

직각좌표 공간에서 로봇트 매니플레이터의 직선 궤적계획에 관한 연구

한 상 완*, 홍 석 교
아주대학교 제어공학과

A Study on Straight Line Trajectories of Robot
Manipulator in Cartesian Space

Sang Wan Han, Suk Kyo Hong
Dept. of Control Eng. Ajou Univ.

ABSTRACT

The moving of each axis in the robot manipulator can be represented with the motion of cartesian space. This paper shows the robot manipulator of the straight line trajectory planning algorithms in the cartesian space.

The relation formulas between cartesian space and joint space are induced to accomplish a desired trajectory in the cartesian space and the velocity vector of sampling time in the cartesian space is transformed into the velocity vector of joint by the interpolation method. The error of trajectory in moving is removed by obtaining the real position for the present joint position and the desired distance is made by comparing the real position and the next position.

Through the simple tests for suggested algorithms are confirmed the validity of algorithms.

1. 서론

로봇트 매니플레이터는 고도의 비선형 시스템으로 액추에이터에 의하여 구동되는 조인트를 갖는 연속된 링크들로 구성된다. 산업용 로봇트의 궤적계획은 초기위치에서 최종 위치 사이의 경로를 원하는 시간내에 엔드 이펙터나 조인트의 위치 속도 가속도를 유도하여 계획된 궤적을 따라 이동하도록 하는 방법으로 직각좌표 공간에서의 궤적계획과 조인트좌표 공간에서의 궤적계획으로 나눌 수 있다[1][2]. 직각좌표 공간에서의 궤적계획에는 역 Jacobian으로부터 구한 각 조인트의 속도 벡터를 사용하여 원하는 궤적을 수행하도록 한 Whitney의 "Resolved Rate Strategie", Paul의 "Catesion Path Control", Taylor의 "Bounded Deviation"등이 있고, 조인트 공간에서의 궤적계획에는 가장 간단한 방법인 "Linear Function Trajectory Planning"과 "High-order Polynomial Trajectory Planning", 차수를 낮게 제한하여 선형함수 궤적 계획법과 고차 다항식 궤적 계획법의 문제점을 개선한 "Cubic Spline Polynomial Trajectory Planning"과, "Quintic Spline Polynomial Trajectory Planning"이 널리 사용되고 있다. 이 외에도 "LSPB"(Linear Segment with Parabolic Blends)과, "Trajectory with a Trapezoidal Acceleration Profile"등

이 제안되어 있다. 조인트 공간에서 직각좌표 궤적을 근사화 하기위한 많은 연구가[3]-[5] 있어 왔는데 그 대부분이 off-line 궤적계획이다.

본 논문에서는 Resolved Rate Strategie법을 기초로 보간법에 의한 직각 좌표 공간에서 로봇트 매니플레이터의 직선궤적 off-line 알고리즘을 제시하고 이를 RHINO XR-111 로봇트의 3축에 적용 직선궤적을 수행하는 간단한 실험을 통하여 알고리즘의 타당성을 확인하고자 한다.

2. Resolved Rate Strategy

직각좌표 공간에서 원하는 궤적을 수행하기 위하여 직각좌표 공간과 조인트 좌표 공간 사이의 관계식을 구해야 한다. 로봇트 매니플레이터의 기구학 방정식 및 역기구학 방정식은 식 (2-1)과 같다.

$$P(t) = f(q(t)) \quad (2-1)a$$

$$q(t) = f^{-1}(p(t)) \quad (2-1)b$$

여기서 $p(t)$ 는 직각좌표 공간에서의 위치벡터, f 는 조인트 변수 $q(t)$ 에 대한 벡터 함수이다.

식 (2-1)을 시간에 대하여 미분하면 직각좌표 공간에서의 속도 및 조인트 공간에서의 속도를 구할 수 있다. 식 (2-2).

$$\dot{p}(t) = V(t) = J(q(t))\dot{q}(t) \quad (2-2)a$$

$$\dot{q}(t) = J^{-1}(q(t))\dot{p}(t) = J^{-1}(q(t))V(t) \quad (2-2)b$$

여기서 J 는 Jacobian 행렬 J^{-1} 는 역 Jacobian 행렬을 나타낸다.

