

## 쌍일차 모델을 이용한 증류공정의 적응예측제어

노 균 여 영구\* 송 형근\* 윤 인섭

서울대학교 화학공학과

\*한국과학기술연구원 공정제어연구실

## An Adaptive Predictive Control of Distillation Process Using Bilinear Model

Kun Lo, Yeong-Koo Yeo\*, Hyung-Keun Song\* and En Sup Yoon

Dept. of Chem. Eng., Seoul National Univ.

\*Process Control Lab., Korea Institute of Science and Technology

## ABSTRACT

An adaptive predictive control method for SISO and MIMO plants is proposed. In this method, future predictions of process output based on a bilinear CARIMA model are used to calculate the control input. Also, a classical recursive adaptation algorithm, equation error method, is used to decrease the uncertainty of the process model.

As a result of the application on distillation process, the ability of the set-point tracking and the disturbance rejection is acceptable to apply to the industrial distillation processes.

## 1. 서 론

모델 예측제어(Model Predictive Control, MPC)방법은 1970년대 후반부터 학계를 중심으로 발달되기 시작하여 현재에는 일부 산업현장에서 활용되어 사용상의 장점이 입증되고 있는 제어방법이다.

Table 1.1에 정리된 대표적인 MPC방법의 기본적인 이론전개는 Figure 1.1로 설명된다. 현재시점을 기준으로 과거의 공정 데이터와 수학적 모델링에 의하여 구성된 모델에 가상의 제어입력을 가하여 모델로부터 예상되는 출력치를 계산한다. 가상의 제어입력들 중에서 예측된 미래의 출력치를 공정의 출력 설정치에 최대한으로 접근시키는 제어입력을 선택하여 공정에 가해줌으로써 궁극적으로 공정의 출력이 원하는 상태에 도달하도록 한다. 현재까지 발표된 다양한 MPC방법들은 출력 예측에 이용되는 모델의 종류와 제어목표의 달성정도를 정량적으로 표시한 비용함수의 구성특성에 따라 분류된다. MPC의 유도에 이용된 모델은 Table 1.1에 표시된 바와 같다. 또한 이들 방법에서 사용된 비용함수는 기본적인 구조는 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n \alpha^2 [\hat{y}(t+i) - w(t+i)]^2 + \sum_{j=1}^n \beta^2 [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (1)$$

(1)식 형태의 비용함수를 최소화시키는 일련의 제어입력인  $\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+l-1)$  등을 결정하는 과정이 제어 알고리즘의 핵심을 이룬다. Table 1.2는 비용함수 구성상의 특징을 요약한 것이다.

기존의 MPC방법들이 지니고 있는 기본적인 이론상의 공통점을 바탕으로 이들 다양한 제어방법들을 하나의 알고리즘으로 통합시키는 방안인 일반형 예측제어 (Generalized Predictive Control, GPC)방법이 1980년대 후반에 Clarke등에 의하여 발표되었다[6,7].

본 연구에서는 비선형 특성을 강하게 나타내는 화학공정에 MPC방법의 적용 가능성을 확장시키기 위하여, 일종의 비선형 모델인 쌍일차 모델(bilinear model)을 이용하여 유도된 예측제어방법인 BGPC(Bilinear GPC)[8,9]에 적용기법을 첨가시킨 적응제어계를 구성하고 비선형 화학공정을 대표하는 증류공정의 제어에 활용하고자 한다. 또한 방정식 오차법(Equation Error Method, EEM)[10]을 MIMO 모델의 파라미터 인식에 적용할 수 있도록 확장시켜 적용기법으로 사용한다. 기존의 선형모델을 이용한 제어방법과의 성능비교를 위하여, 동적모사를 통하여 GPC방법을 이용한 제어결과와 제어성능을 비교하였으며 실제적인 적용과 관련된 사용지침을 확립하였다.

