



$$x(k+1) = Fx(k) + v(k) \quad (1)$$

이 때, 표적의 기동을 검출하기 위하여 표적의 기동을 모형화하는 미지의 입력  $u(k)$  를 가진 상태방정식을 고려한다.

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) + v(k) \quad (2)$$

상기식에서

$$x = [ \dot{x} \quad \ddot{x} \quad \dot{y} \quad \ddot{y} ]^T \quad (3)$$

로 주어지며,  $u(k)$ 는 표적의 기동을 모형화하고,  $u(k) = 0$  는 무기동시를 나타내며,  $v(k)$  는 공정잡음으로서, 공분산  $Q$  의 영평균, 백색 잡음(white noise)이라고 가정한다. 측정치  $z(k)$  는

$$z(k) = Hx(k) + w(k) \quad (4)$$

로 주어지며, 측정 잡음  $w(k)$ 는 공분산  $R$ 의 영평균, 백색 잡음으로서, 공정 잡음에 독립적이다.

유효 윈도우의 길이를  $s$ 로 하였을 때, 현재 시간  $k+s$  에서 기동이 검출되면, 표적이 시간  $t$ ,  $k \leq t < k+s$ , 에서 기동을 개시하여 시간 구간  $[t, t+1, \dots, k+s]$  에서 미지의 입력  $u(i)$ ,  $i = t, t+1, \dots, k+s-1$ , 를 가지고 비행하였다고 가정하여 기동 입력을 추정한다.

현재 시간  $k+s$  에서 무기동 모형에 대한 칼만필터의 순환식과 초기치는

$$\begin{aligned} \hat{x}^*(i+1|i) &= F[1-W(i)H]\hat{x}^*(i|i-1) + FW(i)z(i) \\ &= \Phi(i)\hat{x}^*(i|i-1) + FW(i)z(i), \\ & \quad i = t, \dots, k+s-1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\hat{x}^*(t|t-1) = \hat{x}(t|t-1) \quad (6)$$

와 같이 주어진다. 상기식에서

$$\begin{aligned} P(i+1|i) &= F[P(i|i-1) \\ & - P(i|i-1)H^T[HP(i|i-1)H^T + R]^{-1}HP(i|i-1)]F^T + Q \end{aligned} \quad (7)$$

$$W(i+1) = P(i+1|i)H^TS(i+1)^{-1} \quad (8)$$

$$S(i+1) = HP(i+1|i)H^T + R \quad (9)$$

와 같이 주어진다. 순환식 (5)과 초기치 (6)를 이용하면,

$$\begin{aligned} \hat{x}^*(i+1|i) &= \left[ \prod_{j=t}^i \Phi(j) \right] \hat{x}(t|t-1) \\ & + \sum_{j=t}^i \left[ \prod_{m=j+1}^i \Phi(m) \right] FW(j)z(j), \end{aligned}$$

$$i = t, \dots, k+s-1 \quad (10)$$

만약 입력  $u(i)$ 를 알고 있으면, 기지의 입력  $u(i)$ 를 이용한 필터의 순환식은

$$\begin{aligned} \hat{x}_t(i+1|i) &= \Phi(i)\hat{x}_t(i|i-1) + FW(i)z(i) + Gu(i) \\ &= \left[ \prod_{j=t}^i \Phi(j) \right] \hat{x}_t(t|t-1) \\ & + \sum_{j=t}^i \left[ \prod_{m=j+1}^i \Phi(m) \right] [FW(j)z(j) + Gu(j)], \\ & \quad i = t, \dots, k+s-1 \end{aligned} \quad (11)$$

와 같이 주어진다. 식 (11)의 필터에서 계산되는 이노베이션

$$\nu(i+1;t) = z(i+1) - H\hat{x}_t(i+1|i) \quad (12)$$

는 공분산  $S(i)$ 의 영평균, 백색 잡음이 된다.

