

불확정 시스템에서의 기동검출 및 추적

유경상*, 홍일선**, 권오규*

* 인하대학교 전기공학과

** 국방 과학 연구소

Maneuvering Detection and Tracking in Uncertain Systems

K.S. Yoo*, I.S. Hong** and O.K. Kwon*

* Dept. of Electrical Engineering, Inha University

** Agency of Defence Development

Abstract

In this paper, we consider the maneuvering detection and target tracking problem in uncertain linear discrete-time systems. The maneuvering detection is based on χ^2 test[2,7], where Kalman filters have been utilized so far. The target tracking is performed by the maneuvering input compensation based on a maximum likelihood estimator. KF has been known to diverge when some modelling errors exist and fail to detect the maneuvering and to track the target in uncertain systems. Thus this paper adopt the FIR filter[1], which is known to be robust to modelling errors, for maneuvering detection and target tracking problem. Various computer simulations show the superior performance of the FIR filter in this problem.

1. 서론

기동(Maneuvering)검출 및 추적문제는 기동하면서 이동하는 목표물의 지속적 추적을 다루는 것으로서 전략적 중요성 때문에 지금 까지 많은 연구가 수행되어 오고 있다. 기존의 기동 검출 및 추적법에는 주로 칼만 필터가 이용되고 있으며, 기동이 검출되면 기동 입력을 추정하여 보상하거나 대상 시스템 계수들을 다시 추정 하여 필터를 재구성 하는 적응 필터링 기법에 의해 목표물을 추적 하는 방법들이 제시 되고 있다[2-6].

그런데 기존의 기동검출 및 추적법들은 대상 시스템의 모델링이 거의 완벽 하다는 전제하에 제시된 것들이기 때문에 모델링 오차에 의해 필터가 발산 하는 경우에는 적용이 어렵게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 이 논문에서는 모델링 오차에 대해 견실성(Robustness)을 지닌 FIR 필터[1]를 기동검출 및 추적문제에 활용하는 방안을 제시한다.

이 논문에서는 대상 시스템을 불확정 선형 이산형 상태 공간 모델로 표시 하며, 기동이 시스템에 갑자기 임의의 크기의 스텝 입력으로 가해지는 것으로 가정한다. 기동 검출법으로는 잔류치(Residual)의 분포에 근거한 χ^2 검정법을 활용 하며[7,8], 기동이 검출된 뒤 기동입력을 최대공산추정자로서 추정하여 필터를 보상시켜 추적을 수행한다. 그리고 모의실험을 통해 칼만 필터와 FIR 필터의 기동검출 성능을 비교하여 FIR 필터의 기동검출 및 추적 성능이 우수함을 예증한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 시스템의 모델과 FIR 필터의 알고리즘을 다룬다. 3절에서는 FIR 필터에 의한 기동검출 방법과 기동 발생시 기동입력 보상방법을 제시한다. 4절에서는 모의실험 결과를 제시하며, 5절에서 결론을 맺는다.

2. 이산형 시불변 FIR 필터

추정대상 시스템으로서 다음과 같은 이산형 시불변 상태공간 모델을 다루기로 한다.

$$\begin{cases} x(i+1) = Ax(i) + Bw(i) \\ z(i) = Cx(i) + v(i) \end{cases} \quad (2.1)$$

식(2.1)에서 상태 $x(\cdot)$ 는 p 차원 벡터이고, 관측 $z(\cdot)$ 는 q 차원 벡터이고, 초기상태 $x(0)$ 는 영평균 확률변수로서 $E[x(0)x^T(0)] = P_0$ 이고, 시스템잡음 $w(\cdot)$ 와 관측잡음 $v(\cdot)$ 는 영평균 백색잡음으로서 이들과 초기상태는 상관관계가 없으며 $E[w(i)w^T(j)] = \delta_{ij}$, $E[v(i)v^T(j)] = I\delta_{ij}$ 라고 가정한다.

위와 같은 시스템에서 상태 $x(\cdot)$ 에 대한 FIR 필터는 다음과 같이 식(2.2)의 구조를 지니며 식(2.3)의 평가함수를 최소화 하는 것으로 정의한다[1] :

$$\hat{x}(i|i:N) = \sum_{k=i-N}^i H(i,k)z(k) \quad (2.2)$$

$$J = E[x(i) - \hat{x}(i|i:N)]^T [x(i) - \hat{x}(i|i:N)] \quad (2.3)$$

식 (2.2)에서 FIR 필터와 임펄스 응답을 $\hat{x}(\cdot|i:N)$ 와 $H(\cdot, \cdot; N)$ 로 표기하는 것은 이것들이 관측정보 구간폭 N 의 함수임을 나타낸다.