## 2. BGPC 알고리즘

비선형 공정에 대하여 MPC방법을 적용하는 경우, 비선형 공정에 대한 선형 근사 모델이 이용되는 것이 일반적인 방법론이다. 그러나 최근에는 비선형 모델을 직접적으로 MPC 알고리즘의 유도에 이용하고자 하는 연구가 여러분야에서 이루어지고 있다. 비선형 모델들 중에서, 모델식의 구조적인 특성상 선형 모델을 이용한 기존의 방법론들을 직접적으로 확장시켜 적용시키기에 용이한 쌍일차 모델

(bilinear model)은 이를 이용한 모델 자체의 개발은 물론이고 제어방법과 관련된 연구가 매우 활발하다. 본 연구에서는 현재까지 문헌상에 발표된 바 있는 다양한 쌍일차 모델의 특성을 함축적으로 표현할 수 있도록 구성된 다변수 쌍일차 CARIMA(Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving-Average)모델을 이용하여 MPC방법을 구현하였다.

$$\begin{aligned} A(q^{-1})\Delta(q^{-1})y(t) &= B(q^{-1})\Delta(q^{-1})u(t-\tau-1) \\ &+ \sum_{d=0}^D \ddagger(q^{-1}) [ Y(t-1)\Delta(q^{-1})u(t-\tau-1-d) ] \\ &+ \sum_{d=0}^D \ddagger(q^{-1}) [ \tilde{Y}(t-1)u(t-\tau-2-d) ] \\ &+ V(q^{-1})e(t) \end{aligned} \quad (2)$$

(2)식의 다변수 쌍일차 CARIMA 모델은 기존의 쌍일차 모델들과 달리 모델식에 차분연산자(differencing operator)  $\Delta(q^{-1})$ 을 첨가함으로써 적분기능을 지니고 있으며 공정상에 도입되는 시간지연의 영향이 쌍일차항에 가변적으로 나타나는 경우(최소  $\tau$ 에서 최대  $\tau+D$ )를 표현할 수 있는 특징을 지니고 있다. 알고리즘의 유도에 이용될 비용함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} J(PH, Nu) = E \{ &\sum_{k=1}^{PH} \| sf(t+\tau+k) - w(t+\tau+k) \|^2_{1n} \\ &+ \sum_{k=1}^{Nu} \| \Delta u(t+k-1) \|^2_r \mid F_t \} \end{aligned} \quad (3)$$

(3)식의 비용함수를 구성하는 각항의 급수계산의 상한인 PH와 Nu는 각각 출력예측구간과 제어입력의 변화가 허용되는 구간을 의미하는데 Figure 2.1은 이들의 정의와 비용함수를 최소화시키는 제어입력의 선택과정을 설명한다.

(3)식에서 sf는 (2)식의 출력 y에 대한 여과(filtered) 출력 벡터로써 다음과 같이 정의된다.

$$sf(t) = P(q^{-1})\xi(q)y(t-\tau-1) \quad (4)$$

(4)식의 여과 출력에 대한 임의의 k-스텝 이후의 예측자를 유도하기 위하여 다음과 같은 Diophantine 방정식을 이용한다[11].

$$\begin{aligned} P(q^{-1})\xi(q) &= F_k(q, q^{-1})A(q^{-1})\Delta(q^{-1}) \\ &+ q^{\tau+1-k} G_k(q^{-1}) \end{aligned} \quad (5)$$

(5)식의 Diophantine 방정식을 이용하여 (4)식의 여과 출력에 대한 최적 출력 예측자를 구성하고 이를 이용하여 (3)식의 비용함수를 최소화시키는 제어입력을 계산할 수

있다. 임의의 k-스텝 이후의 출력예측치를 포함하고 있는 (3)식의 비용함수는 순환식으로 구성되며 쌍일차항의 영향으로 비선형성이 존재한다. 또한 비용함수의 독립변수에 대한 도함수를 해석적으로 구할 수 없다는 문제점이 존재한다. 따라서 이러한 비용함수의 최소화와 관련된 수치적인 엄밀해법과 해석적인 근사해법을 유도하였다. 본 연구에서는 출력예측자를 구성하고 있는 미래의 출력성분들 중 일부를 출력 설정치와 동일하다는 가정을 도입한 근사해법으로 유도된 제어법칙을 사용한다[8,9].

