

스트랩다운 관성항법장치의 신호변환기 양자화 오차모델

정 태 호 송 기 원  
국 방 과 학 연 구 소

유 준  
충 남 대 학 교

Quantization Error Model of Signal Converter in Strapdown  
Inertial Navigation System.

Tea-Ho Chung Ki-Won Song  
Agency for Defence Development

Joon Lyou  
Chung Nam National University

Abstract

A quantization error model is suggested for analog to frequency(A/F) converter in strapdown inertial navigation system(SDINS), which is characterized by some white noise exciting the state variables. Also, effects on the performance of SDINS by analog to digital(A/D) converter and A/F converter are analyzed and compared via covariance simulation. As a result, A/F converter turns out to be superior to the A/D converter with respect to the induced navigation error and the difficulty in circuit realization. The quantization error model developed in this paper appears to be useful for optimal filter design.

1. 서 론

스트랩다운 관성항법장치(SDINS)에는 항체의 비힘(specific force)을 측정하는 가속도계와 회전 각속도를 측정하는 자이로가 있다. 이 감지기 신호는 디지털 신호로 변환되어 항법컴퓨터에 전달되고, 항법컴퓨터는 이러한 감지기 정보를 이용하여 항법방정식의 해를 구함으로써 항체의 위치와 속도를 계산한다. 그러므로 감지기의 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환시켜주는 신호변환기가 필요하며, 이러한 신호변환기에는 아날로그/디지털 변환기와 아날로그/주파수 변환기 등이 있다.

SDINS를 설계하려면 신호변환기의 양자화오차가 항법성능에

미치는 영향을 분석하여 시스템에 적합한 신호변환기를 선정해야하고 변환기의 요구규격을 결정해야 한다. 그러므로 신호변환기의 양자화오차에 의한 항법오차를 분석할 수 있는 SDINS 오차모델이 필요하다. 그런데 아날로그/디지털 변환기의 양자화오차는 상태방정식으로 표시하기가 용이하지만, 아날로그/주파수 변환기의 경우에는 백색잡음으로 모델링되는 양자화오차가 SDINS의 자세 및 속도오차로 나타나므로, SDINS 오차모델의 상태변수에 백색잡음이 직접 인가되는 특성이 있다. 본 논문에서는 SDINS의 아날로그/주파수 변환기 양자화 오차모델링 및 양자화오차에 의한 항법오차 해석방법을 제시하였으며, 전산 시뮬레이션을 통하여 두 신호변환기의 양자화오차가 SDINS 성능에 미치는 영향을 비교 분석하였다.

2. SDINS의 양자화오차 모델

(1) 아날로그/디지털 변환기

SDINS에서 아날로그/디지털 변환기를 이용하여 감지기의 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환할 경우, 신호의 변환과정에서 항체의 가속도 정보와 각속도 정보에 양자화오차가 발생하게 된다. 이러한 아날로그/디지털 변환기의 양자화오차는 변환기의 입력정보의 특성에 따라 수학적 모델이 다르게 표시된다. 항체가 정지상태를 유지하고 있어서 변환기의 입력정보가 일정하면 양자화 오차모델은 불규칙 상수(random constant)이다. 그리고 항체가 이동할때 변환기의 단위크기 보다 측정주기 동안의 감지

기 정보변화가 큰 운동을 할 경우에는 백색잡음(white noise)으로 모델링할 수 있으며, 그렇지 않은 경우에는 마코프 프로세서(Markov process)와 같은 유색잡음(colored noise)으로 모델링하게 된다. 본 논문에서는 항체가 이동중 신호변환기의 단위크기보다 측정주기 동안의 감지기 정보 변화가 큰 운동을 하는 경우를 가정하여 신호변환기의 양자화오차를 백색잡음으로 모델링하였다. 그리고 감지기 오차는 고려할 필요가 없으므로 제외시키고 7차의 SDINS 오차모델을 단순화하여 사용하였다. [2][4] 그림 2.1은 아날로그/디지털 변환기의 양자화오차가 인가되는 SDINS 오차모델이다. 이를 확률 상태방정식으로 나타내면 식 (2.1)과 같다.

