

문종우^o 박정일 박중국

경희대학교 공과대학 전자공학과

The Design of Robust Controller to Frequency Variation

in an One-Link Flexible Robot Manipulator

Moon, Jong Woo^o Park, Jeung Il Park, Chong Kug

Department of Electronic Engineering

Kyung Hee University

ABSTRACT

The natural frequency of an one-link flexible robot manipulator may be varied due to many kinds of causes and this natural frequency is regarded as the uncertain element. Utilizing measured state the robust controller is designed for bounding every system response within a certain neighborhood of the zero state.

도함수가 음(-)이 되는 것을 보장하도록 설계된다[7,8].

시스템은 불확실한 요소를 포함하고 있는 선형-시불변 시스템이며 측정오차가 없는 것으로 가정하였고, 모델은 3기 모드-강제 모드, 1·2차 유연성 모드-를 가지는 것으로 가정하였다. 또한 본 논문에서 제시된 주파수변동에 대한 강건성을 입증하기 위해 모의실험결과와 사용된 수치값을 제시하였다.

1. 서론

본 논문은 단일링크 유연성 매니플레이터의 위치제어를 다루었다.

대부분의 시스템들은 불확실한 요소-상태, 입력, 측정오차-를 가지며 이에대한 많은 연구가 이루어지고있다[1-5]. 실제로 매니플레이터의 고유주파수는 부하 조건의 변화(팁 질량의 변화), 큰 굴절등으로 인하여 동작중에 변동될수있다[6]. 이러한 고유주파수는 불확실한 요소로 간주되며 정밀한 위치제어를 위해서는 이러한 불확실성이 고려되어야 한다. 강건제어기는 시스템응답이 일정 시간구간이 경과한 후에 영(zero)상태의 특정 부근내에서 제한되도록 설계된다. 이때 제어는 측정상태 또는 추정상태의 비선형함수로서 측정오차가 무시할 수있을 정도로 작을 경우에는 단순 선형제어보다 효율적인 것으로 알려져있다[7]. 필요한 귀환정보는 불확실성의 가능한계치(possible boundness)이며 불확실한 시스템에 대한 Lyapunov 함수의

2. 동역학 모델의 수학적 표현

매니플레이터의 기하학적 표현을 그림 1에 나타내었다.

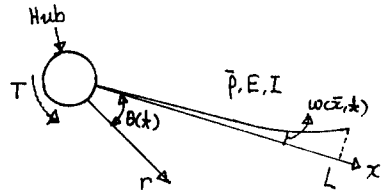


그림 1. 유연성 매니플레이터

- $\bar{\rho}$ 링크의 질량밀도
- T 제어토크
- $0r$ 고정된 기준선
- $\theta(t)$ 기준선으로부터 측정된 허브각
- E 탄성계수
- L 링크의 길이
- I 단면관성모멘트
- $w(\bar{x}, t)$ $0x$ 로부터 측정된 링크의 변형량
- m_t 팁 질량

보는 Bernoulli-Euler 모델을 사용하였으며 수평방향으로의 회전 및 굽힘만 있다고 가정한다. 전체 변형량 $\bar{y}(\bar{x}, t)$ 는 식(1)과 같이 정의된다.

$$\bar{y}(\bar{x}, t) = w(\bar{x}, t) + \bar{x}\theta(t) \quad (1)$$

단일링크 유연성 매니플레이터의 4차 편미분운동방정식은 식(2)와 같다[9].

$$EI \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^4} + \bar{\rho} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

이 방정식은 식(3)과 같은 4개의 경계치조건을 갖는다.

$$EI \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=0} + T - I_H \ddot{\theta} = 0$$

$$\bar{y}(0, t) = 0$$

$$EI \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=L} = 0 \quad (3)$$

$$EI \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=L} = m_t \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} \Big|_{\bar{x}=L}$$

보의 전단변형이나 회전관성모멘트는 무시할 수 있다고 가정한다. 식(2), (3)에 Lagrange 방정식을 적용하여 식(4)와 같은 동역학방정식의 상태공간표현식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

x, A, B 는 각각 식(5), (6)과 같다.

$$x^T = [x_0, \dot{x}_0, x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, \dots, x_n, \dot{x}_n] \quad (5)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1^2 & -2\xi_1\omega_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\omega_1 & -2\xi_1\omega_1 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{I_T} \begin{bmatrix} d\phi_1 & d\phi_n \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ (0) & \dots & (0) & \dots & (0) \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

x_i 는 일반화된 좌표계, ω_1 는 시스템의 고유주파수, ξ_1 는 감쇠비, $d\phi_i/dx$ 는 허브모드 기율기계수[10], I_T 는 시스템 전체관성모멘트를 나타낸다. 출력 y 는 식(7)과 같다.

$$y = x + z \quad (7)$$

z 는 측정오차이다.

