

스트랩다운 관성항법장치의 초기정렬 전달 칼만필터 설계

정태호 송기원 전창배

국방과학연구소

유준

충남대학교

Design of the Kalman Filter for Transfer Alignment of  
Strapdown Inertial Navigation System

Tae-Ho Chung Ki-Won Song Chang-Bae Jeon

Agency for Defence Development

Joon Lyou

Chung Nam National University

Abstract

In order to develop transfer alignment algorithm which achieves accurate initial alignment of slave strapdown inertial navigation system(SDINS) of a missile using master SDINS of mobile launcher, a third-order suboptimal filter is constructed to estimate the transformation matrix between two SDINS coordinates. In Kalman Filter formulation, the measurement equation uses that of accelerometer when stationary, and is replaced by that of gyroscope when elevating the missile. This switching method is applied to increase the degree of observability and to remove the error generated by lever arm effect. Simulation results show that the azimuth transfer error is about 0.3 mrad, and confirm that this scheme has a potential for real application.

1. 서론

스트랩다운 관성항법장치(SDINS)는 항법좌표계에 대한 항체의 초기자세를 결정함으로써 초기정렬을 수행한다. SDINS의 초기정렬 알고리즘에는 항체가 정지해 있는 경우에 사용되는 고정이득 자이로 콤파스(gyro compass) 알고리즘[1], 항체의 이동중에 보조장치를 이용하여 항체의 자세오차를 보정하는 항해중 초기정렬 알고리즘[2], 정밀한 INS 정보를 이용하여 상대적으로 정밀도가 낮은 INS의 초기정렬을 정확하게 수행할 수 있는 초기정렬 전달 알고리즘 등이 있다. [3] 초기정렬 전달 알고리즘에는 항체가 정

지한 경우에 사용하는 기법과 이동중에 사용하는 기법이 있다. [4]

초기정렬 전달 알고리즘에 대해서 초기정렬 전달 칼만필터 구성 및 초기정렬 전달 칼만필터에 대한 시뮬레이션 분석 결과가 발표되어 있는데[5], 본 논문에서는 초기정렬 전달 칼만필터의 실용화를 목적으로 실제 응용 가능한 시스템을 대상으로 칼만필터를 구성하고 실제 시스템에 적합한 시뮬레이션을 통하여 초기정렬 전달 알고리즘의 응용 가능성을 판단하였다. 이 알고리즘을 적용할 대상으로는 이동식 발사대의 정밀한 SDINS를 이용하여 유도탄 SDINS의 초기정렬을 정확히 수행하는 시스템을 가정하였으며, 이에 대한 칼만필터를 참고문헌을 인용하여 3차 준최적 필터로 구성하였다. 본 논문에서는 칼만필터의 가관측성이 유지되면서 칼만필터 계산량을 감소시키고, 지렛대 효과에 의한 오차를 제거하기 위하여 가용한 6개의 측정치를 동시에 사용하지 않고, 정지시에는 중력벡터의 측정방정식을 사용하고 유도탄을 들어올릴 때에는 회전벡터의 측정방정식을 사용하는 방안, 즉 칼만필터 수행중 측정행렬을 변경함으로써 시스템의 가관측성을 높이는 방안을 적용하였다.

2. 시스템 구성

이동식 발사대의 발사관에 발사대의 항법용 정밀한 SDINS가 탑재되어 있는 경우 상대적으로 낮은 정밀도를 갖는 유도탄 SDINS의 초기정렬을 수행할 때에 초기정렬 전달 알고리즘의 적용이 가능하다. 그림 2.1은 이동식 발사대의 모형도이다.

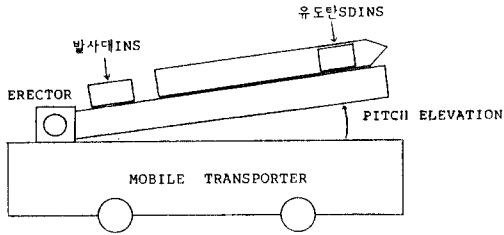


그림2.1 이동식 발사대 모형도

Fig.2.1 Mobile Launcher

초기정렬 전달 알고리즘 수행 순서는 먼저 발사대가 정지한 상태에서 가속도계 측정방정식을 이용하는 칼만필터를 1분간 수행하고, 유도탄을 들어 올리는 동안에는 측정방정식을 자이로 측정방정식으로 변경하여 칼만필터를 수행하여 두 INS 사이의 좌표 변환 행렬을 추정한다.