$$\dot{x}(t) = F(t) x(t) + G(t) w_1(t) \quad (2.1)$$

$$x(t) = [ \delta L \ \delta l \ \delta V_N \ \delta V_E \ \delta \epsilon_N \ \delta \epsilon_E \ \delta \epsilon_D ]^T$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/R_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{secL}/R_0 & 0 & 0 & 0 \\ -2V_E\Omega_N & 0 & 0 & 2\Omega_D & 0 & g & f_E \\ 2V_E\Omega_N & 0 & -2\Omega_D & \frac{\tan L}{R_0} V_N & -g & 0 & -f_N \\ \Omega_D & 0 & 0 & 1/R_0 & 0 & \Omega_D & 0 \\ 0 & 0 & -1/R_0 & 0 & -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ -\Omega_N & 0 & 0 & \frac{\tan L}{-R_0} & 0 & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$w_1(t) = [ \delta v_x \ \delta v_y \ \delta v_z \ \delta \omega_x \ \delta \omega_y \ \delta \omega_z ]^T$$

$C_{ij}$  : 항체의 좌표변환행렬  $C^a_b$ 의 원소

SDINS의 변환기 양자화오차는 물체 좌표계에서의 가속도 및 각속도 오차이므로 좌표변환행렬  $G(t)$ 에 의하여 항법좌표계로 변환하여 SDINS 오차모델에 인가된다.

### (2) 아날로그 주파수 변환기

아날로그/주파수 변환기의 수학적 모델은 그림 2.2와 같이 아날로그 신호를 적분한 후 아날로그/디지털 변환기에 입력한 것과 동일한 모델이 된다. 그러므로 아날로그/주파수 변환기에 의하

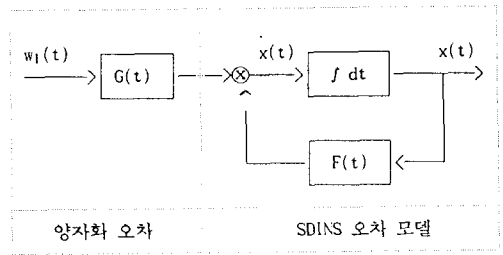


그림 2.1 SDINS의 아날로그/디지털 변환기 양자화 오차모델  
Fig. 2.1 Quantization Error Model of Analog/Digital Converter on SDINS

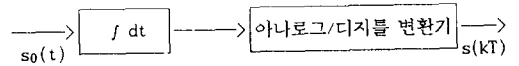


그림 2.2 아날로그/주파수 변환기 모델  
Fig. 2.2 Model of Analog/Frequency Converter

여 SDINS 감지기 정보를 디지털 신호로 변환할 경우, 항체의 자세 및 속도정보에 양자화오차가 발생한다. 본 논문에서는 항체가 이동중 신호 변환기의 단위 크기보다 측정주기 동안 항체의 속도 및 자세변화가 큰 운동을 하는 경우를 가정하여 변환기의 양자화 오차를 백색잡음으로 모델링 하였다. 그러므로 그림 2.3과 같이 SDINS의 자세 및 속도오차는  $x_t(t)$ 로서 식(2.2)와 같이 백색잡음을 포함하고 있다.

$$x_t(t) = x(t) + G(t) w_2(t) \quad (2.2)$$

그런데 백색잡음을 포함한  $x_t(t)$  상태변수의 미분값은 존재하지 않으므로, 따라서  $x_t(t)$ 에 의한 확률상태 미분방정식은 존재하지 않는다. 그러므로 식 (2.3)과 같이  $x_t(t)$ 에서 백색잡음을 제외한  $x(t)$ 로서 상태 미분방정식을 표시할 수 밖에 없다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= F(t) x_t(t) \\ &= F(t) x(t) + F(t) G(t) w_2(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

식 (2.3)에 의한 공분산은  $x_t(t)$ 에서 백색잡음을 제외한  $x(t)$ 에 대한 공분산  $P$  이므로  $x_t(t)$ 에 대한 공분산  $P_t$ 는 식 (2.4)에 의하여 계산된다.

$$\begin{aligned} P_t &= P + P_w \\ P_w &: G(t) w_2(t) \text{의 공분산} \end{aligned} \quad (2.4)$$