2.1 RHINO XR-111 로봇트의 기구학 방정식

RHINO XR-111 로봇트의 기구학 방정식 (2-3)과 같다.

$$\begin{aligned} p_x &= c_1(a_2c_2 + a_3c_2) \\ p_y &= s_1(a_2c_2 + a_3c_2) \\ p_z &= -a_2s_2 - a_3s_2 \end{aligned} \quad (2-3)$$

2.2 직각좌표 및 조인트좌표 공간에서의 속도

벡터적(vector product)을 이용하여 Jacobian 및 역 Jacobian 행렬을 구하면 식 (2-4)를 얻는다.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1(a_2c_2+a_3c_2s_3) & -c_1(a_2s_2+a_3s_2s_3) & -a_3c_1s_2s_3 \\ c_1(a_2c_2+a_3c_2s_3) & -s_1(a_2s_2+a_3s_2s_3) & -a_3s_1s_2s_3 \\ 0 & -(a_2c_2+a_3c_2s_3) & -a_3c_2s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

식(2-4)로부터 조인트좌표 공간에서의 속도는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1(a_2c_2+a_3c_2s_3) & -c_1(a_2s_2+a_3s_2s_3) & -a_3c_1s_2s_3 \\ c_1(a_2c_2+a_3c_2s_3) & -s_1(a_2s_2+a_3s_2s_3) & -a_3s_1s_2s_3 \\ 0 & -(a_2c_2+a_3c_2s_3) & -a_3c_2s_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

3. 보간법 (Interpolation)

3.1 Absolute Interpolators

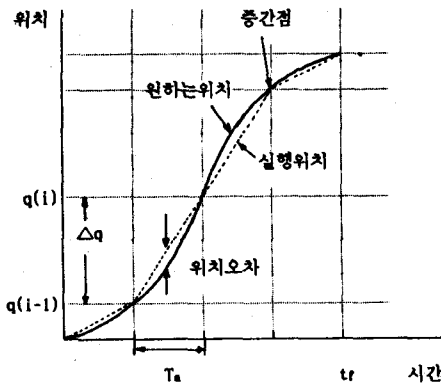
(그림1)에서 각 샘플링 주기에서 계산된 속의 위치를 $q(i)$ 라 하고 그 이전의 속의 위치를 $q(i-1)$ 이라 하면, 두 점 사이의 거리 $\Delta q(i)$ 는 식 (3-1)과 같다.

$$\Delta q(i) = q(i) - q(i-1) \quad (3-1)$$

요구되는 속의 속도 벡터는 위치 벡터에 비례하므로 식 (3-2)이다.

$$\dot{q}(i) = \frac{\Delta q(i)}{T_s} \quad (3-2)$$

이때 실행 속도는 (그림 2)와 같이 샘플링 기간동안 일정하게 유지된다.



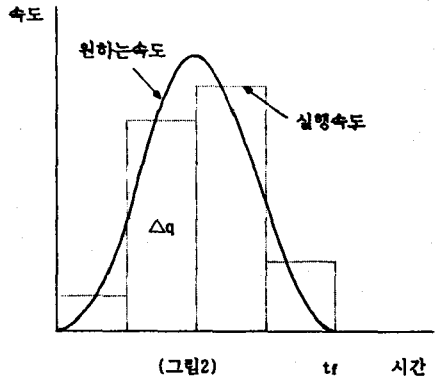
(그림 1)

3.2 Incremental Interpolator

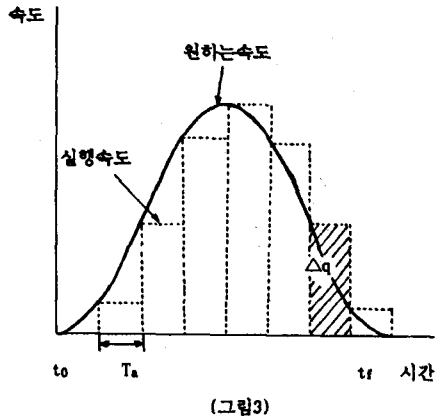
각 샘플링 기간에서 직각좌표 공간의 속도 벡터 $v(i)$ 는 보간기에 의하여 속의 속도벡터(\dot{q})로 변환된다. 이 속도의 모양이 (그림 3)과 같다. 여기에서는 (그림2)와 같이 실행 속도는 T_s 기간 동안 일정하다. 속의 위치를 구하기 위하여 속도 곡선 아래의 면적에 대한 면적을 구함으로써 속의 위치를 근사시키면 식 (3-3)와 (그림 4)를 얻는다.