식 (10)의 필터에서 계산되는 이노베이션

$$\nu^*(i+1) = z(i+1) - H\hat{x}^*(i+1|i) \quad (13)$$

는 식 (12)의 이노베이션과 입력  $u(j)$ 에 의한 항의 합이 된다.

$$\nu^*(i+1) = \nu(i+1;t) + H \sum_{j=t}^i \left[ \prod_{m=j+1}^i \Phi(m) \right] Gu(j) \quad (14)$$

입력  $u(j)$ 가 시간구간  $[t, t+1, \dots, k+s-1]$ 에서 일정하다고 가정하면, 즉

$$u(j) = u_t, \quad i = t, t+1, \dots, k+s-1,$$

식 (14)로부터

$$\nu^*(i+1) = \Psi(i+1;t)u_t + \nu(i+1;t), \quad i = t, \dots, k+s-1 \quad (15)$$

$$\Psi(i+1;t) = H \sum_{j=t}^i \left[ \prod_{m=j+1}^i \Phi(m) \right] G \quad (16)$$

가 된다. 식 (15)는 다음과 같이 표현된다.

$$Y_t = \Psi_t u_t + \varepsilon_t \quad (17)$$

$$Y_t = \begin{bmatrix} \nu^*(t+1) \\ \vdots \\ \nu^*(k+s) \end{bmatrix}, \quad \hat{y}_t = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1:t) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+s:t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

상기식에서,

$$\epsilon_t = \begin{bmatrix} \nu(t+1:t) \\ \vdots \\ \nu(k+s:t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

는 공분산  $S_t = \text{diag}(S(i))$ 의 영평균 확률 변수로 주어진다. 식 (17)로부터, 입력  $u_t$ 의 최소 자승 추정치(least square estimate)는

$$\hat{u}_t = (\hat{y}_t^T S_t^{-1} \hat{y}_t)^{-1} \hat{y}_t^T S_t^{-1} Y_t \quad (20)$$

가 되고, 추정오차 공분산  $L_t$ 은

$$L_t = (\hat{y}_t^T S_t^{-1} \hat{y}_t)^{-1} \quad (21)$$

로 주어진다.

입력이 영인 경우, 식 (20)의 추정치는 정규 분포

$$\hat{u}_t \sim N(0, L_t) \quad (22)$$

를 취하고,

$$d(\hat{u}_t) = \hat{u}_t^T L_t^{-1} \hat{u}_t \quad (23)$$

는  $n_u$  자유도( $n_u$  degrees of freedom)의  $\chi^2$ -자승 분포를 취한다. 따라서, 오경보의 확률(probability of false alarm)

$$P\{d(\hat{u}_t) \geq c_t\} = \alpha \quad (24)$$

가 설정치 이하가 되도록 역치(threshold)  $c_t$ 가 선정되면, 표적의 기동 검출은 가정 검증(hypothesis test)

$$d(\hat{u}_t) \geq c_t \quad (25)$$

를 통해서 수행된다.

표적의 기동이 검출되면 유효 윈도우 내의 통계량  $\{(\hat{u}_t, L_t), t = k, \dots, k+s-1\}$ 을 이용하여 기동 입력의 기동 시점을 추정한다. 그리고 추정된 기동 시점으로부터 기동 입력을 추정하여 기동 모형으로 전환한다. 이 때, 추정된 기동 입력은 추적 필터의 상태 변수와 추정 오차 공분산을 수정하고 추가된 상태 벡터의 초기치를 설정하는 데 사용된다.

본 기법에서는 시간  $k+s$ 에서  $t = k, k+1, \dots, k+s-1$ 에 대하여  $\hat{u}_t$ 와  $L_t$ 를 계산한다.  $\{(\hat{u}_t, L_t), t = k, k+1, \dots, k+s-1\}$ 의 계산은 입력 추정 기법에서 요구되는  $\hat{u}_k$ 와  $L_k$ 를 순환적으로 계산하는 방법(recursive method)에서 산출되므로, 입력 추정 기법과 비교하여 추가적인 계산량이 요구되지 않는다.

기동의 검출은 입력 추정 기법에서와 같이 통계량  $(\hat{u}_t, L_t), t = k, \dots, k+s-1$ 에 대한 가정 검정을 통하여 수행된다. 기동이 검출되면 통계량  $\{(\hat{u}_t, L_t), t = k, k+1, \dots, k+s-1\}$ 를 참조하여 기동 시점을 추정한다.