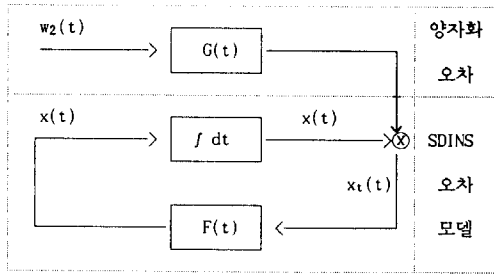


그림 2.3 SDINS의 아날로그/주파수 변환기 양자화오차 모델

Fig. 2.3 Quantization Error model Analog/Frequency Converter on SDINS

-ter on SDINS

### 3. 양자화오차에 의한 SDINS 항법오차 분석

#### (1) 시뮬레이션 방법

아날로그/디지털 변환기의 양자화 오차에 의한 SDINS 오차분석은 공분산해석 방법에 의하여 전산 시뮬레이션을 통하여 수행하였다. 식 (3.1)는 아날로그/디지털 변환기 양자화오차에 의한 SDINS 오차의 공분산 전달식이다. [1]

$$P_{k+1} = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_{1k} \quad (3.1a)$$

$$Q_{1k} = \int_0^{\Delta t} \Phi_k(\Delta t, \tau) G(\tau) Q_1(\tau) G^T(\tau) \Phi_k^T(\Delta t, \tau) d\tau \quad (3.1b)$$

$$Q_1 = \varepsilon [ w_1(t) w_1^T(t) ] \quad (3.1c)$$

아날로그/주파수 변환기의 양자화오차에 의한 SDINS 오차의 공분산 전달식은 식 (3.2)과 같다.

$$P_{k+1} = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_{2k} \quad (3.2a)$$

$$Q_{2k} = \int_0^{\Delta t} \Phi_k(\Delta t, \tau) F(\tau) G(\tau) Q_2(\tau) G^T(\tau) F^T(\tau) \Phi_k^T(\Delta t, \tau) d\tau \quad (3.2b)$$

$$Q_2 = \varepsilon [ w_2(t) w_2^T(t) ] \quad (3.2c)$$

그리고 양자화오차의 확률분포는 그림 3.1와 같이 균일한 분포를 갖는다고 가정하였으며, 그에 따른 아날로그/디지털 변환기와 아날로그/주파수 변환기의 양자화오차에 대한 Q는 q를 변환기의 양자화 단위라고 하면 각각 식 (3.3)과 같다. [3]

$$Q_1 = q^2/12 \quad (3.3a)$$

$$Q_2 = q^2/3 \quad (3.3b)$$

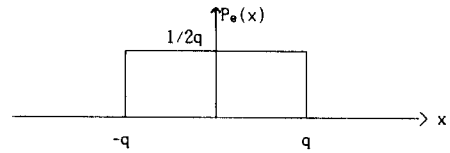


그림 3.1 아날로그/주파수 변환기 양자화오차의 등균일 분포

Fig.3.1 Uniform Distribution of Analog/Frequency Converter

-er Quantization Error

이때 전장에서 언급한 바와 같이 아날로그/주파수 변환기의 양자화오차에 의한 SDINS 항법오차는 식 (2.2)와 식 (2.4)로 해석하여야 한다.

시뮬레이션에서 신호 변환기의 최대 측정값은 가속도의 경우에는 10g를 자이로는 100°/sec를 가정하였다. 아날로그/디지털 변환기는 24 bit 변환기를 가정하였으며, 아날로그/주파수 변환기는 최대주파수가 32.767KHz인 변환기를 가정하였다. 항법오차 분석에 필요한 항체의 비행궤도는 그림 3.2 에서와 같이 고도와 항체의 자세가 일정하게 유지하며 정북방향으로 이동하는 경우를 가정하였다.

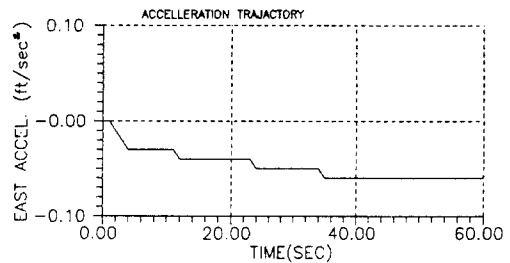
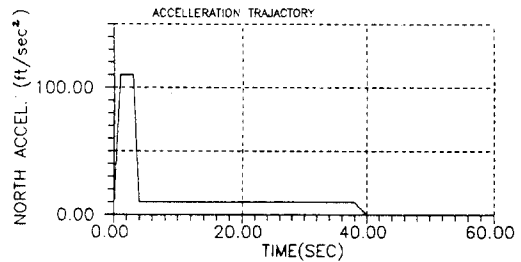


그림 3.2 전산시뮬레이션을 위한 가속도 궤적

Fig.3.2 Acceleration Trajectory for Computer Simulation

#### (2) 시뮬레이션 결과분석

두 신호변환기의 양자화오차에 의한 SDINS 항법오차 전산 시뮬레이션 결과는 그림 3.3 와 같다. SDINS의 위치와 속도오차는 아날로그/주파수 변환기가 아날로그/디지털 변환기보다 성능이 좋은 것으로 나타났으며, 자세오차에 대해서는 그 반대현상으로

나타났다. 이러한 현상은 아날로그/주파수 변환기의 양자화오차에 의한 속도오차는  $P > P_w$  이고, 자세오차는  $P < P_w$  이었기 때문에 나타난 것으로 해석된다.

