

WALSH(CAL, SAL) 函數를 利用한 線形系의 파라미터 推定에 關한 研究

채 영 무*, 박 준 훈*, 김 종 부*, 김 민 형⁰

- * 충주공업전문대학 제어계측과
- * 인덕공업전문대학 전자과
- ⁰ 성균관대학교 공과대학 전기공학과

The Parameter Estimation of Linear System via Walsh(Cal, Sal) Functions

Chae, Young-Moo*, Park, Jun-Hoon*, Kim, Jong-Boo*, Kim, Min-Hyung⁰

- * Dept. of Control & Instrumentation Chung Ju JR. College.
- * Dept. of Electronic Eng. In Duk JR. College.
- ⁰ Dept. of Electrical Eng. Sung Kyun Kwan Univ.

ABSTRACT

In this paper tried the estimation of parameter using of Cal-Sal functions. System equation given by the linear differential equation is converted into the integral equation, operation matrix for integral of Cal-Sal functions is used to find the estimation of parameter on the given system. Converting linear differential equation to linear algebraic equation, the method presented here computing time and required memory size can be reduced. Therefore real time data process can be possible.

1. 서 론

본 연구에서는 Cal-Sal 함수를 이용하여 입-출력 정보만을 가지고 주어진 시스템의 내부구조 즉 미지의 파라미터들을 추정하는 방법에 관하여 연구하고자 한다. 일반적으로 주어진 시스템의 계어를 위해서는 그 시스템의 수학적모델을 설정해야 한다. 이때 미지의 파라미터들이 존재한다고 하면, 입-출력간의 정보를 이용하여 미지의 파라미터들을 정확히 추정해내야 한다는 문제점이 제기된다.

또한 파라미터 값이 주어졌다 하더라도 시스템의 노후현상 등으로 인하여 파라미터 값에 변화가 생길 수 있으므로 파라미터들의 변화에 대한 추정이 필요하게 된다.

특히 주어진 계의 입-출력 관계로부터 그 계의 내부구조를 결정 할 때 미분방정식으로 주어지는 계를 적분방정식으로 변환하고 적분함수를 도입하여 간단한 대수방정식으로 변환하는 과정에서 적분을 위한 연산행렬이 필요하다. 그러나 일반적인 적분함수의 이용 방법에서는 그 차수가 불필요하게 크다는 단점이 있다. [1]-[5]

본 연구에서 계의 파라미터 추정에 Cal-Sal 함수를 도입하게 된 이유는

- 1) 정확한 파라미터의 값을 추정하기 위해서는 끊임없이 교번하는 입력이 필요하므로 월쉬 함수의 정현대칭, 여현대칭인 Cal-Sal 함수를 도입하였다.
- 2) 기함수의 입력을 갖는 경우 월쉬 함수에 비해 적분 연산행렬의 차수가 간단해진다. [13]
- 3) 미분방정식으로 표현된 파라미터 추정의 문제를 연산행렬에 의해서 선형대수 연립방정식으로 취급할 수 있다. [10]

본 연구의 Cal-Sal 함수에 의한 방법에서는 적분연산행렬의 차수가 낮고 적은 전개항으로도 보다 정확한 파라미터를 추정할 수 있다는 장점이 있으므로 실시간 추정이 가능하고, 마이크로 프로세서의 간단한 처리에 의해 시스템의 내부 구조를 결정하고자 한다.

2. Cal-Sal 함수에 의한 선형계에서의 파라미터 추정

본 연구에서는 Cal-Sal 함수를 이용하여 선형시불변이고 연속적인 시간 모델에서의 파라미터를 추정하고자 한다. 선형계는 일반적으로 다음과 같은 고차 미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_0 u(t) \quad (2-1)$$

위 식을 $x=t/T$ 로 스케일링하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{d^n y(x)}{dx^n} + a_{n-1} T \frac{d^{n-1} y(x)}{dx^{n-1}} + \dots + a_0 T^n y(x) = b_m T^{n-m} \frac{d^m u(x)}{dx^m} + \dots + b_0 T^n u(x) \quad (2-2)$$

$u(x)$ 와 $y(x)$ 는 각각 플랜트의 입력과 출력이고, a_k ($k=0, \dots, n-1$), b_j ($j=0, \dots, m$)는 결정해야 할 미지의 파라미터들이다.