대상 시스템 (2.1)이 완전 관측가능하고 시스템 행렬 A 가 정칙이면 $P_0 = \infty I$ 라 가정할 때 (2.2)의 FIR 필터는 다음과 같이 시불변 필터가 된다[1].

$$\begin{aligned} \hat{x}(i|i:N) &= \sum_{k=i-N}^i H(i-k;N)z(k) \\ &= \sum_{k=0}^N H(k;N)z(i-N) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$H(i;N) = S^{-1}(N)L(i;N), \quad 0 \leq i \leq N, \quad p \leq N < \infty \quad (2.5)$$

$$L(i;n+1) = A^T L(i;n) S_1(n), \quad N-i \leq n \leq N-1 \quad (2.6)$$

$$L(i;N-i) = C^T$$

$$S(n+1) = A^T S(n) A^{-1} + C^T C - A^T S(n) S_1(n) S(n) A^{-1}, \quad -1 \leq n \leq N-1 \quad (2.7)$$

$$S(-1) = 0$$

$$S_1(n) = A^{-1} B Q^{1/2} [I + Q^{T1/2} B^T A^{-1} S(n) A^{-1} B Q^{1/2}]^{-1} Q^{T1/2} B^T A^{-1} \quad (2.8)$$

식(2.6)의 S(N)은 추정오차 상호분산의 역행렬이다[1].

$$E[x(i) - \hat{x}(i|i:N)][x(i) - \hat{x}(i|i:N)]^T = S^{-1}(N) \quad (2.9)$$

FIR 필터는 식(2.2)의 구조적 특성에 의해 유한 입출력 안정도와 모델링 오차에 대한 견실성을 지니고 있기 때문에 모델링 오차가 있는 불확정 시스템에서도 모델링 오차가 너무 크지 않는 한에는 추정오차가 발산하지 않는 견실한 성능을 발휘한다[1]. 따라서 추정대상 시스템(2.1)에 모델링 오차가 있고 기동 입력이 있을 경우에 이러한 기동을 검출하고 보상하여 표적 추적을 수행하는 문제에 FIR 필터를 활용하면 좋은 성능을 보일 수 있을 것으로 기대된다.

3. 기동검출 및 표적추적법

이 논문에서는 기동검출법으로 χ^2 검증법을 사용한다. 그런데 기존의 방법[2,3]에서는 칼만 필터를 쓰고 있기 때문에 대상 시스템에 모델링 오차가 있을 경우에는 필터의 발산으로 인해 기동검출이 어렵게 된다. 따라서 이 논문에서는 칼만 필터 대신에 FIR 필터를 사용하여 기동을 검출하는 문제를 다룰 것이다.

3.1. 기동 검출법

식(2.1)의 시스템에서 식(2.2)의 FIR 필터를 사용할 경우의 잔류치는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} r_p(i+1) &= z(i+1) - \hat{C}A\hat{x}(i|N) \\ &= Cx(i+1) + v(i+1) - \hat{C}A\hat{x}(i|N) \\ &= CA[x(i) - \hat{x}(i|N)] + CBw(i) + v(i+1) \end{aligned} \quad (3.1)$$

식(3.1)에서 $\hat{A}x(i|N)$ 은 일단(one-step) 예측자(predictor)이며, r_p 는 예측오차(prediction error)를 나타낸다. 잔류치 r_p 는 기동입력이 없을 때에는 영평균이며 상호분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= E[r_p r_p^T] \\ &= CAS^{-1}(N)A^T C^T + CBQB^T C^T + I \end{aligned} \quad (3.2)$$

시스템이 기동을 수반할 경우 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 바뀐다.

$$x(i+1) = Ax(i) + Bw(i) + Gfu(i-k) \quad (3.3)$$

식(3.3)에서 $u(\cdot)$ 는 단위 계단 입력, f 는 기동입력의 크기, G 는 기동입력행렬이다. 시스템에 기동입력이 인가되면 FIR 필터의 상태 추정에 기동 입력 f 를 추정 보상해줌으로써 표적 추적을 수행할 수 있다.