### 3. 모델 인식 알고리즘

(2)식의 쌍일차 CARIMA 모델을 파라미터 행렬과 입력력자료 벡터의 곱으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Delta(q^{-1})y(t) = \Psi^T(t) \mathbf{X}(t-1) \quad (6)$$

여기서,  $\Psi(t)$ 와  $\mathbf{X}(t-1)$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \Psi(t) = [ &-A_1 \quad -A_2 \quad \dots \quad -A_{n_A} \\ &B_0 \quad B_1 \quad \dots \quad B_{n_B} \\ &C_0^0 \quad C_1^0 \quad \dots \quad C_{n_C}^0 \\ &\vdots \\ &C_0^{\tau} \quad C_1^{\tau} \quad \dots \quad C_{n_C}^{\tau} \\ &\vdots \\ &C_0^D \quad C_1^D \quad \dots \quad C_{n_C}^D \\ &C_0^D \quad C_1^D \quad \dots \quad C_{n_C}^D ]^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t-1) = & \cdot \\ & \Delta(q^{-1}) [ \bar{y}^T(t-1), \dots, \bar{y}^T(t-n_A), \\ & u^T(t-\tau-1), \dots, u^T(t-\tau-1-n_B), \\ & \bar{y}^T(t-1)u_1(t-\tau-1), \dots, \bar{y}^T(t-1-n_C)u_1(t-\tau-1-n_C), \\ & \vdots \\ & \bar{y}^T(t-1)u_n(t-\tau-1), \dots, \bar{y}^T(t-1-n_C)u_n(t-\tau-1-n_C), \\ & \vdots \\ & \bar{y}^T(t-1)u_1(t-\tau-1-D), \dots, \bar{y}^T(t-1-n_C)u_1(t-\tau-1-n_C-D), \\ & \vdots \\ & \bar{y}^T(t-1)u_n(t-\tau-1-D), \dots, \bar{y}^T(t-1-n_C)u_n(t-\tau-1-n_C-D) ]^T \end{aligned} \quad (8)$$

(6)식과 유사한 형태로 공정을 다음과 같이 표현한다.

$$\Delta(q^{-1}) \bar{y}(t) = \Psi_0^T \mathbf{X}(t-1) + e(t) \quad (9)$$

공정에 도입되는 교란성분인  $e(t)$ 가 다음과 같이 제한된 크기를 갖는다고 가정하고 그 상한치인  $E_i(i=1, \dots, n)$ 를 알고 있다고 가정한다.

$$|e_i(t)| < E_i \quad (10)$$

모델 인식 오차, 출력 오차는 각각 다음과 같다.

$$\bar{\Psi}(t) = \Psi(t) - \Psi_0 \quad (11)$$

$$\varepsilon(t) = \Delta(q^{-1}) \bar{y}(t) - \Delta(q^{-1})y(t|t-1) \quad (12)$$

이때 모델 인식 알고리즘은 다음과 같다.

$$\Psi(t) = \Psi(t-1) + \zeta(t-1)X(t-1)\varepsilon^T(t) \quad (13)$$

여기서  $\zeta(t-1)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\zeta(t-1) = \begin{cases} \frac{1}{\|X(t-1)\|^2 + \theta(t)/\phi(t)} & ; \phi(t) > 1 \\ 0 & ; \phi(t) \leq 1 \end{cases} \quad (14)$$

(14)식에서  $\phi(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi(t) = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1(t)}{2E_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\varepsilon_n(t)}{2E_n}\right)^2} \quad (15)$$

#### 4. 증류공정의 제어모사

본 연구는 메탄올과 물의 2 성분계 증류공정의 농도제어를 대상으로 한다. (L, V)제어구조를 대상으로 증류공정에 대한 제어성능 모사실험을 수행하였다. Figure 4.1에는 모사의 대상이 되는 증류공정과 구성된 제어구조를 표시하였다. 동적 모사의 대상인 증류공정의 정상상태 조업조건은 Table 4.1에 요약된 바와 같다.