식 (2-2)와 같은 미분방정식으로 부터 시스템의 파라미터를 직접 구한다는 것은 실제적이지 못하므로, 식 (2-2)를 추정방정식으로 이용하는 것 보다는 다음과 같이 변형한 적분 방정식을 파라미터를 추정하기 위한 방정식으로 이용하는 것이 바람직하다.

$$y(x) + P_1 y'(x) + \dots + P_n y^{(n)}(x) = Q_1 u^{(n-m)}(x) + \dots + Q_m \cdot 1 u^n(x) \quad (2-3)$$

여기서

$$\frac{dy^{k+1}(x)}{dx} = y^k(x) \quad (2-4)$$

$$P_k = a_{n-k} T^k$$

$$Q_j = b_{m+1-j} T^{n-m+j-1}$$

첨자 k 는 연속적인 적분 횟수를 의미하고 P, Q 는 결정해야 할 미지의 파라미터들이다.

기함수의 입력을 갖는 경우에는 $u(x) = -u(x; \sigma)$ 와 같이 표현할 수 있으며, 이러한 입력에서 주기조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y^k(0) = -y^k(\sigma) \quad (2-5)$$

여기서 $\sigma = 1/2$

y_j 와 u_k 의 스칼라 곱은 다음과 같이 정의된다.

$$(y_j, u_k) = \int_0^1 y_j(x) u_k(x) dx \quad (2-6)$$

식 (2-3)에서 파라미터는 선형이고 추정점 x_j 를 조절함으로써 파라미터를 평가하는데 영향을 미칠 수 있으나 이런 추정점을 선택하는데 있어서 규칙성이 나타나지 않

므로 식 (2-6)을 이용해 규칙성을 갖는 추정 방정식을 만들면 다음과 같다.

$$(y, v_j) + P_1(y^1, v_j) + \dots + P_n(y^n, v_j) = Q_1(u^{n-m}, v_j) + \dots + Q_{m+1}(u^n, v_j) \quad (2-7)$$

$v_j = y^j$ 나 $v_j = u^j$ 로 놓는다면 독립적인 추정 방정식의 집합을 구할 수 있고 식 (2-5)를 이용하여 부분적분을 취하면 다음과 같이 구해진다.

$$(y^k, y^{k+j}) = \begin{cases} 0 & j : \text{홀수} \\ (-1)^k (y, y^{2k+j}) & j : \text{짝수} \end{cases} \quad (2-8)$$

식 (2-5)와 같은 주기조건을 갖는 $y(x)$ 의 푸우리에 월쉬 급수는 다음과 같은 형태를 취한다.

$$y(x) = y_s^T S(x) + y_c^T C(x) \quad (2-9)$$

여기에서

$$S^T(x) = (s_1(x), s_3(x), s_5(x), \dots) \\ C^T(x) = (c_1(x), c_3(x), c_5(x), \dots) \quad (2-10)$$

는 식 (2-5)를 만족하는 최고성을 갖는 푸우리에 - 월쉬 기저 함수로 구성된 벡터이다.

푸우리에 - 월쉬 계수 벡터는

$$y_s = \int_0^1 S(x)y(x)dx \\ y_c = \int_0^1 C(x)y(x)dx \quad (2-11)$$

와 같으며 푸우리에 경우에 기저함수는 다음과 같다.

$$s_k(x) = \sqrt{2} \sin 2nkx \\ c_k(x) = \sqrt{2} \cos 2nkx \quad (2-12)$$

여기에서 짝수 고조파는 제거되므로 $k=1, 3, 5, \dots$ 이다. Cal, Sal함수의 차수는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{sal}(k, x) = \text{sal}(2^n, x) \text{cal}(k', x) \\ \text{cal}(k, x) = \text{sal}(2^n, x) \text{sal}(k', x) \\ \text{sal}(2^n, x) = r_{n+1}(x) \quad (2-13)$$

$$k = 2^n - k', \quad 0 \leq k' \leq 2^n - 1, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2-14)$$

식 (2-13)에서 $r_{n+1}(x)$ 는 월쉬함수를 발생시키는데 이용되는 Rademacher 함수이다.

적분함수의 월쉬계수는 다음과 같이 구한다.

$$y_w^k = \int_0^1 w(x)y^k(x)dx \quad (2-15)$$

Cal-Sal 계수의 경우에는 $W=C$, $W=S$ 이다.