식(3.1)의 잔류치는 기동입력이 있을 때에 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} r_p(i+1) &= z(i+1) - \hat{C}A\hat{x}(i|N) \\ &= Cx(i+1) + v(i+1) - \hat{C}A\hat{x}(i|N) \\ &= CA[x(i) - \hat{x}(i|N)] + CBw(i) + v(i+1) + CGf \end{aligned} \quad (3.4)$$

식(3.4)로부터 기동입력이 있을 때의 잔류치는 평균이 CGf 이고, 상호 분산은 다음과 같이 Γ_m 이 된다.

$$\begin{aligned} E[r_p(i+1) - CGf][r_p(i+1) - CGf]^T \\ = CAS^{-1}(N)A^T C^T + CBQB^T C^T + I = \Gamma_m \end{aligned} \quad (3.5)$$

위에서 살펴본 바와 같이 기동입력이 있을 경우에 잔류치 r_p 의 평균값이 변하게 되어, 통계적 분포가 바뀌므로 다음과 같은 시험변수를 써서 기동검출을 수행할 수 있다[7].

$$T(i+1) = r_p^T(i+1)\Gamma_m^{-1}r_p(i+1) \quad (3.6)$$

기동 발생여부의 판별은 다음과 같은 기준에 의해 판별된다.

$$T(i+1) > \lambda_1 : \text{기동 발생} \quad (3.7)$$

$$T(i+1) \leq \lambda_1 : \text{기동 없음} \quad (3.8)$$

식(3.6)의 시험변수 $T(i+1)$ 은 모델링오차가 없을 때에는 χ^2 분포를 이루게 되므로 χ^2 분포표로부터 식(3.7), (3.8)의 기동검출 판별값 λ_1 을 정할 수 있다. 그러나 모델링 오차가 있는 경우에는 χ^2 분포가 보장되지 못하므로 기동검출 판별값은 사전 실험에 의해 설정해야 한다.

3.2. 표적 추적법

기동발생이 탐지되면 표적추적을 위해 기동 입력에 대한 추정을 하고 이를 보상해 주어야 한다. 시점 $i = k$ 에서 기동이 검출되었다면 기동입력에 대한 추정은 식(3.4), (3.5)를 이용해서 최대공산추정자(Maximum likelihood estimator)로써 구할 수 있다.

$$\hat{f}(k) = [G^T C^T \Gamma_m^{-1} C G]^{-1} G^T C^T \Gamma_m^{-1} r_p(k+1) \quad (3.9)$$

기동입력이 추정되고나면 FIR 필터에 다음과 같이 기동입력을 보상해주어야 한다.

$$\hat{x}(i|i:N) = \hat{m}_x(i) + \sum_{j=i-N}^i H(i-j;N)[z(j) - C\hat{m}_x(j)], \quad i \geq k \quad (3.10)$$

식 (3.10)에서 필터의 추정오차의 상호분산은 $S^{-1}(N)$ 으로써 기동검출 전과 같으며, m_x 는 상태 x 의 평균으로서 다음과 같은 특성을 지닌다.

$$m_x(i) = \begin{cases} 0 & , i < k \\ A m_x(i) + G \hat{f} & , i \geq k \end{cases} \quad (3.11)$$

식(3.9)-(3.11)에 의해 기동보상을 수행한 뒤에도 기동 입력 추정에 잔류편차(bias)를 가지게 되므로 계속해서 입력 보상을 처리해줄 필요가 있다. $f = \hat{f} + b$ 로 설정하여 기동입력 추정편차를 b 라 하면 상태방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x(i+1) = Ax(i) + Bw(i) + G\hat{f} + Gb, \quad i \geq k+1 \quad (3.12)$$

여기서 $k+1$ 시점에서 1단 예측 잔류치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_p(k+2) &= z(k+2) - C[A\hat{x}(k+1|N) + G\hat{f}] \\ &= C[Ax(k+1) + Bw(k+1) + G\hat{f} + Gb] - C[A\hat{x}(k+1|N) + G\hat{f}] + v(k+2) \\ &= CA[x(k+1) - \hat{x}(k+1|N)] + CBw(k+1) + v(k+2) + CGb \end{aligned} \quad (3.13)$$

(3.13)식에 의해 예측 잔류치 r_p 의 평균치는 CGb 이고 상호분산은 $k+1$ 시점에서와 같이 Γ_m 이다.