시간  $t = k+n, 0 \leq n < s$ 에서 기동 표적이 기동을 개시하였다고 가정하였을 때, 통계량  $\{(\hat{u}_t, L_t), t = k, k+1, \dots, k+s-1\}$ 의 분포 곡선은 그림 1과 같다. 이 때,  $\chi^2$  통계량  $d(\hat{u}_t)$ 는 시간  $t = k+n$ 에서 최대값을 나타내며, 이 정보를 이용하여 기동 입력의 기동 시점을 추정한다.

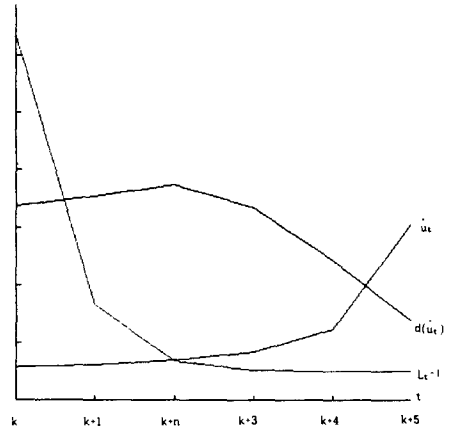


그림 1.  $\hat{u}_t, L_t^{-1}, d(\hat{u}_t)$

fig. 1.  $\hat{u}_t, L_t^{-1}, d(\hat{u}_t)$

통계량  $\{(\hat{u}_t, L_t), t = k, k+1, \dots, k+s-1\}$ 에 대한 가정 검정을 통하여 시간  $t = k+n$ 에서 기동이 시작되었다고 판별되면, 추적 필터는 시간  $k+s+1$ 에서 등가속도 모형으로 전환하여 기동 표적에 대한 추적을 수행하게 된다. 이 때, 기동 입력 추정시 실제 기동 입력과 근접한 기동 입력 추정을 위해 유효 윈도우 길이의 최소치  $s_{min}$ 을 정의한다. 최소 윈도우  $s_{min}$ 은 기동 입력 추정을 위한 최소 정보량으로부터 구하며, 기동 시점의 추정시 추정된 기동 시점이 최소 유효 윈도우  $s_{min}$ 내에 존재하면, 기동 모형으로의 전환을 연기하고 무기동 모형으로 동작한다. 이러한 동작은 추정된 기동 시점이 최소 유효 윈도우 외에 존재할 때까지 수행되며, 조건이 만족되면 기동 모형으로 전환한다.

시간  $k+s+1$ 에서의 추적 필터는 다음의 상태 벡터의 수정치와 초기치를 가지고 개시된다. 위치와 속도 상태 벡터  $x_v(k+s+1)$ 의 추정치는

$$\hat{x}_v(k+s+1|k+s) = [ \hat{x} \quad \hat{y} ]^T$$

$$= \hat{x}^*(k+s+1|k+s) + M_{k+n} \hat{u}_{k+n} \quad (26)$$

$$M_{k+n} = \sum_{j=k+n}^{k+s} \left[ \prod_{m=j+1}^{k+s} \Phi(m) \right] G \quad (27)$$

와 같이 갱신되고, 공분산은

$$P_v(k+s+1|k+s) = P(k+s+1|k+s) + M_{k+n} L_{k+n} M_{k+n}^T \quad (28)$$

과 같이 수정된다. 가속도 상태 벡터  $x_a(k+s+1)$  의 추정치와 공분산은

$$\hat{x}_a(k+s+1|k+s) = [ \hat{x}' \quad \hat{y}' ]^T$$

$$= u_{k+n} \quad (29)$$

$$P_a(k+s+1|k+s) = L_{k+n} \quad (30)$$

와 같이 설정하고, 위치, 속도와 가속도의 공분산  $P_{va}$

$$P_{va}(k+s+1|k+s) = M_{k+n} L_{k+n} \quad (31)$$

로 설정한다.

#### IV 시뮬레이션 검토

본 시뮬레이션에서는, 기동 입력 검출시 실제 기동 입력이 유효 윈도우 내에 존재할 경우에 대하여 입력 추정 기법과 가변 차원 필터 기법, 그리고 본 논문에서 제시된 입력 추정을 이용한 가변 차원 필터 기법의 표적 추적 성능을 비교, 검토한다.