Table 4.1의 정상상태 조업조건과 Figure 4.1의 (L, V) 제어구조를 근거로 탑상 및 탑저 농도에 대한 2 x 2 MIMO 제어계를 구성한다. 제어변수와 조작변수 각각을 다음과 같이 정의하였다.

$$\text{제어변수 : } y_1 = (1-XB)/(1-XB_0) - 1 \quad (16)$$

$$y_2 = XD/XD_0 - 1 \quad (17)$$

$$\text{조작변수 : } u_1 = ST/ST_0 - 1 \quad (18)$$

$$u_2 = RE/RE_0 - 1 \quad (19)$$

실제적인 공정의 조업과 동일한 조건을 조성하기 위하여 조작변수의 절대적인 변화량과 단위시간당 변화율에 다음과 같은 제약조건을 부가하였다.

$$\text{조작변수 변화범위 : } 0 < ST < 2 ST_0$$

$$0 < RE < 2 RE_0$$

$$\text{조작변수 변화율 : } -0.1 ST_0 < \Delta ST < 0.1 ST_0$$

$$-0.2 RE_0 < \Delta RE < 0.2 RE_0$$

모델 인식방법을 이용하여 제어기를 구성하는 모델을 구성하기 위하여 정상상태로 운전되는 증류공정의  $ST_0$ 과  $RE_0$ 에 5% 크기의 PRBS를 도입하였다. 초기 파라미터의 인식에는 최소 자승법을 이용하였다. 동적 모사를 수행하면서 3분 간격으로 농도를 측정하도록 하였다. 농도의 분석에는 탑상과 탑저에서 동일하게 3분의 시간이 소요되는 것으로 가정하였으며 환류액이 탑상 농도에 영향을 미치는 데 2분의 시간이 소요되며 스티유량은 변화되는 즉시 탑저 농도에 영향을 미치는 것으로 가정하였다.

선형 모델이 이용된 기존의 GPC 알고리즘과 제어 성능을 비교하기 위하여 선형 CARIMA 모델과 쌍일차 CARIMA 모델에 대하여 동시에 모델 인식을 수행하였다. 모델 인식결과는 다음과 같다.

선형 CARIMA 모델( $\tau=2$ )

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1-0.6603q^{-1}-0.1548q^{-2} & -0.0569q^{-1}-0.0719q^{-2} \\ -0.2400q^{-1}+0.2120q^{-2} & 1-0.7359q^{-1}+0.1387q^{-2} \end{bmatrix}$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.1276+0.0879q^{-1}+0.0089q^{-2} \\ -0.0402-0.0458q^{-1}-0.0050q^{-2} \\ -0.0296+0.0078q^{-1}-0.0341q^{-2} \\ 0.0277-0.0258q^{-1}+0.0156q^{-2} \end{bmatrix}$$

쌍일차 CARIMA 모델( $\tau=2$ )

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1-0.8337q^{-1}-0.0366q^{-2} & -0.5773q^{-1}-0.1002q^{-2} \\ -0.2417q^{-1}+0.2082q^{-2} & 1-0.6071q^{-1}+0.0335q^{-2} \end{bmatrix}$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.1277+0.0898q^{-1}+0.0105q^{-2} \\ -0.0406-0.0537q^{-1}-0.0053q^{-2} \\ -0.0370-0.0050q^{-1}-0.0285q^{-2} \\ 0.0308-0.0230q^{-1}+0.0136q^{-2} \end{bmatrix}$$

$$C(q^{-1}) = \begin{bmatrix} -1.0683 & 0.1543 & -0.0612 & 0.0086 \\ -0.1703 & -0.0408 & 0.1933 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

이상과 같이 모델 인식 실험을 통하여 구성된 공정의 초기 모델을 이용하여 BGPC 방법과 GPC 방법을 이용한 적응 예측제어 방법을 증류공정의 제어에 적용시켜 보았다. 설정치에 대한 추적성능과 외란 제거성능을 동시에 모사하기 위하여 공정에 도입된 설정치 변화와 외란은 다음과 같다.

t = 45 min XB : step increase 5 % ---> 7 %  
 t = 180 min XD : step increase 95 % ---> 97 %  
 t = 300 min FE : 10 % step increase

모사에 있어서 (3)식의 비용함수의 입력 가중치 행렬은  $\text{diag}\{0.1, 0.01\}$ 로 정하였으며 출력 예측 구간은 3, 6, 10으로 변화시켜 보았다.