앞절에서와 같은 방법으로 기동검출변수를 다음과 같이 구성하여

$$T(k+2) = r_p^T(k+2) \Gamma_m^{-1} r_p(k+2) \quad (3.14)$$

$T(k+2) \leq \lambda_2$ 인 경우에는 $\hat{b} = 0$ 으로 처리하고, $T(k+2) > \lambda_2$ 인 경우에는 기동입력 추정편차 b 를 다음과 같이 추정할 수 있다. 여기서 기동 판별값 λ_2 는 λ_1 의 경우와 마찬가지로 구성할 수 있다.

$$\hat{b} = [G^T C^T \Gamma_m^{-1} C G]^{-1} G^T C^T \Gamma_m^{-1} r_p(k+2) \quad (3.17)$$

$$\hat{f}(k+1) = \hat{f}(k) + \hat{b} \quad (3.18)$$

이상과 같은 절차를 매 시점에서 반복 적용하면 식(3.10)의 FIR필터에 의해 기동하는 목표물의 기동을 보상해가면서 표적 추적을 수행할 수 있다.

입력 추정에 의해 기동을 보상해가며 기동표적을 추적하는 Bogler[4]의 방법은 이 논문과 유사한 개념을 사용하고 있지만, 계산량이 많아 실시간 처리에 부적합하다. 그러나 이 논문에서 제안하는 방법은 기동보상을 지속적으로 수행하기 때문에 연속 기동도 검출하고 보상할 수 있으면서도 또한 보상 알고리즘이 간단하여 계산량이 적기 때문에 실시간 처리에 적합하다는 장점을 지니고 있다.

4. 모의 실험

이 절에서는 FIR필터와 칼만 필터에 의한 기동검출 및 추적 특성을 비교하기 위하여 간단한 표적추적 문제에 적용하는 모의실험을 수행한다. 직선을 따라서 비행하는 물체를 매 30초 간격으로 위치를 측정하면서 임의의 시간에 기동이 발생하였을 때 FIR필터와 칼만필터를 사용하여 기동을 검출하고 추적하는 문제를 다루기로 한다[2].

시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$x(i+1) = \begin{bmatrix} 1+\Delta & 30 \\ 0 & 1+\Delta \end{bmatrix} x(i) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(i) \quad (4.1)$$

$$z(i) = [1 \ 0] x(i) + v(i) \quad (4.2)$$

$w(\cdot)$ 와 $v(\cdot)$ 는 영평균 백색잡음으로서 상호분산은 다음과 같다.

$$E[w(i)w(j)] = Q \delta_{ij} = (0.173)^2 \delta_{ij} \quad (4.3)$$

$$E[v(i)v(j)] = R \delta_{ij} = (600)^2 \delta_{ij} \quad (4.4)$$

그리고 식(4.1)에서 Δ 는 모델링 오차를 나타내며, 실제 시스템에서 $\Delta = 0$ 인데 모델에서는 $\Delta = -0.1$ 인 것으로 처리 한다.

모의실험에서는 세가지 형태의 기동입력이 발생하는 경우를 다루었다. 첫번째는 그림 1 과 같이 전체 연산 횟수에서 연산횟수(iteration) (이하 iter.로 명명함) iter=298인 시점에서 크기가 1320[ft]인 계단입력을 발생시켜준다. 두번째는 그림 2 에서와 같이 iter=898인 시점에서 크기가 2640[ft]인 계단입력을 발생시켜 준다. 마지막으로 그림 3 과 같이 iter=298인 시점에서 크기가 1320[ft]인 계단입력을 발생시켜주고, iter=898인 시점에서 크기가 -1320[ft]인 계단입력을 발생시켜 준다. FIR 필터의 관측 구간폭은 $N=10$ 으로 하였다.

모의실험 결과를 살펴 보면 칼만 필터의 경우에는 그림 4 와 같이 필터의 잔류치가 기동발생 후에 커지므로 기동이 인식 되어 입력 보상에 의해 추적 성능을 잠시 보이다가 연산 시간이 경과 함에 따라 모델링 오차에 의해 필터가 표적을 추적하지 못하고 발산함을 알 수 있다. 또한 그림 2,3 과 같이 기동입력이 계속해서 발생한 경우에도 발산 특성에 의해 정상동작을 못하고 계속 발산한다.