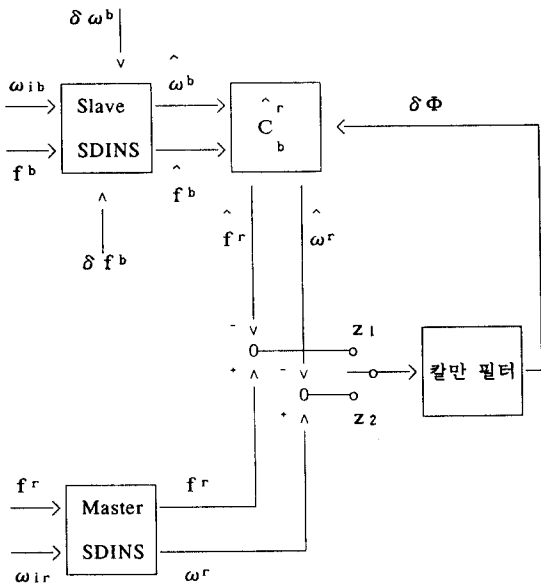


그림2.2 초기정렬 전달 시스템 구성도

Fig.2.2 System Structure for Transfer Alignment

초기정렬 전달 시스템 구성도는 그림 2.2 와 같다. 이 시스템에서 정밀하게 초기정렬을 수행한 발사대 SDINS를 주 INS라하고, 초기정렬을 수행할 유도탄 SDINS를 종 INS라고 정의하고, 이들의 몸체좌표계를 각각 r 좌표계 및 b 좌표계로 정의한다. 초기정렬 전달 수행 초기의 좌표변환 행렬  $\hat{C}_{rb}(0)$ 는 단위 행렬이다. 칼만 필터는  $\hat{C}_{rb}$  추정오차와 동등한 회전벡터  $\delta\phi$ 를 추정하고, 이  $\delta\phi$

에 의하여  $\hat{C}_{rb}$ 을 수정하며, 이 과정을 반복적으로 수행하여 두 좌표계 사이의  $C_{rb}$ 을 추정한다. 식 (2.1)은  $\delta\phi$ 에 의하여  $\hat{C}_{rb}$ 을 수정하는 식이다.

$$\hat{C}_{rb}(tk+1) \approx (I + \delta\phi(tk)) \hat{C}_{rb} \quad (2.1)$$

$\delta\phi$  :  $\delta\phi$ 의 외대칭 행렬

그리고 칼만필터의 측정치는 알고리즘 수행 순서에 따라  $Z_1$  또는  $Z_2$ 를 선택하여 사용한다.

$$Z_1 = fr - \hat{f}^r \quad (2.2)$$

$$Z_2 = wr - \hat{w}^r \quad (2.3)$$

측정치  $Z_1$  정지시 두 INS가 측정하는 중력벡터의 차이로서 표시되는 가속도계 측정방정식이고, 측정치  $Z_2$ 는 유도탄을 들어올릴때 측정되는 회전벡터의 차이로서 나타나는 자이로 측정방정식이다. 칼만필터 수행 후 두 INS 사이의 좌표변환 행렬  $\hat{C}_{rb}$ 이 구해지면, 유도탄 중 INS의 항법좌표계에 대한 좌표변환 행렬은 초기정렬 오차가 없다고 가정한 발사대 주 INS의 항법좌표계에 대한 좌표변환 행렬  $C_{rb}$ 에 의하여 식 (2.4)와 같이 계산된다.

$$\hat{C}_{rb} = C_{rb} \hat{C}_{rb} \quad (2.4)$$

식(4)의 결과에 의하여 종 INS의 초기자세는 식 (2.5)와 같이 결정된다.

$$\phi = \arctan[C_{32}/C_{33}] \quad (2.5a)$$

$$\theta = \arctan[-C_{31}/\sqrt{C_{11}^2+C_{21}^2}] \quad (2.5b)$$

$$\psi = \arctan[C_{21}/C_{11}] \quad (2.5c)$$

$C_{ij}$  :  $\hat{C}_{rb}$ 의 원소

### 3. 칼만필터의 구성

초기정렬 전달 칼만필터는 두 INS 좌표계 사이의 회전벡터 추정오차  $\delta\phi_x, \delta\phi_y, \delta\phi_z$  3개의 상태변수로 구성된다.

$$\delta\phi = [\delta\phi_x \quad \delta\phi_y \quad \delta\phi_z]^T$$

이 회전벡터 추정오차는 두 INS 회전벡터  $\phi$ 와 추정된 회전벡터  $\hat{\phi}$ 에 의하여 다음과 같이 표시된다.