3. 강건제어시스템 설계

동역학 시스템이 식(8)과 같다고 하자.

$$\dot{x} = [A + \Delta A(r(t))]x + [B + \Delta B(s(t))]u(t) \quad (8)$$

$$x(t_0) = x_0$$

여기서 $t \in R, x \in R^n, u \in R^m, r \in R^p, s \in R^q$ 이며 A 는 $n \times n$ 상수행렬, B 는 $n \times m$ 상수행렬이다. ΔA 는 시스템 행렬의 불확실성을, ΔB 는 입력행렬의 불확실성을 나타내며 각각 불확실한 매개변수 r, s 의 함수이다. 행렬 (A, B) 는 가제어하며 (가정1), 식(9)와 같은 매칭조건(matching condition)을 만족한다(가정2)고 가정한다.

$$\Delta A(r) = BD(r)$$

$$\Delta B(s) = BE(s) \quad (9)$$

$D(r)$ 와 $E(s)$ 는 R^p, R^q 에 연속인 행렬 함수이다. ΔA 와 ΔB 의 분해는 유일하지는 않지만 제어설계에 영향을 미친다 [11]. 가정1로부터 $\bar{A} = A + BK$ 가 안정하도록 해주는 $m \times n$ 행렬 K 가 존재한다[12].

식(10)과 같은 제어를 생각하자.

$$u = Ky + \lambda(y) \quad (10)$$

여기서

$$\lambda(y) = \begin{cases} -\frac{B^T P y}{\|B^T P y\|} \rho_v(y) & \text{if } \|B^T P y\| > \varepsilon \\ B^T P y & \\ -\frac{B^T P y}{\varepsilon} \rho_v(y) & \text{if } \|B^T P y\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (11)$$

ε 은 양의 상수이며 P 는 식(12)의 Lyapunov 함수를 만족하는 해이다.

$$P\bar{A} + \bar{A}^T P + Q = 0 \quad (12)$$

P, Q 는 $n \times n$ 정정행렬(positive definite)이다. 식(9), (10)을 이용하여 식(1)을 식(13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + B\lambda(y) + Be(x(t), t) \quad (13)$$

$$x(t_0) = x_0$$

여기서

$$e(x, t) = D(r(t))x(t) + E(s(t))Kx(t) + E(s(t))\lambda x(t)$$

$1 - \max\|E(s)\| > 0$ 인 조건을 만족한다면(가정4) $\rho_v(y)$ 는 다음과 같이 정의된다[7].

$$\rho_v(y) = [1 - \max\|E(s)\|]^{-1} [\max\|D(r)\| \|x\| + \max\|E(s)\| \|Kx\|]$$

4. 모의실험 및 고찰

매니플레이터의 고유주파수는 다음과 같다.

$$\omega_i = \omega_{0i} + \Delta\omega_i \quad (i = 1, 2)$$

ω_{0i} 는 공칭고유주파수(nominal natural frequency), $\Delta\omega_i$ 는 가능편차량이다. 상대적 변화량 ω_{r-i} 를 식(14)와같이 정의한다.

$$\omega_{r-i} = \frac{\Delta\omega_i}{\omega_{0i} + \Delta\omega_i} \quad (14)$$

시스템행렬 A 는 $A=A_0+\Delta A$ 로 분해될 수 있다. A_0 는 공칭부(nominal portion), ΔA 는 불확실부(uncertain portion)이다. A_0 는 ω_{0i} 로 구성되며 ΔA 는 ω_{r-i} 와 ω_{0i} 로 구성된다.