아날로그 회로 설계에서 최소단위가 유효한 24 bit 아날로그/디지털 변환기의 설계는 32 KHz 아날로그/주파수 변환기보다 매우 어려우므로 만약 6arcsec 정도의 자세오차를 허용할 수 있는 경우에는 SDINS에는 신호변환기로서 아날로그/주파수 변환기가 적합한 것으로 판단된다.

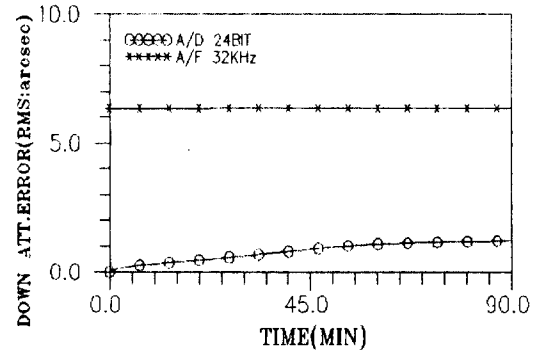
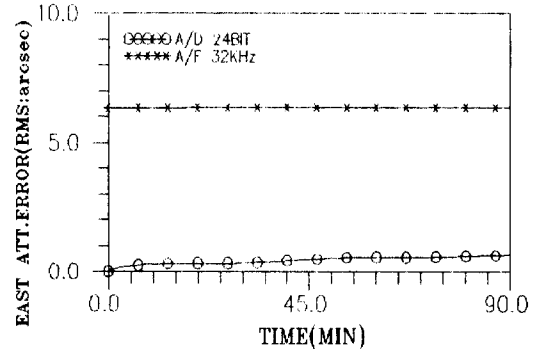
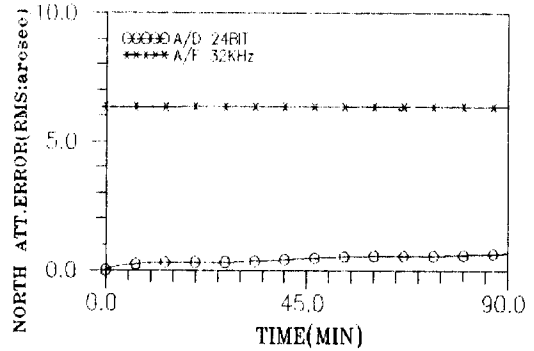
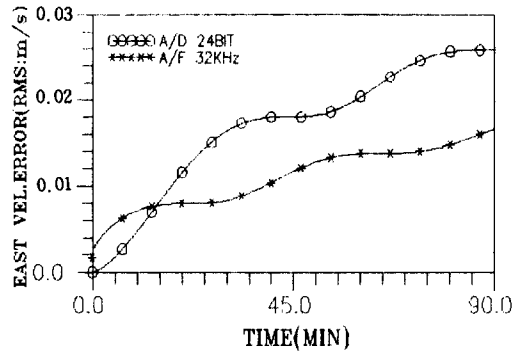
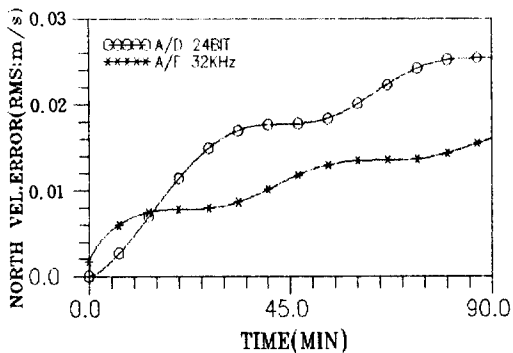
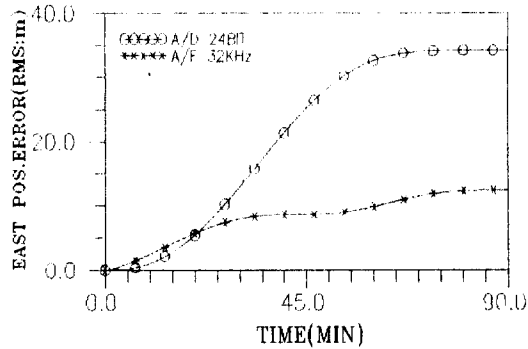
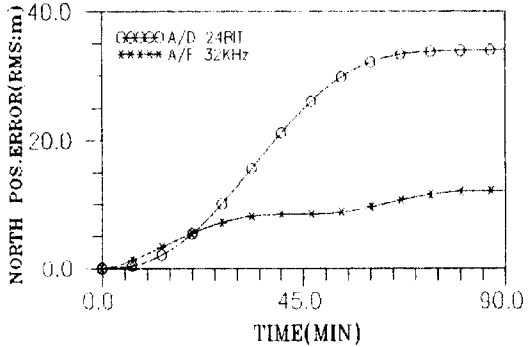