그림 2 는 기동 입력 존재시 입력 추정 필터와 가변 차원 필터의 특성을 비교한 것이다. 이 시뮬레이션에서는  $T=10[\text{sec}]$ , 공정 분산 공분산  $Q=0$ , 측정 잡음 공분산  $R_{11}=R_{22}=10^4[\text{m}^2]$ ,  $R_{12}=500[\text{m}^2]$ 로 하였다. 표적은 x와 y방향으로 각각 속도  $0[\text{m}/\text{sec}]$ ,  $-15[\text{m}/\text{sec}]$ 로 등속도 운동 중, 시간  $t=400[\text{sec}]$ 에서  $t=600[\text{sec}]$ 까지  $u_x=u_y=0.55[\text{m}/\text{sec}^2]$ 의 기동 입력으로 가속도 운동을 하고, 시간  $t=610[\text{sec}]$ 에서  $660[\text{sec}]$ 까지  $u_x=u_y=0.3[\text{m}/\text{sec}^2]$ 으로 가속도 운동을 한다. 이 때 기동 입력 검출을 위한 유효 윈도우의 길이는 6으로 하였다. 또한 기동 모형에서 표적 추적 시스템의 공정 잡음의 표준 편차는 추정 기동 입력의 표준 편차의 5 [%]로 하였다. 결과에서 볼 수 있듯이 고정된 유효 윈도우의 사용에 따른 기동 시점의 잘못된 추정으로 인하여 기동 모형으로의 전환 후 가변 차원 필터의 표적 추적 오차가 커진다.

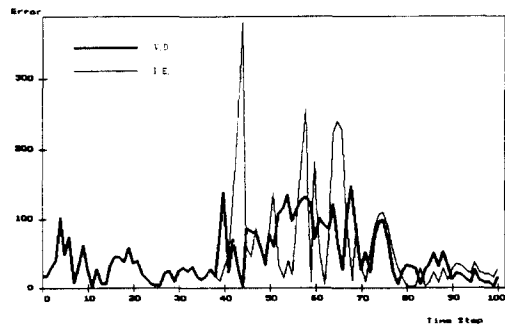
그림 3 은 동일 상황에서 제안된 가변 차원 필터를 시뮬레이션한 결과이다. 실제 기동 입력과 근접한 기동 입력 추

정을 위해 기동 입력 추정에 필요한 최소 유효 윈도우의 길이는 3으로 하였다. 제안된 필터는 기동 검출시 기동 입력과 기동 시점을 추정하기 때문에, 기동 모형으로의 전환 후 기존의 두 필터에 비해 표적 추적 성능이 개선됨을 확인할 수 있다.

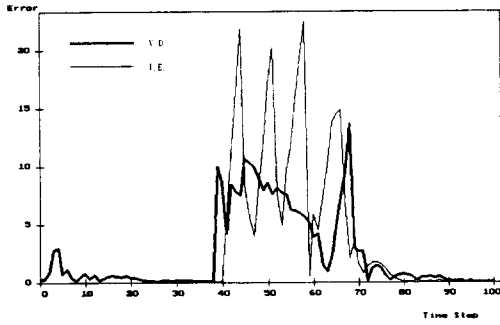
그림 4, 그림 5 는 시간  $t=400[\text{sec}]$ 에서  $t=600[\text{sec}]$ 까지  $u_x=u_y=0.75[\text{m}/\text{sec}^2]$ 의 기동 입력으로 가속도 운동을 하는 표적을 대상으로 각 필터의 표적 추적 오차를 나타낸 것이다. 이 시뮬레이션 상황에서는 처음 기동 검출시 기동 시점이 최소 유효 윈도우 내에 존재하게 된다. 이 때, 추정된 기동 시점으로부터 그대로 기동 입력을 추정할 경우, 추정된 기동 입력은 실제 기동 입력에 근접한 값을 나타내지 않으며, 따라서 기동 모형으로의 전환시 초기값으로 적절하지 못하다. 이러한 경우, 제안된 필터는 본론에서 기술한 바와 같이 기동 모형으로의 전환을 연기하고 무기동 모형으로 동작한다. 이러한 동작은 추정된 기동 시점이 최소 유효 윈도우 외에 존재할 때까지 수행되며, 조건이 만족되면 기동 모형으로 전환한다. 시뮬레이션 결과에서 볼 수 있듯이 본 상황에 대해서도 제시된 필터가 기존의 필터에 비해 표적 추적 성능이 개선됨을 확인할 수 있다.