식 (2-15)를 부분적분과 주기 조건을 이용한다면 $y^k(x)$ 의 월쉬 계수값을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_w^k = (-1)^k \int_0^1 w^k(x)y(x)dx \quad (2-16)$$

푸우리에 함수의 경우 sine, cosine 함수의 적분이 역시 cosine, sine 함수로 나타나듯이 Cal-Sal함수의 적분 역시 식 (2-17)의 관계를 갖는다.

$$S^1(x) = A_c C(x) \\ C^1(x) = A_s S(x) \quad (2-17)$$

식 (2-9)에 의해

$$y^n(x) = (y_s^n)^T S(x) + (y_c^n)^T C(x) \\ y^{n+1}(x) = (y_s^{n+1})^T S(x) + (y_c^{n+1})^T C(x)$$

$$= \int_0^x y^n(x) dx \\ = (y_s^n)^T S^1(x) + (y_c^n)^T C^1(x) \quad (2-18)$$

식 (2-17), (2-18)을 이용하면

$$(y_s^{n+1})^T = (y_c^n)^T A_s, \text{ 즉 } y_s^{n+1} = A_s^T y_c^n \\ (y_c^{n+1})^T = (y_s^n)^T A_c, \text{ 즉 } y_c^{n+1} = A_c^T y_s^n \quad (2-19)$$

식 (2-19)를 반복해서 이용하면 $y(x)$ 의 월쉬 계수에 의해 적분함수의 월쉬계수를 표현 할 수 있다. 연산행렬 A_c 와 A_s 를 구할 수 있는 Cal-Sal 함수의 적분식은 다음과 같다. [15]

$$\int_0^x \text{cal}(k, \tau) d\tau = \sigma^{n+2} \left[\text{sal}(2^{n-k}, x) - \sum_{j=1}^{\sigma} \sigma^j \text{sal}(2^{n+1-j-k}, x) \right] \quad (2-20) \\ \int_0^x \text{sal}(k, \tau) d\tau = \sigma^{n+2} \left[\text{cal}(2^{n-k}, x) - \sum_{j=1}^{\sigma} \sigma^j \text{cal}(2^{n+1-j-k}, x) \right] \quad (2-21)$$

$k > 0$ 에서 식 (2-20), (2-21)에 의해 표현되는 적분함수는 주기조건을 만족하고 $\text{cal}^1(k, x)$ 와 $\text{sal}^1(k, x)$ 로 표현된다. $\text{cal}(0, x) = 1$ 이므로 식 (2-13), (2-14)에 의해 $k=1$ 이면 $n=0$ 이므로 식 (2-21)에 각각을 대입하여 정리하면 $\text{sal}^1(k, x)$ 는 식 (2-22)로 정의된다.

$$\text{sal}^1(1, x) = \int_0^x \text{sal}(1, \tau) d\tau = \sigma^2 \quad (2-22)$$

일반적인 $\text{cal}^1(k, x)$ 와 $\text{sal}^1(k, x)$ 의 표현은 식 (2-23)에 나타내었다.

$$\text{sal}^1(k, x) = \int_0^x \text{sal}(1, \tau) d\tau, \quad k=2, \dots \quad (2-23.a)$$

$$\text{cal}^1(1, x) = \int_0^x \text{cal}(1, \tau) d\tau, \quad k=1, \dots \quad (2-23.b)$$

행렬 A_c 와 A_s 는 식 (2-20), (2-21)로부터 구할 수 있으며 그 결과는 식(2-22)와 같다. [14]

$$A_s = -A_c^T = \sigma^3 \begin{bmatrix} 1 & -\sigma & 0 & -\sigma^2 & 0 & 0 & 0 & -\sigma^3 & 0 & \dots \\ \sigma & 0 & -\sigma^2 & 0 & 0 & 0 & -\sigma^3 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sigma^2 & 0 & 0 & 0 & -\sigma^3 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \sigma^2 & 0 & 0 & 0 & -\sigma^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sigma^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sigma^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \sigma^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

식 (2-9), (2-17), (2-24)를 이용하면 식 (2-3)의 적분방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_s + P_1 A_s^T y_c + P_2 A_s^T A_c^T y_s + \dots = Q_1 A_s^T u_c + Q_2 A_s^T A_c^T u_s + \dots \\ y_c + P_1 A_c^T y_s + P_2 A_c^T A_s^T y_c + \dots = Q_1 A_c^T u_s + Q_2 A_c^T A_s^T u_c + \dots \quad (2-25)$$

이를 간단히 벡터-행렬형태로 변환하면 식(2-26)과 같다.

$$\begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_s \\ y_c \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

식 (2-26)에서 파라미터 P, Q는 식 (2-27)과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