Figure 4.2는 BGPC 방법과 방정식 오차법을 결합시킨 경우의 제어결과이다. 탭저의 메탄올 농도에 대한 설정치가 5%에서 7%로 증가되는 45분 근처의 출력 변화를 살펴보면 PH가 증가됨에 따라 overshoot가 증가되고 탭상농도의 변화가 커진다. 그러나 탭상의 설정치가 증가되는 180분 근처에서는 PH가 증가됨에 따라 상호작용의 영향이 점차적으로 감소되는 결과를 보인다. 원료 주입량이 10% 증가되는 경우, 탭저 농도는 PH 증가에 따라 외란 제거성능이 저하되고 탭상의 경우에는 상반되는 결과를 보인다.

Figure 4.3은 모델 인식 방법으로 최소 자승법을 이용한 경우이다. 방정식 오차법이 이용된 경우에 비하여 전반적인 제어성능이 저하됨을 확인할 수 있다.

Figure 4.4는 선형 CARIMA 모델과 방정식 오차법을 결합시킨 적응 예측제어 방법의 모사 결과이다. PH가 10인 경우의 제어결과는 BGPC 방법이 이용된 경우와 매우 유사하게 나타난다. 그러나 PH가 3인 경우의 결과를 BGPC가 이용된 경우에 비해 안정성이 저하되는 현상을 보인다.

Figure 4.5는 GPC와 최소 자승법이 결합된 경우의 모사 결과이다. 설정치 변화에 대한 추적성능은 양호하게 나타나지만 원료 주입량이 변화된 경우에 있어서는 PH 증가에 따라 제어성능이 급격하게 저하된다.

## 5. 결 론

최근 다양한 사용상의 장점이 입증되고 있는 최신 제어 방법의 하나인 MPC방법을 비선형성 강한 화학공정에서 사용될 수 있도록 확장하였다. 기존의 선형 모델의 단점을 보완한 쌍일차 모델을 이용한 MPC방법을 유도하고 모델 인식방법을 결합시켜 이를 메탄올과 물의 2 성분계 증류공정의 농도제어에 적용시켜 보았다. 동적 모사 결과 기존의 선형모델을 이용한 GPC 방법에 비하여 추적성능 및 외란 제거성능이 향상됨을 확인하였다. 다구간 예측제어방법의 장점을 최대한으로 활용하기 위해서는 제어변수에 대한 샘플링 간격을 줄여주어야 한다. 따라서 실제적인 공정에 대한 응용에 있어서는 농도의 직접적인 측정보다는 온도에 의한 농도의 추정치가 제어변수로 사용되어야 할 것으로 사료된다. 또한 적응제어계의 구성에 있어서 초기 모델의 구성과 조업단계에서의 모델 수정에 각각 최소 자승법과 방정식 오차법이 사용되어야 함을 확인하였다.