그림3.3 아날로그/주파수 변환기 및 아날로그/디지털 변환기의 양자화오차에 의한 항법오차

Fig3.3 Navigation error by Quantization Error of Analog/frequency Converter and Analog/Digital Converter

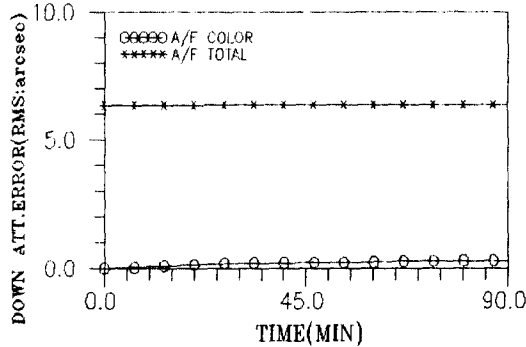
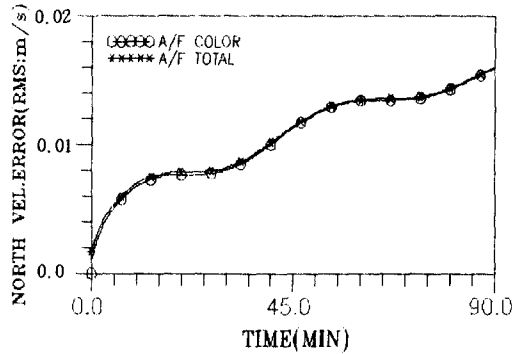


그림3.4 아나로그/주파수 변환기의 양자화오차에 의한 항법 오차의 유색잡음오차 및 총오차

Fig3.4 Colored and Total Error of Navigation error by Quantization Error of Analog/frequency Converter

#### 4. 결 론

본 논문에서 제시한 아나로그/디지털 변환기와 아나로그/주파수 변환기에 대한 SDINS의 양자화오차 모델을 이용하여, 공분산 해석 방법에 의한 SDINS 항법오차 전산 시뮬레이션 결과, 24 bit 아나로그/디지털 변환기가 32.767 KHz 아나로그/주파수 변환기보다 양자화오차에 의한 항법오차가 크게 나타났다. 아나로그 회로설계에서 최소단위 bit가 유효한 24 bit 아나로그/디지털 변환기의 설계는 32.767 KHz 아나로그/주파수 변환기보다 매우 어려우므로, 양자화오차가 항법오차에 미치는 영향으로 판단할때 SDINS에는 신호변환기로 아나로그/주파수 변환기가 적합한 것으로 판단된다. 그리고 32.767 KHz 아나로그/주파수 변환기 양자화오차에 의한 항법오차가 약 10 m/HR 이므로 1NM/HR급의 SDINS에 이러한 신호변환기의 사용이 가능한 것으로 나타났다.

한편 본 논문에서 제시한 상태변수에 백색잡음이 직접 인가되는 특성이 있는 SDINS의 아나로그/주파수 변환기 양자화오차 모델 및 공분산 해석방법은 최적필터 설계시 이용할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] P.S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation and Control," Vol.1, Academic Press, 1979, pp.162-174
- [2] Britting, K.R., "Inertial Navigation System Analysis," John Wiley & Sons, INC., 1971, pp.161-166
- [3] R.G. Jacquot, "Modern digital control systems," Marcel Dekker, INC., 1981, pp.161-172
- [4] J.S.Stambaugh, "Propagation and System Accuracy Impact of Major Sensor Errors on a Strapdown Aircraft Navigator," IEEE Trans. on AES, Vol. AES-9, NO. 6, Nov., 1973, pp. 838-846