입·출력에 대한 Cal, Sal의 계수 행렬을 식 (2-28)에 나타내었다.

$$S_p = [S_{p1} \ S_{p2} \ \dots \ S_{pn}] \quad S_q = [S_{q1} \ S_{q2} \ \dots \ S_{qn}]$$

$$C_p = [C_{p1} \ C_{p2} \ \dots \ C_{pn}] \quad C_q = [C_{q1} \ C_{q2} \ \dots \ C_{qn}] \quad (2-28)$$

여기서 첨자 P, Q는 출력과 입력에 대한 계수값이다. 1회 적분시의 Cal, Sal 계수값은

$$\begin{aligned} S_{p1} &= A_s^T y_c & S_{q1} &= -A_s^T u_c \\ C_{p1} &= A_c^T y_s & C_{q1} &= -A_c^T u_s \end{aligned} \quad (2-29)$$

이며, 임의의 k번 적분했을때의 적분계수값은 다음의 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} S_{pk} &= A_s^T C_{p, k-1} & S_{qk} &= A_s^T C_{q, k-1} \\ C_{pk} &= A_c^T S_{p, k-1} & C_{qk} &= A_c^T S_{q, k-1} \end{aligned} \quad (2-30)$$

미지의 파라미터 P, Q는 다음의 과정에 의해 결정된다.

$$\begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} y_s \\ y_c \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} S_p & S_q \\ C_p & C_q \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} y_s \\ y_c \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

기존의 월쉬 함수를 이용한 파라미터 추정에 관한 대부분의 연구에서는 paley 배열에 의한 월쉬함수를 이용하고 있다. 이 월쉬함수의 적분은 다시 월쉬함수로 식(2-33)과 같이 재표현된다.

$$\int_0^t \text{PAL}(\tau) d\tau = P \cdot \text{PAL}(t) \quad (2-33)$$

여기서 PAL(t)는 paley 배열에 의한 월쉬함수를 나타낸다. [11]

이때 P를 적분을 위한 연산 행렬이라 하며 다음과 같은 형태를 취한다. 식(2-34)는 월쉬함수 8항 전개에 대한 적분을 위한 연산행렬이다.

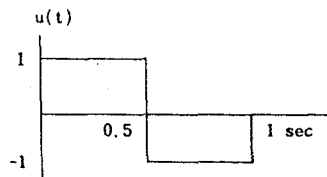
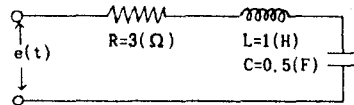
$$P_{(8 \times 8)} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/4 & -1/8 & 0 & -1/16 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & -1/8 & 0 & -1/16 & 0 & 0 \\ 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/16 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/16 \\ 1/16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/16 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

식 (2-34)는 월쉬함수의 시이런시 순서에 의한 Cal-Sal 함수의 적분을 위한 연산행렬인 As, Ac와 마찬가지로 미분 방정식으로 표현되는 시스템을 대수식으로 변환할 때, 적분 연산자로 이용된다.

Cal-Sal 함수의 적분연산행렬 As, Ac와 8항 전개시의 월쉬함수의 적분연산 행렬을 비교하여 보면 Cal-Sal 함수의 경우 차수 고조파가 제거되므로 그 차수가 월쉬함수의 적분연산행렬에 비해 간단하다는 것을 알 수 있다.

3. 적용 예

다음과 같은 R, L, C 회로를 고려하여 보자.



위 그림에서 회로에 흐르는 전류를 i(t)라 할 때 아래와 같이 모델링된다.

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t) \quad (3-1)$$

식 (3-1)은 다음과 같은 2차 미분방정식으로 표현된다.

$$L \frac{d^2y(t)}{dt^2} + R \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{C} y(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad (3-2)$$

여기서 y(t) : 회로의 출력 즉 전류
u(t) : 회로의 입력 즉 전압을 의미한다.