#### V 결론

시뮬레이션 결과에서 볼 수 있듯이 본 논문에서 제시된 입력 추정을 이용한 가변 차원 필터의 사용으로, 입력 추정 필터와 가변 차원 필터의 고정된 유효 윈도우의 사용에 따른 표적 추적 시스템의 상태 오차 증가를 감소시킬 수 있다. 기동 입력 추정을 위해 순환적 계산 방법(recursive method)을 사용하기 때문에 기존의 입력 추정 기법에 비해 추가되는 계산량이 거의 없으며, 또한 기존의 가변 차원 필터는 유효 윈도우 내의 상태 변수를 갱신해야 하는 과정을 수반해야 하는데 비해, 제안된 필터는 이 과정을 생략함으로써 기동 모형으로의 신속한 전환을 할 수 있다. 차후에 기동 입력이 비교적 작은 표적의 기동 검출에 대한 연구와 클러터(clutter)가 존재하는 상황에서 제안된 필터의 적용에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

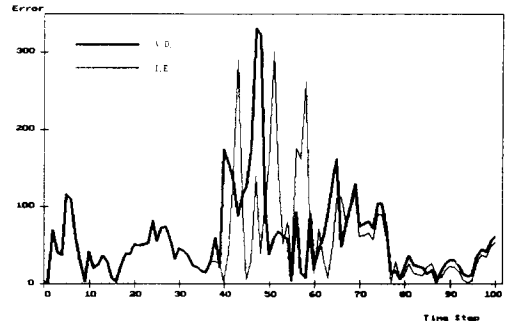


(a)

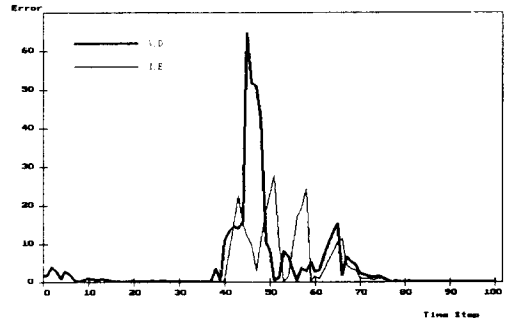


(b)

그림 2. (a) 가변차원필터와 입력추정필터의 위치 오차  
 (b) 가변차원필터와 입력추정필터의 속도 오차  
 fig. 2. (a) Position Error of the Variable  
 Dimension and Input Estimation Filters  
 (b) Velocity Error of the Variable  
 Dimension and Input Estimation Filters

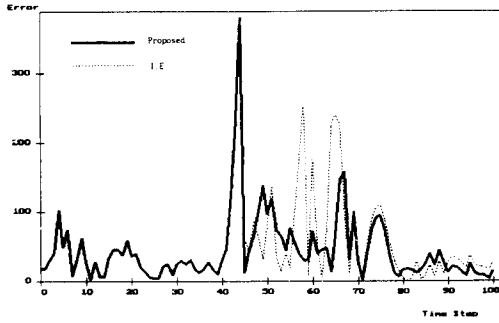


(a)

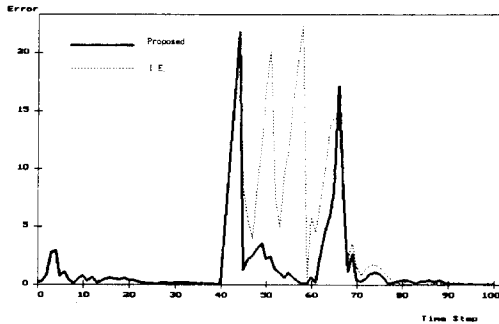


(b)

그림 4. (a) 가변차원필터와 입력추정필터의 위치 오차  
 (b) 가변차원필터와 입력추정필터의 속도 오차  
 fig. 4. (a) Position Error of the Variable  
 Dimension and Input Estimation Filters  
 (b) Velocity Error of the Variable  
 Dimension and Input Estimation Filters