본 논문의 모의실험에서는 입력행렬의 불확실성과 측정오차가 없다고 ($\Delta B=0, z=0$) 가정하였다. $\omega_{0i}=[3\text{Hz}, 3.8\text{Hz}]^T$, $\omega_{r-i}=[-2.8, -0.3]^T$, $\xi_i=0.6$ 으로 주었다. 공칭시스템일 경우의 틱의 위치를 그림1에 나타내었고 실제시스템에서의 틱의 위치를 그림2에 나타내었다. 그림1·2로부터 시스템은 고유주파수의 변동에 강건함을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 단일링크 유연성 매니플레이터의 불확실한 매개변수-고유주파수-의 변동에 강건한 제어기설계를 다루었다. 실제로, 고유주파수는 부하조건에 변화, 큰 굴절 등으로 인하여 변동될 수 있다. 정밀한 위치제어를 위해서는 이를 고려해야하며 이에따라 고유주파수의 변동에 강건한 제어기를 설계하였다. 제시된 제어는 측정 또는 추정상태로 구성된 비선형제어함수로서 측정오차가 무시할 수 있을 정도로 작을 경우에는 단순선형제어보다 효율적인 것으로 알려져있다. 모의실험의 결과로부터 시스템은 주파수변동에 강건함을 알 수 있다.

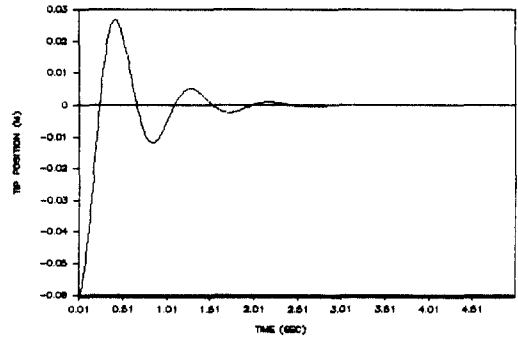


그림 2. 틱의 위치(공칭시스템일 경우)

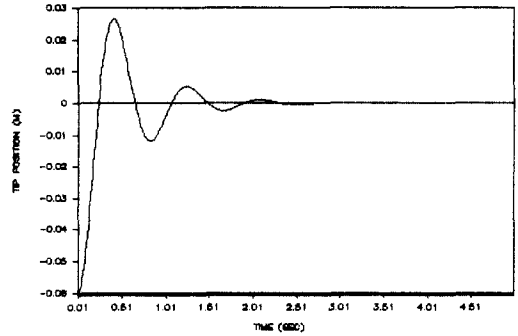


그림 3. 틱의 위치(실제시스템일 경우)

참고문헌

- [1]Gutman,S.,and Leitman,G., "Stabilizing Control for Liner System with Bounded Parameter and Input Uncertainty." Proc.7th IFIP Conf. on Optimization Techiques., Springer Verlag, Berlin, 1975
- [2]Gutman,S.,and Leitman,G., "Stabilizing Feedback Control for Dynamical Systems with Bounded Uncertainty." Proc.conf.Decision, and Control, 1976
- [3]Leitman,G., "Guaranted Ultimate Boundness for a Class of Uncertain Linear Dynamical Systems." IEEE Tran.on Auto.Cont, vol.AC-23, no.6, 1976
- [4]Gutman,S., "Uncertain Dynamical Systems- A Lyapunov Min-Max Approach." IEEE Tran.on Automatic Control, vol.24, no.3, 1979

- [5]Leitman,G., "Guaranted Asymptotic Stability for Some Liar Systems with Bounded Uncertainties." ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.101, no.3, 1979
- [6]V, V, Korolov, and Y, H, Chen., "Controller Design Robust to Frequency Variation in an One-Link Flexible Robot Arm." ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.111, March 1987
- [7]Leitman, G., "On the Efficacy of Nonlinear Control in Uncertain Linear Systems." ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.102, 1981
- [8]Y, H, Chen., "On the Deterministic Performance of Uncertain Dynamical Systems." Int. Journal of Control, vol.43, no.5, 1986
- [9]Gordon, G, Hastings., and Wayne, J, Book., "Verification of a Linear Dynamic Model for Flexible Robotic Manipulator." IEEE Conf. Robotics Automation, 1986
- [10]Giseppe, De Maria., and Bruno Siciliano., "A Multilayer Approach to Control of a Flexible Arm." Proc. of IEEE Conf. Robotics Automation, 1987
- [11]Y, H, Chen., "On the Robustness of Mismatched Uncertain Dynamical Systems." ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.109, 1987
- [12]K, J, Åström, and B. Wittenmark., "Adaptive Control", Addison-Wesley Publishing Company.