$$q(i) = \dot{q}(i)T_s$$

$$q(i) = \sum_{j=1}^i \Delta q(j)$$



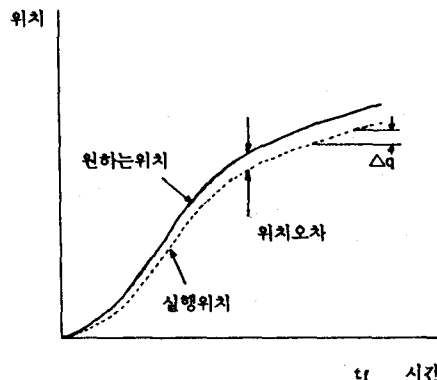
(그림2)



(그림3)

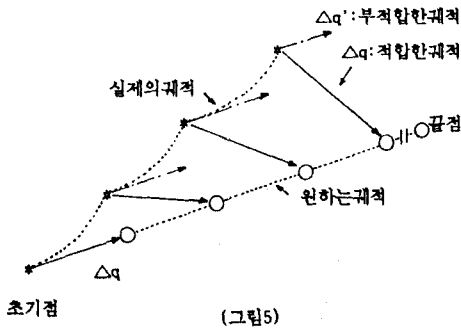
$$q(t) = \int_0^t \dot{q}(\tau) d\tau \quad (3-3)$$

(그림4)에서 볼 수 있듯이 원하는 위치와 실행 위치 사이의 차가 그 속의 위치 오차이며, 공간상의 모든 축에 대한 오차의 조합이 궤적 추적 오차가 된다. 위치 오차의 축

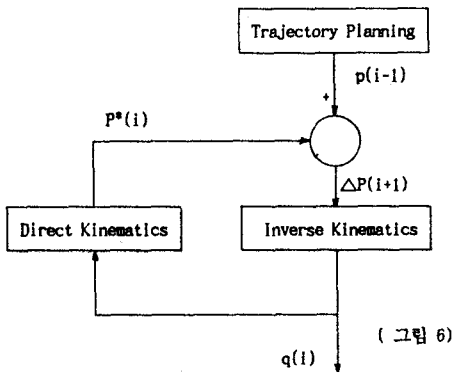


(그림 4)

적때문에 incremental 보간기는 계산적인 오차에 매우 민감하고, 더욱 정밀한 적분을 수행하기위하여 샘플링 기간이 지연된다면 계산적인 오차는 더욱 심각하게 된다 (그림 5).



이러한 궤적 오차를 없애기 위하여 현재 축 위치에 대한 실제 위치 $p^*(i)$ 와 다음 위치 $p(i+1)$ 를 비교하여 원하는 거리 $\Delta p(i+1)$ 을 생성시킨다.(그림 6)



3.3 Resolved Rate Technique에 기초한 보간기

Resolved Rate Technique에 기초한 보간기의 구성을 (그림 7)에 보였다.

주 loop를 수행하는 동안 축의 속도 \dot{q} 를 계산하며, 보조 loop에서는 (그림 6)의 역할을 수행한다. 각 sampling 기간 T_s 동안 변화하는 축의 위치 $q(i)$ 는 D-H 변환 행렬을 구하기 위하여 사용되며, Jacobian 행렬 $J(q)$ 는 식 (2-5)에 의하여 계산된다. 축의 위치벡터 $q(i)$ 를 식 (3-1)과 식 (3-2)로부터

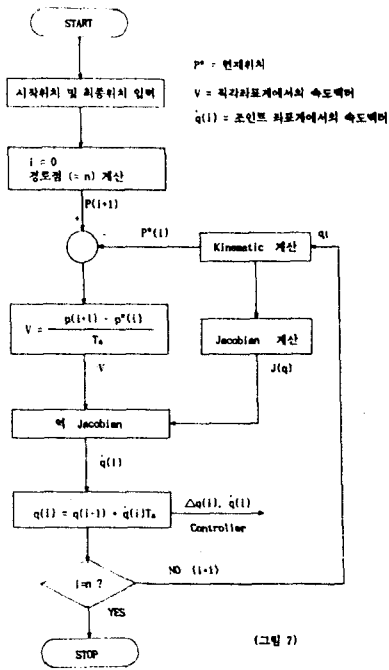
$$q(i) = q(i-1) + \dot{q}(i)T_s \quad \text{식 (3-4)}$$

이며 다음 보간 구간 간격에 사용된다. 만일 (그림 7)의 주 loop가 보간 알고리즘에만 관계 한다면, 궤적 추적 오차가 발생하므로 (그림 6)과 같은 역할의 보조 loop를 추가하도록 한다. 이때 loop에서는

$$v = \frac{p(i+1) - p^*(i)}{T_s}$$

여기서 $p(i+1)$ 은 궤적을 따라 이동할 다음 위치이고, $p^*(i)$ 는 $q(i)$ 실제 조인트의 위치를 센서등에 의하여 측정된 값이다.