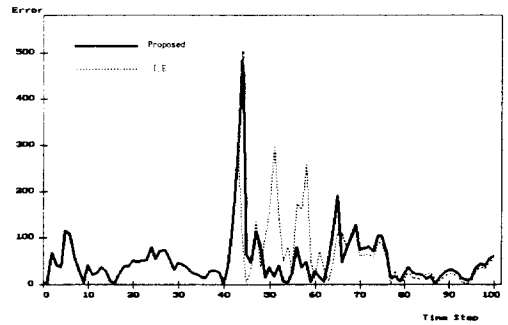


(a)

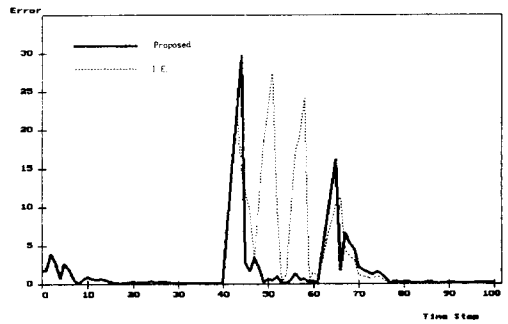


(b)

그림 3. (a) 제안된 필터와 입력추정필터의 위치 오차  
 (b) 제안된 필터와 입력추정필터의 속도 오차  
 fig. 3. (a) Position Error of the Proposed Filter  
 and Input Estimation Filter  
 (b) Velocity Error of the Proposed Filter  
 and Input Estimation Filter



(a)



(b)

- 그림 5. (a) 제안된 필터와 입력추정필터의 위치 오차  
 (b) 제안된 필터와 입력추정필터의 속도 오차  
 fig. 5. (a) Position Error of the Proposed Filter  
 and Input Estimation Filter  
 (b) Velocity Error of the Proposed Filter  
 and Input Estimation Filter

#### 참 고 문 헌

- [1] P.L. Bogler, "Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-23, pp. 298-310, May 1987.
- [2] Y. Bar-Shalom and K. Birmiwal, "Variable Dimensional Filter for Maneuvering Target Tracking", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-18, pp. 621-629, September 1982.
- [3] P.S. Maybeck, R.L. Jensen and D.A. Harnly, "An Adaptive Extended Kalman Filter for Target Image Tracking", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-17, pp. 173-180, March 1981.
- [4] Y.T. Chan, A.G.C. Hu and J.B. Plant, "A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-15, pp. 237-244, March 1979.
- [5] G.C. Ricker and J.R. Williams, "Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-14, pp. 185-193, January 1978.
- [6] N.H. Golson and R.L. Moose, "Maneuvering Target Tracking Using Adaptive State Estimation", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-13, pp. 310-317, May 1977.
- [7] R.J. McAulay and E. Denlinger, "A Decision-Directed Adaptive Tracker", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-9, pp. 229-236, March 1973.
- [8] R.A. Singer, "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-6, pp. 473-483, July 1970.
- [9] P.M. Newbold and Y.C. Ho, "Detection of Changes in the Characteristics of a Gauss-Markov Process", IEEE Trans. Aerospace & Electronic Systems, Vol. AES-4, pp. 707-718, September 1968.
- [10] R.R. Tenney, R.S. Herbert and N.R. Sandell, "A Tracking Filter for Maneuvering Sources", IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-22, pp. 246-251, April 1977.
- [11] A.S. Willsky, "A Survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems", Automatica, Vol. 12, pp. 601-611, 1976.
- [12] P.S. Maybeck, Stochastic Models, Estimation and Control, Academic Press, Vol. I, 1979.
- [13] Y. Bar-Shalom and T.E. Fortmann, Tracking and Data Association, Academic Press, 1988.
- [14] B.D.O. Anderson and J.B. Moore, Optimal Filtering, Prentice-Hall, 1979.
- [15] F. Lewis, Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory, A Wiley-Interscience Publication, 1986.
- [16] E. Wong and B. Hajek, Stochastic Processes in Engineering Systems, Springer-Verlag, 1985.
- [17] A. Papoulis, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw-Hill Book Company, 1984.
- [18] R. Ash, Real Analysis and Probability, Academic Press, 1972.