$$\delta\phi = \phi - \hat{\phi}$$

이 식의 양변을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{\delta\phi} = \dot{\phi} - \dot{\hat{\phi}} \quad (3.1)$$

식 (3.1)에서 발사관을 강제로 가정하고, 추정된 회전벡터는 다음 추정시까지 일정하므로 시스템 방정식은 식 (3.2)와 같이 구성된다.

$$\dot{\delta\phi} = 0 \quad (3.2)$$

측정방정식은 식 (3.3a)와 식 (3.3b)에 의하여 다음과 같이 유도된다. [5]

$$Z_1 = f^r - \hat{f}^r \quad (3.3a)$$

$$= C_{r_b} f^b - \hat{C}_{r_b} (f^b + \delta f^b) \\ = [ \hat{C}_{r_b} f^b ] \delta\phi - \hat{C}_{r_b} \delta f^b$$

$$Z_2 = w^r - \hat{w}^r \quad (3.3b)$$

$$= C_{b_w} w^b - \hat{C}_{b_w} (w^b + \delta w^b) \\ = [ \hat{C}_{b_w} w^b ] \delta\phi - \hat{C}_{b_w} \delta w^b$$

여기서  $[ \hat{C}_{r_b} f^b ]$  및  $[ \hat{C}_{b_w} w^b ]$ 는 각각  $\hat{C}_{r_b} f^b$  와  $\hat{C}_{b_w} w^b$  의 왜 대칭 행렬이다.

칼만필터의 상태방정식 및 측정방정식은 식 (3.2)(3.3)로부터 다음과 같이 구성한다.

$$\dot{\delta\phi} = w \quad (3.4a)$$

$$Z_1 = [ \hat{C}_{r_b} f^b ] \delta\phi + v_1 \quad (3.4b)$$

$$Z_2 = [ \hat{C}_{b_w} w^b ] \delta\phi + v_2 \quad (3.4c)$$

식 (3.4)에서  $w$ 는  $\delta\phi$  가 불규칙 상수이므로 칼만필터의 발산을 방지하기 위하여 인가한 가상의 공정잡음이며,  $v_1$ 과  $v_2$ 는 각각  $\hat{C}_{r_b} \delta f^b$ ,  $\hat{C}_{b_w} \delta w^b$ , 양자화오차등의 측정오차를 백색잡음으로 나타낸 것이다.

#### 4. 시뮬레이션 및 분석

##### (1) 시뮬레이션 방법

초기정렬 전달 칼만필터의 시뮬레이션을 위해서는 기준모델이 필요하다. 실제 시스템은 가속도계 오차 및 자이로오차가 유색잡음이므로 기준모델을 증력벡터 측정방정식을 사용하는 기간에

는 가속도계의 바이어스(3), 척도계수오차(3), 비정렬오차(6)등을 고려하여 15차 시스템을 구성하였으며, 회전벡터 측정방정식을 사용하는 기간에는 부유오차(3), 척도계수오차(3), 비정렬오차(6), 질량불균형오차(6)등을 고려하여 21차 시스템을 구성하였다. 이때 측정방정식에는 양자화오차를 백색잡음으로 고려하였다. 한편 주 INS에 대한 감지기 오차는 종 INS에 비하여 매우 작다고 가정하여 무시하였으며, 두 INS의 측정시간의 비동기 오차는 주 INS를 기준으로 동기화가 가능하므로 무시하였다. 표4.1은 시뮬레이션에 사용한 측정잡음의 표준편차이다.

표 4.1 시뮬레이션에 사용한 측정잡음 표준편차.

Table 4.1 Standard Deviation of Measurement noise for Simulation

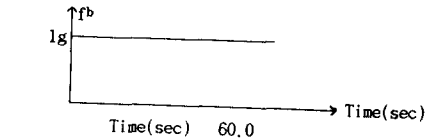
항 목	가속도계	자이로	비 고
바이어스	164 $\mu\text{g}$	0.77 $^{\circ}/\text{hr}$	불규칙 상수
척도계수오차	268 ppm	273 ppm	불규칙 상수
비정렬오차	8 arcsec	8 arcsec	불규칙 상수
질량불균형	-	0.5 $^{\circ}/\text{hr}/\text{g}$	불규칙 상수
양자화오차	75 $\mu\text{g}$	2.7 $^{\circ}/\text{hr}$	백색잡음