## 6. 참고 문헌

- [1] Richalet, J., A. Rault, J. L. Testud, and J. Papon, "Model predictive heuristic control: applications to industrial processes," *Automatica*, 14, 413 (1978).
- [2] Cutler, C. R. and B. C. Ramaker, "Dynamic Matrix Control-a computer control algorithm," JACC, San Francisco, paper WP5-B, 1980.
- [3] Bruijn, P. M., L. J. Bootsma, and H. B. Verbruggen, "Predictive Control using Impulse Response Models," IFAC symposium on digital computer applications to process control, Dusseldorf, 1980.
- [4] De Keyser, R. M. C. and A. R. Van Cauwenberghe, "A Self-tuning Multistep Predictor Application," *Automatica*, 17, 167 (1981).
- [5] Ydstie, B. E., "Extended Horizon Adaptive Control," IFAC 9th World Congress, Budapest, Hungary, 1981.
- [6] Clarke, D. W., C. Mohtadi, P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part I. The Basic Algorithm," *Automatica*, 23, 137 (1987).
- [7] Clarke, D. W., C. Mohtadi, P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-Part II. Extensions and Interpretations," *Automatica*, 23, 149 (1987).
- [8] 노균, 윤인섭, 여영구, 송형근, "쌍일차 공정의 적응 예측제어," 한국자동제어 학술회의 논문집, 1, 344 (1990).
- [9] 노균, 여영구, 송형근, 윤인섭, "쌍일차 공정의 일반형 예측제어," 화학공학, 29, 300 (1991).
- [10] 여영구, 박원희, 송형근, "비선형 Bilinear 공정의 적응 예측제어," 화학공학, 27, 438 (1989).
- [11] Favier, G. and D. Dubois, "A Review of k-Step-ahead Predictors," *Automatica*, 26, 75 (1990).

Table 1.1. Review of typical MPC methods

| Method | Model                  | References                |
|--------|------------------------|---------------------------|
| MAC    | Impulse response model | Richalet et al., 1978[1]  |
| DMC    | Step response model    | Cutler et al., 1980[2]    |
| PCA    | Impulse response model | Bruijn et al., 1980[3]    |
| EPSAC  | CARMA model            | De Keyser et al., 1981[4] |
| EHAC   | CARMA model            | Ydstie, 1984[5]           |
| GPC    | CARIMA model           | Clarke et al., 1987[6,7]  |

Table 1.2. Cost functions of MPC's

| Method | $\hat{y}$   | w     | $\Delta$   | $l$ | m   | n   | $\alpha^2$ | $\beta^2$ |
|--------|-------------|-------|------------|-----|-----|-----|------------|-----------|
| MAC    | $\hat{y}^*$ | $w^f$ | $1-q^{-1}$ | $l$ | $l$ | $l$ | 1          | $\beta^2$ |
| DMC    | $\hat{y}^*$ | w     | X          | $l$ | m   | X   | 1          | X         |
| PCA    | $\hat{y}$   | $w^f$ | $1-q^{-j}$ | $l$ | $l$ | $l$ | 1          | $\beta^2$ |
| EPSAC  | $\hat{y}^*$ | w     | X          | 1   | $l$ | X   | $\alpha^2$ | X         |
| EHAC   | X           | X     | 1          | $l$ | X   | $l$ | X          | 1         |
| GPC    | $\hat{y}$   | $w^f$ | $1-q^{-1}$ | $l$ | m   | $l$ | 1          | $\beta^2$ |

\* : filtered or corrected  
 X : excluded

Table 4.1 Steady state operation condition of distillation process

|                                |        |                 |
|--------------------------------|--------|-----------------|
| Feed flowrate(g/s)             | 18.300 |                 |
| Reflux flowrate(g/s)           | 9.315  | RE <sub>0</sub> |
| Steam flowrate(g/s)            | 13.756 | ST <sub>0</sub> |
| Feed composition(wt. % MeOH)   | 50.550 |                 |
| Top composition(wt. % MeOH)    | 95.000 | XD <sub>0</sub> |
| Bottom Composition(wt. % MeOH) | 5.000  | XB <sub>0</sub> |