FIR 필터의 경우에는 그림 5 와 같이 잔류치가 기동 발생 전에는 모델링 오차에 의해 약간의 바이어스를 가지고 있으며, 기동발생 후에는 기동보상에 의해 영평균 값을 가짐으로써 확실한 표적추적 성능을 보임을 알 수 있다. 그림 6 과 같이 기동이 보상된후 다시 한번 기동이 발생한 경우에도 기동이 즉시 보상된후 영평균 값을 가짐을 알 수 있다. 또한 그림 7 과 같이 반대 방향으로 기동이 발생된 후에도 iter=2(60초)인 시점 이내에서 즉시 보상을 알 수 있다.

FIR 필터와 칼만 필터의 기동 검출은 식(3.6)의 기동 시험변수 T 에 의해서 결정하였으며 기동판별값(λ_1)은 칼만 필터는 2000, FIR 필터는 100, λ_2 는 3 로 하였다. 칼만 필터의 경우에는 그림 8 에 보이듯이, T 값이 기동이 발생한 직후에는 기동검출판별값 보다 커짐으로써 기동이 검출 되고, 기동입력 보상에 의해서 일시적으로 보상이 된다. 그러나, 필터 자체의 모델링 오차에 대한 발산 특성 때문에 계속해서 기동시험변수 T 가 기동판별 값을 넘어서 증가함으로써 기동이 계속 발생한 것으로 잘못 판단하게된다.

FIR 필터의 경우에는 그림 9 에서 보듯이 기동시험 변수 T 의 값이 기동발생 직후에만 일시적으로 큰 값을 가짐으로써 기동이 검출되고, 기동검출 후에는 기동입력 추정에 의한 보상으로 기동시험변수 값은 감소하여, 기동을 검출함을 알 수 있다. 그림 10 에서는 한번 기동이 검출된 후 다음 기동이 발생하면 즉시 큰 값을 갖는 T 에 의해 기동을 판별한 후 짧은 시간 iter=2(즉, 60초)내에 즉시 보상되어 정상상태로 회복됨을 알 수 있다. 그림 11 에서는 기동이 반대방향으로 인가되는 순간 즉시 기동이 검출된 후 보상에 의해 기동시험변수값이 감소하여 기동을 검출함을 알 수 있다.

이상의 다양한 모의실험 결과로부터 모델링 오차가 있는 불확정 시스템에서의 기동검출 및 표적추적에 칼만 필터는 발산문제로 인해 부적합한 성능을 보이지만 FIR 필터는 견실한 성능을 보임을 확인할 수 있다.

참고문헌

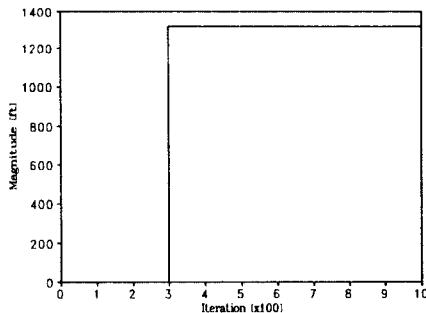
5. 결론

이 논문에서는 모델링오차 존재하는 불확정 시스템에서 기동이 발생한 경우 FIR 필터와 칼만 필터의 추적성능에 대하여 다루었다. 칼만 필터의 경우 시스템의 모델링오차가 없다면 기동발생시 기동이 검출되고 상태의 정확한 추정이 가능[1, 2, 9] 하지만 시스템의 모델링오차가 존재하면 알고리즘의 특성에 의해 기동입력이 인가된 시점부터 추정치의 보상 알고리즘에 의해 추정항이 보상됨에도 불구하고 추정오차의 누적으로 발산한다. 그러나 FIR 필터 [1, 10]의 경우 고유의 모델링 오차에 대한 견실성과 안정성 때문에 기동이 인가된 시점으로부터 정확히 기동이 검출되고 기동입력 보상에 의해 지속적 추적이 이루어짐을 다양한 모의실험을 통해 예증 하였다. 그리하여 모델링오차가 있는 불확정 시스템에서는 기동검출 및 추적에 칼만 필터 보다 FIR 필터의 사용이 더 적합함을 보였다.