시뮬레이션시 증력벡터를 측정할 때에는 INS 좌표계가 수평으로부터 5도 기울어진것을 가정하였으며, 유도탄을 들어올릴 때에는 회전축이 INS 좌표계축과 1도 차이가 있다고 가정하였다. 또한 그림4.1 에서와 같이 자이로 동적오차를 최소화하기 위하여 유도탄을 들어올릴때 초기 각 가속도는  $0.1^{\circ}/\text{sec}^2$ 이고 10초 후부터  $1^{\circ}/\text{sec}$ 를 유지하여 60초후 각가속도가  $-0.1^{\circ}/\text{sec}^2$ 로 서서히 정지한다. 그리하여 70초 후에 발사각은 60도가 되도록 하였다. 두 INS 좌표계 사이의 초기 회전벡터 추정오차  $\delta\phi$  는 표준편차가 5도인 것을 가정하였다.

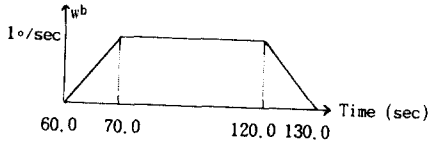
##### (2) 시뮬레이션 결과 분석

초기정렬 전달 알고리즘에 의한 회전벡터 추정오차  $\delta\phi$  의 시간 경과에 따른 변화는 그림4.2 와 같다. 최적 칼만필터와 준최적 칼만필터의 수행결과는 특성은 물론 표4.2 에서와 같이 최종 추정오차가 거의 같게 나타나서 본 논문에서 사용한 준최적 필터의 유용성을 입증하였다.

그림4.2(c) 에는 방위각 오차를 추정한 것으로서 증력벡터를



(a) 발사대 정지상태

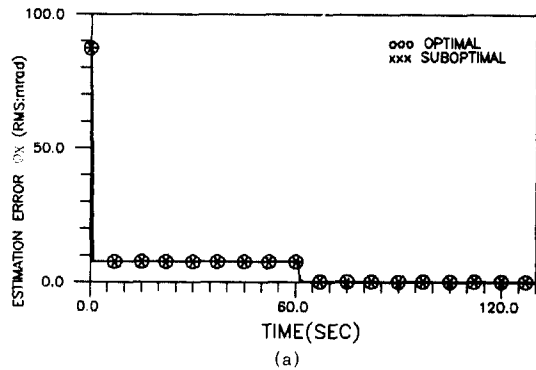


(b) 발사대 Elevation

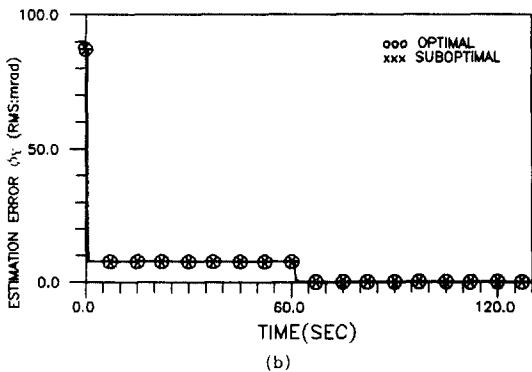
그림4.1 전산시뮬레이션을 위한 궤적

Fig4.1 Trajectory for Computer Simulation

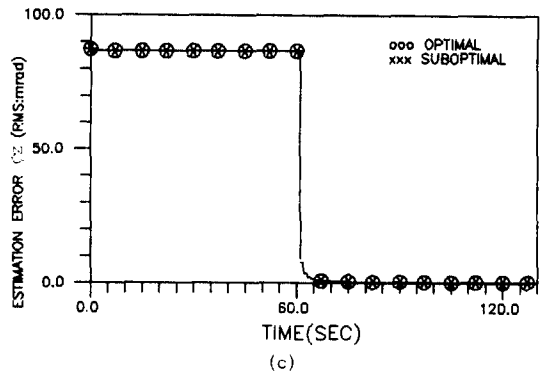
추정하는 동안에는 초기값을 그대로 유지하다가 유도탄을 들어올릴 때 가관측성이 높아져서 급격히 감소한다. 최종 추정오차가 0.28 mrad으로 나타나서 주 INS의 초기정렬오차가 0.5 mrad이라 할때 종 INS의 초기정렬오차는 약 0.6 mrad 정도이다. 이것은 0.77°/hr급의 자이로에 의한 자이로 컴파스 초기정렬오차가 약 77 mrad인 것과 비교할때 크게 개선된 것이며, 거의 주 INS와 유사한 성능으로 초기정렬이 가능함을 보여준 것이다.