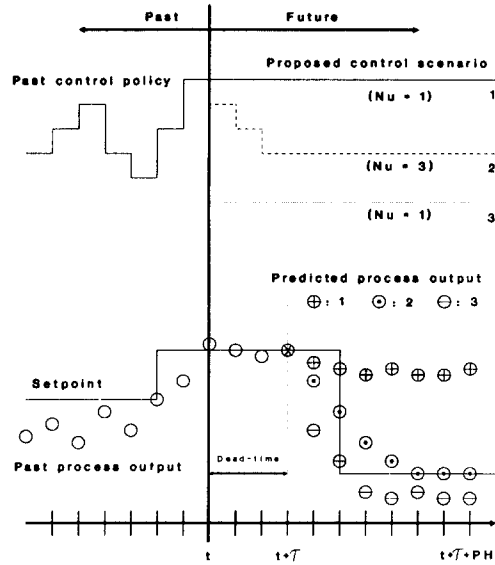


Figure 2.1 Basic concept of Model Predictive Control

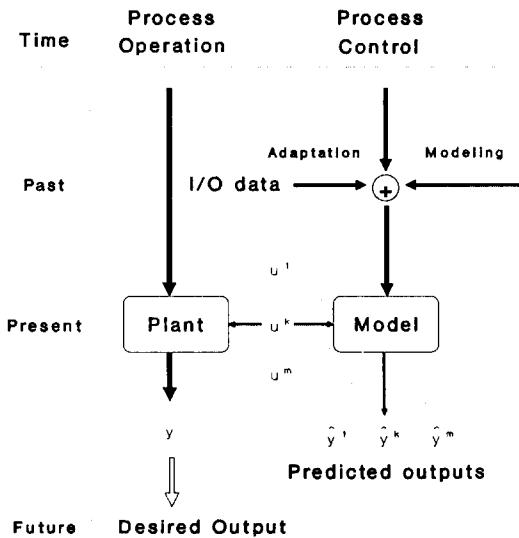


Figure 1.1 Model Predictive Control(MPC)