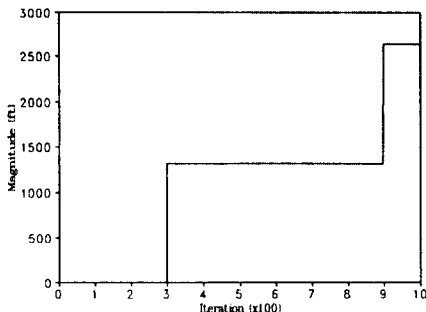
이 논문에서 사용한 FIR 필터의 관측 구간폭은 $N = 10$ 이고 기동입력 추정 알고리즘이 간단하여 적은 량의 데이터를 처리하기 때문에 실시간 처리가 가능하다. 이 논문에서는 편의상 대상시스템을 선형 이산형 불확정 시스템에 한정시켰으나 연속형 및 비선형 시스템에도 대응되는 결과를 얻을 수 있을 것이다.

후기

이 논문은 인하 대학교 산업과학기술 연구소의 '91년도 연구비 지원에 의해 이루어졌습니다.

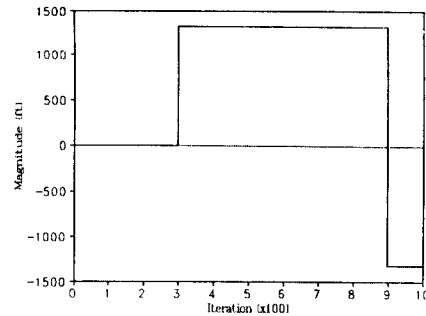


[그림 1] 제 1 기동입력
[Fig. 1] The 1st maneuvering input

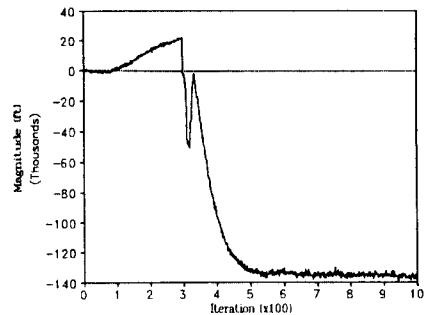


[그림 2] 제 2 기동입력
[Fig. 2] The 2nd maneuvering input

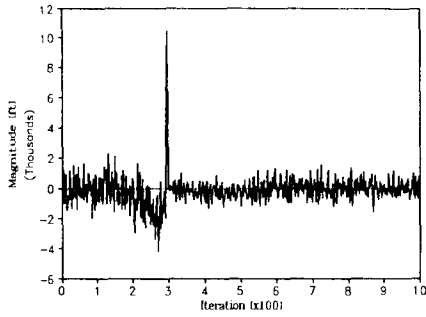
- [1] O. K. Kwon, W. H. Kwon and K. S. Lee, " FIR filters and recursive forms for discrete-time state-space models" Automatica, Vol. 25, No. 5, pp. 715-728, 1989
- [2] A. S. Willsky, H. L. Johns, " A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jump in linear systems" IEEE Trans. Automatic control, pp. 108-112, Feb. 1976
- [3] Y. T. Chan, A. G. C. Hu, and J. B. Plant, " A Kalman filter based tracking scheme with input estimation," IEEE Trans. Aerosp. Electro. Syst vol AES-15, pp. 237-244, Mar. 1979
- [4] P. L. Bogler, " Tracking a maneuvering target using input estimation," IEEE Trans. Aerospace Electro. Syst, vol AES-23, No. 3, May 1987
- [5] M. Farooq, S. Bruder, "Information type filters for tracking a maneuvering target," IEEE Trans Aerosp. Electro Syst, vol 26, no 3, May 1970
- [6] C. B. Chang, J. A. Tabaczynski, " Application of state estimation to target tracking," IEEE Trans. Automatic control, vol AC-29, No2, Feb. 1984
- [7] B. Ninness, G. C. Goodwin, O. K. Kwon, B. Carlsson " Robust fault detection based on low order models." '91 IFAC SAFEPROCESS, Baden Baden, Germany, Sep. 1991
- [8] M. Basseville and A. Benveniste Ed. Detection of abrupt changes in signals and dynamical systems, Springer-Verlag, 1986.



