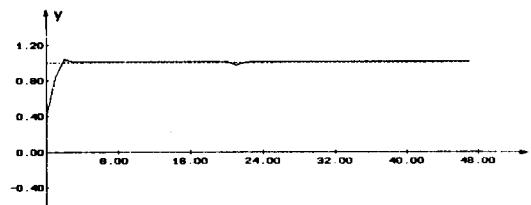
표 2 b) 미세 제어 규칙

Table 2 b) Fine control rule.

앞의 조건과 동일하게 부하가 인가되었을 때 결과를 그림 6에 나타내었다.



a)



b)

그림 6. (a) 퍼지 제어기의 수행  
(b) 가변구조 제어기의 수행

Fig. 6. Performance of (a) Fuzzy controller,  
(b) variable structure controller.

#### IV. 결 론

퍼지 제어기는 제어의 입, 출력값을 양자화 하여 사용하므로

로 미세한 제어를 하기 힘들다. 기존의 퍼지제어기는 적정 제어와 미세한 제어에 각각의 제어 규칙을 사용하였으나, 부하 및 외란의 영향으로 상황이 변했을 경우 정상상태오차를 줄이도록 제어 규칙을 설정하여 정확한 제어를 하기는 매우 힘들다.

본 논문에서는 가변구조 제어방법을 이용하여 기준치와의 오차가 클 경우 퍼지제어기를 이용하여 기준치응답을 개선시켰고, 오차가 설정 값보다 작을 경우 극배치제어기를 이용하여 정상상태오차를 감소시켰다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Y. F. Li and C. C. Lau, "Development of Fuzzy Algorithms for Servo Systems," *IEEE Contr. syst. Mag.*, vol. 9,no. 1, pp. 72-75, Apr. 1989.
- [2] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A. Emami-Naeini, *Feedback control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley, 1987.
- [3] K.J. Astrom and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems Theory and Design*, Prentice-Hall, 1984.
- [4] T. Kailath, *Linear Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1980.
- [5] P.M. Thompson, "Program CC-version 3," *Systems Technology Inc.*, 1984.
- [6] B. Kuo, *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall, 1982.
- [7] K. J. Astrom and B. Wittenmark, "Self-tuning controllers based on pole-zero placement," *IEE Proc.D, Control Theory & Appl.*, vol. 127, no 3, pp. 120-130, May 1980.