(a)



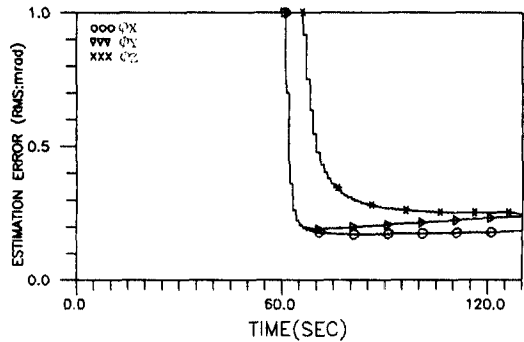
(b)



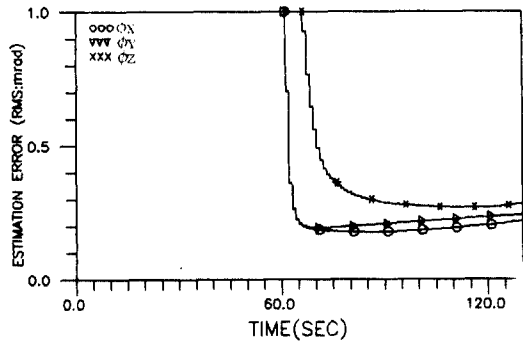
(c)

그림4.2 초기정렬 전달 칼만필터 추정오차

Fig4.2 Estimation error of Kalman Filter for Transfer Alignment



(a) 최적 칼만필터



(b) 준최적 칼만필터

그림4.3 초기정렬 전달을 위한 최적 및 준최적 칼만필터의 추정오차

Fig4.3 Estimation Error of Optimal and Suboptimal Kalman Filter for Transfer Alignment

그림4.2(a)(b)에는 수평축 오차를 추정하는 것으로서 중력벡터를 추정하는 동안에는 약 7-8 mrad 정도로 추정되다가 유도탄을 들어올리는 운동이 시작되면 가관측성이 높아져서 약 0.2 mrad

정도로 초기정렬오차가 감소한다.

표4.2 초기정렬 전달 칼만필터 추정오차

Table4.2 Estimation error of Kalman Filter for Transfer Alignment

구분	$\delta\phi_x$ (mrad)	$\delta\phi_y$ (mrad)	$\delta\phi_z$ (mrad)
최적	0.18	0.23	0.24
준최적	0.21	0.24	0.28

5. 결 론

초기정렬 전달 알고리즘을 실용화하기 위하여 이동식 발사대의 정밀한 SDINS를 이용하여 유도탄 SDINS 초기정렬을 정밀하게 수행하기 위한 초기정렬 칼만필터를 구성하고 칼만필터 수행중 측정행렬을 변경함으로써 시스템의 가관측성을 높이는 방안을 적용하여, 전산 시뮬레이션을 수행한 결과 초기정렬 전달오차가 수평축은 0.24 mrad, 방위각은 0.28 mrad으로 나타나서 이 알고리즘에 대한 실용화가 가능하다고 판단되었다. 한편 측정행렬을 변경한 직후 모든 축의 초기정렬 오차가 급격히 감소하므로 측정행렬 변경에 의하여 시스템의 가관측성이 높아짐이 확인되었다.

추후 연구과제로는 주 INS를 이용한 종 INS의 교정기법과 초기정렬 전달 알고리즘의 구현에 따른 문제점 도출 및 해결등이 있다.

참 고 문 헌

[1] Brithing, K.R. and Palsson, T., "Self-Alignment Techniques for Strapdown Inertial Navigation Systems with Aircraft Application," Journal of Aircraft, Vol.7, No.4, July-Aug. 1970, pp.302-307

[2] Baziw, I. and Leondes, C.T., "In-Flight Alignment and Calibration of IMU, Parts I and II," IEEE Trans. on AES., Vol. AES-5, July 1972, pp.539-465

[3] Bar-Itzhack, I.Y. and Mallove, E.F., "Accurate INS Transfer Alignment Using a Monitor Gyro and External Navigation Measurements," IEEE Trans on AES., Vol. AES-16, Jan. 1980, pp.53-65

[4] Bar-Itzhack, I.Y., "Minimal Order Time Sharing Filter for INS In-Flight Alignment," Journal of Guidance and Control, Vol. 5, July-Aug. 1982, pp.396-402

[5] J.J. Deyst, Jr. and A.A. Sutherland, Jr., "Strapdown Inertial System Alignment Using Statistical Filters: a Simplified Formulation," AIAA J., Vol.11, pp.452-456, Apr. 1973