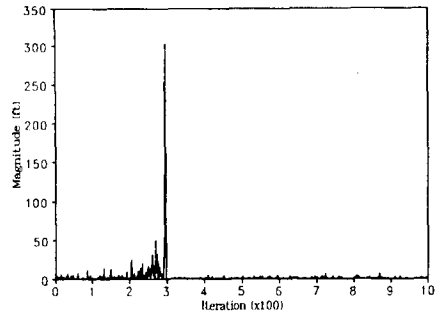
[그림 3] 제 3 기동입력
[Fig. 3] The 3rd maneuvering input



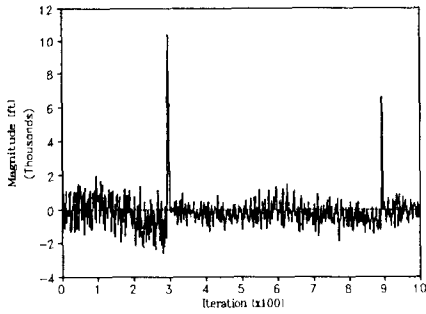
[그림 4] 칼만 필터 잔류치 (제 1 기동시)
[Fig. 4] The residual value of Kalman filter (the 1st maneuvering case)



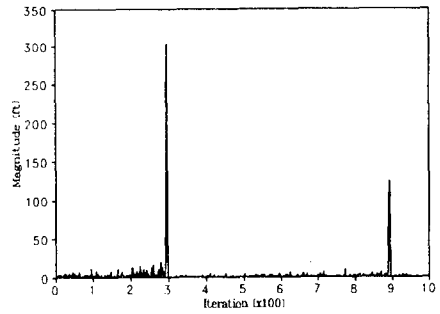
[그림 5] FIR 필터 잔류치 (제 1 기동시)
[Fig. 5] The residual value of FIR filter (the 1st maneuvering case)



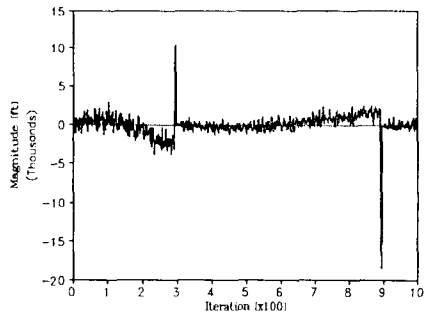
[그림 9] FIR 필터에 의한 기동시험변수(제 1 기동시)
[Fig. 9] The test variable based on FIR filter (the 1st maneuvering case)



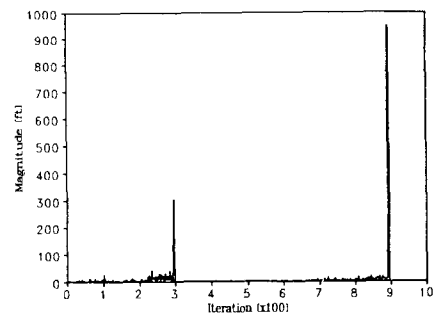
[그림 6] FIR 필터 잔류치 (제 2 기동시)
[Fig. 6] The residual value of FIR filter (the 2nd maneuvering case)



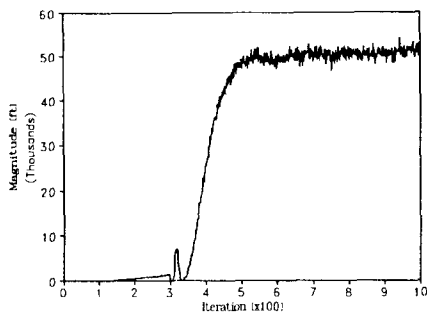
[그림 10] FIR 필터에 의한 기동시험변수(제 2 기동시)
[Fig. 10] The test variable based on FIR filter (the 2nd maneuvering case)



[그림 7] FIR 필터 잔류치 (제 3 기동시)
[Fig. 7] The residual value of FIR filter (the 3rd maneuvering case)



[그림 11] FIR 필터에 의한 기동시험변수(제 3 기동시)
[Fig. 11] The test variable based on FIR filter (the 3rd maneuvering case)



[그림 8] 칼만 필터에 의한 기동시험변수(제 1 기동시)
[Fig. 8] The test variable based on Kalman filter (the 1st maneuvering case)