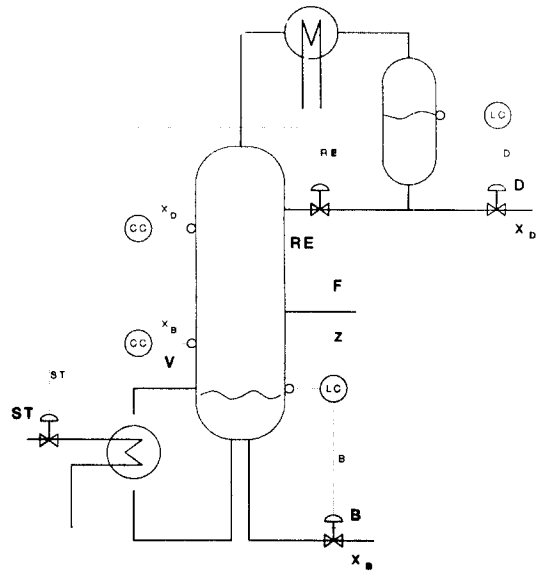


Figure 4.1 (L,V) control structure of distillation process

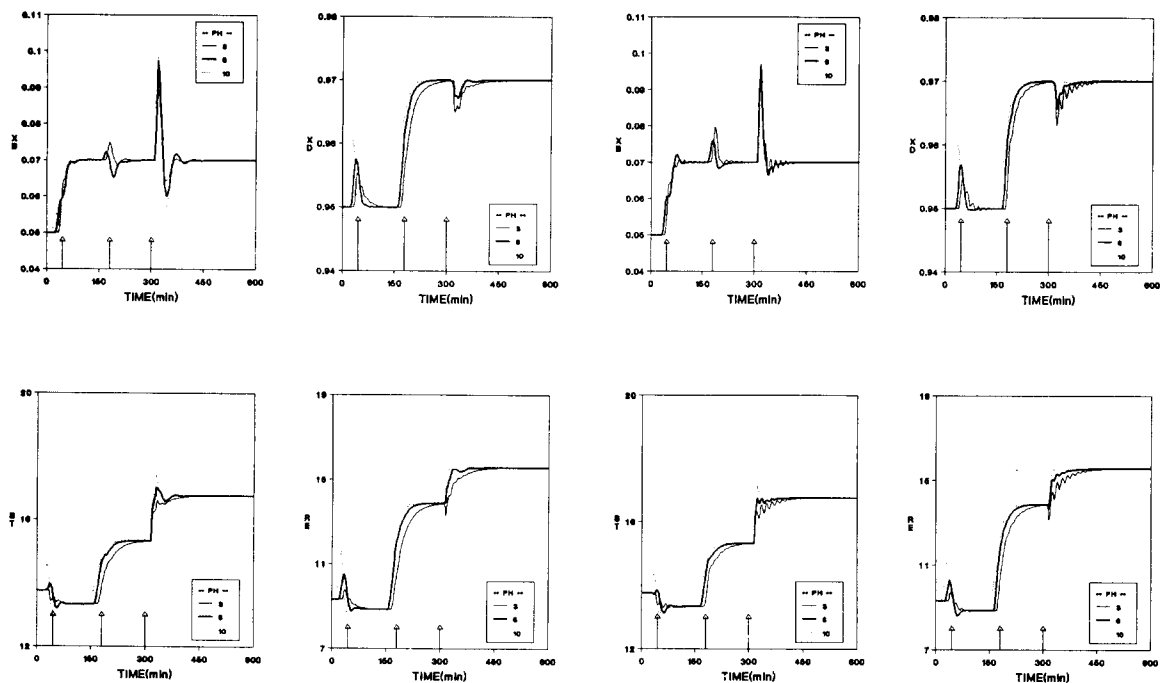


Figure 4.2 Results of dynamic simulation  
(Controller : BGPC, Adaptation : EEM)

Figure 4.4 Results of dynamic simulation  
(Controller : GPC, Adaptation : EEM)

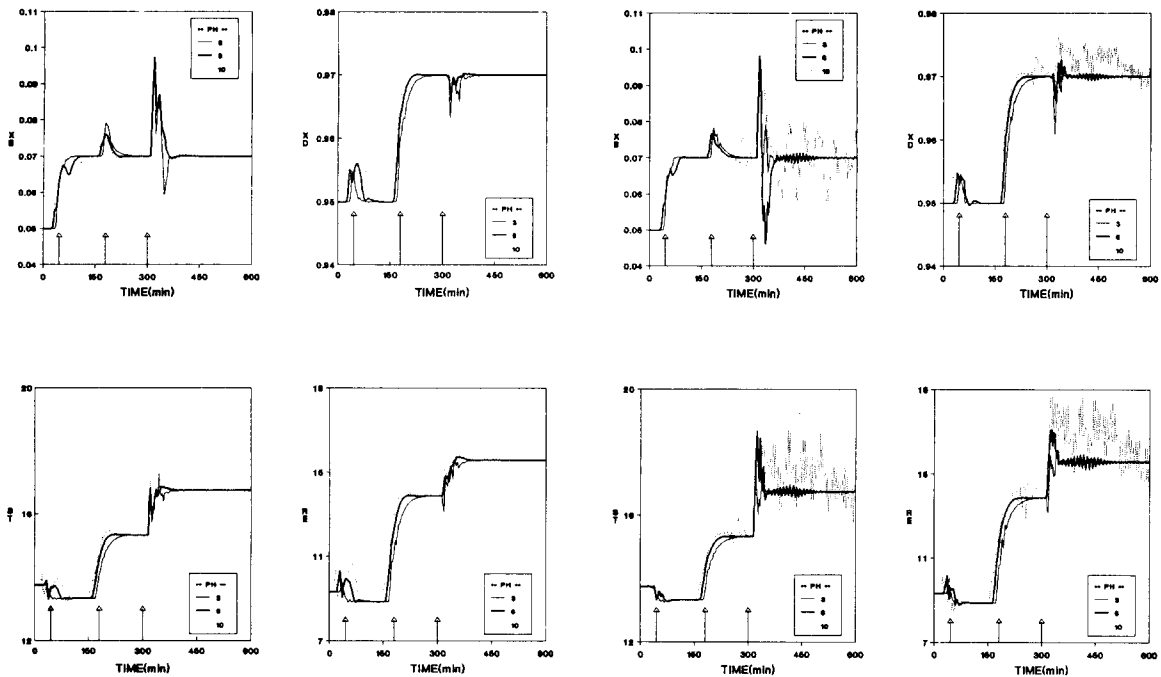


Figure 4.3 Results of dynamic simulation  
(Controller : BGPC, Adaptation : RLS)

Figure 4.5 Results of dynamic simulation  
(Controller : GPC, Adaptation : RLS)