제언된 알고리즘에대한 블록다이어그램을 (그림 7)에서 보여준다.



4. 실험

RHINO XR-III 로봇 매니퓰레이터는 5개의 회전축으로 이루어진 5자유도 4링크 시스템이다. 각 조인트는 모두 DC 서어보 모터로부터 동력이 기어와 체인에 의하여 각 조인트로 전달되며 그제원은 다음과 같다. 로봇의 운동역학(dynamics)을 고려하지 않으므로 토크 제한(trque constraint)은 만족된다고 가정한다.

- 길이 $a_1 = a_2 = 228.6$ (mm)
- 최대속도 = 각축 모두 51.72 (deg/sec)
- 엔코더 분해능 : 축 1 = 0.23(deg)
- : 축 2 = 축 3 = 0.12 (deg)

본 연구에서는 조인트 4와 5는 고정된 형태로 놓고 조인트 1,2,3에 대하여 직각 좌표계의 X-Y 평면 위의 시작점 (X=200.0, Y=0.0, Z=100.0)과 최종점(X=300.0, Y=150.0, Z=100.0) 사이를 직선적으로 이동하는 실험을 수행하였다.

5. 결론

본 논문에서는 Resolved Rate Strategie와 보간법을 사용한 직각좌표 공간에서 로봇 매니퓰레이터의 직선 궤적 계획 알고리즘을 소개하고 그에대하여 간단한 실험을 수행하였다. 결과로부터 주어진 시간 내에 원하는 직선 경로를 원만하게 따라감을 보였다. 그러나 로봇의 동역학을 고려하지 않고 오프라인으로 실험이 수행됨으로써 발생한 최종 위치에서의 위치오차를 더이상 줄이지 못하였다. 따라서 동역학을 고려한 온라인제어 기법에 대한 연구가 필요할것으로 보인다.

참고 문헌

1. J.M.Hollerbach, "Robot Motion : Planning and Control", The MIT Press.
2. R.C.Dorf and S.Y.Nof, "International Encyclopedia of Robotics : Application Automation", A Wiley - Inter Science Publication.
3. R.H.Taylor, "Planning and Execution of Stright Line Manipulator Trajectories", IBN J.RES.Develop. Vol.23, pp.424-436, July 1979.
4. J.Y.S.Luth and C.S.Lin, "Approximate Joint Trajectories for Control of Industrial Robots along Cartesian Path", IEEE Trans.Syst.,Man,Cybern., Vol. SMC-14, no. 3, PP. 444-450, May/June, 1984.
5. J.E.Bobow, S.Dobowsky and J.S.Gibson, "Time-optimal Control of Robot ic Manipulators along Specified Paths", Int.J.Robotics Res.,Vol 4, no.3,pp.3-7,1985.
6. Y.H.Chang, T.T.Lee and C.H.Lin, "On-line Cartesian Path Trajectory Planning For Robot Manipulators", IEEE Int.Conf. on Robotics and Automation, Vol.1, pp.62-67,1988.
7. B.Paden and K.Sullivan "Bounded Deviation Trajectory Interpolation for Robot Manipulators", IEEE Int.Conf. on Robotics and Automation, Vol.1,pp. ,1988.
8. J.Angeles and R.Akhros, "Cartesian Trajectory Planning for 3-DOF Spherical Wrists", IEEE Int.Conf. on Robotics and Automation, Vol.1, pp. ,1988.
9. S.Chand and K.L.Doty, "On-line Polynomial Trajectory Planning for Robot Manipulators", The Intern.Journal of Robotics Research, Vol.4, no.2, Summer, 1985.
- 10 H.Zhang, G.Trott and R.P.Paul, "Minimum Delay PID Control of Interpolated Joint Trajectories of Robot Manipulators", IEEE Trans.Electr.Vol.37, no.5, October, 1990.
11. M.K.Jouaneh, Z.Wang and D.A.Fornfeld, "Trajectory Planning for Coordinated Motion of a Robot and Positioning Table:Part 1-Path Specification", IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.6, no.6, December, 1990.