식 (3-2)는 위 그림의 RLC회로에 대한 특정한 시스템의 모델이다. 일반적으로 주어진 시스템이 2차계라고 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + P_1 \frac{dy(t)}{dt} + P_2 y(t) = Q_1 \frac{du(t)}{dt} + Q_2 u(t) \quad (3-3)$$

식 (3-3)을 적분 방정식으로 표현하면

$$y(t) + P_1 y'(t) + P_2 y^2(t) = Q_1 u'(t) + Q_2 u^2(t) \quad (3-4)$$

이며 여기에 식 (2-9), (2-17), (2-24)를 도입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & y_s^T S(x) + y_c^T C(x) + P_1 \{ y_s^T A_c C(x) + y_c^T A_s S(x) \} \\ & + P_2 \{ y_s^T A_c A_s S(x) + y_c^T A_s A_c C(x) \} \\ & = Q_1 \{ u_s^T A_c C(x) + u_c^T A_s S(x) \} + Q_2 \{ u_s^T A_c A_s S(x) + u_c^T A_s A_c C(x) \} \end{aligned} \quad (3-5)$$

식 (3-5)의 양변에 각각 S(x), C(x)를 곱한후 적분을 취하면 직교성에 의해 다음의 대수 연립방정식으로 변형할 수 있다.

$$y_s^T + P_1 y_c^T A_s + P_2 y_s^T A_c A_s = Q_1 u_c^T A_s + Q_2 u_s^T A_c A_s \quad (3-6)$$

$$y_c^T + P_1 y_s^T A_c + P_2 y_c^T A_s A_c = Q_1 u_s^T A_c + Q_2 u_c^T A_s \quad (3-7)$$

식 (3-6), (3-7)에서 함수의 전개항 수에 따라 각각 (m/4) 개 만큼의 방정식을 얻을 수 있고 이를 이용하여 파라미터의 값을 결정할 수 있다. 표 1에 월쉬함수와 Cal, Sal함수로 파라미터 추정을 한 결과를 비교하였다.

표 1 월쉬함수와 Cal,Sal함수의 파라미터 추정 비교

추정기법	전개항수	P ₁ (R/L)	P ₂ (1/LC)	Q ₁ (1/L)
월쉬함수	8 항	3.00192	1.99757	1.00204
Cal,Sal	8 항	3.00000	1.99997	1.02294
월쉬함수	16 항	2.99868	2.00185	0.99984
Cal,Sal	16 항	3.00000	1.99999	1.02260
	original	3.0	2.0	1.0

식 (3-4)와 같이 일반화한 2차계의 적분 방정식에서 Cal, Sal 함수로 16항을 전개하여 얻은 파라미터의 값은 다음과 같다.

표 2 16항 전개시 추정방정식으로부터 얻은 파라미터값

P ₁	P ₂	Q ₁	Q ₂
3.00007	2.00024	1.02260	0.00008

그림 1은 표2의 결과값을 Runge-Kutta법에 적용하여 구한 출력력을 나타내며 그림 2는 수치해석적으로 구한 회로의 진출력값(전류값)을 나타낸 그림이다.

4. 결론

직교함수를 이용한 연속적인 선형계에서의 파라미터 추정 방법에 대한 방법이 개발되어 왔다. 교변하는 입력을 갖는 신호와 이 신호의 출력과의 관계로부터 파라미터를 추정한다면 이 파라미터는 임의의 임. 출력신호에도 적합한 파라미터가 될 것이다.

푸우리에 급수에서 sine함수와 cosine함수의 관계처럼 월쉬함수도 정현대칭, 여현대칭인 Cal, Sal 함수로 구별할 수 있으며, 또한 sine과 cosine 관계와 마찬가지로 Cal과 Sal의 관계를 얻어낼 수 있다. 직교함수를 이용해서 파라미터의 추정을 할 때, 적분연산행렬이 필요한데, 만일 2차계에서 8항 전개시 월쉬급수 접근을 이용한다면 8x8인 적분 연산행렬이 필요하지만 Cal, Sal 함수를 이용한다면, 2x2인 Sal의 적분연산행렬과 2x2인 Cal의 적분연산행렬이 필요하게 될 것이다. 또한 Cal, Sal함수의 적분연산행렬의 차수가 보다 간단해진다는 관계로부터 계산상의 시간절약 및 하드웨어 구성의 용이한 잇점으로 실시간 추정이 가능 하리라 생각한다.

REFERENCE

1. E.V. Bohn, "Implementation of optimum estimation algorithms on high-performance microprocess." IEEE Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum., vol. IECI-25, pp. 334-339, Nov. 1978.
2. C.F. Chen and C.H. Hsiao, "Time Domain synthesis via Walsh functions." Proc. Inst. Elect. Eng., Vol. 122, pp 565-570. 1975
3. G.P. Rao and L. Sivakuma, "System identification via walsh functions." Proc. Inst. Elect. Eng., Vol. 122, pp 1160-1161. 1975
4. S.G. Tzafestas and N. Chrysochoids, "Time varying reactivity reconstruction via Walsh Functions." IEEE Trans. Automat. Contr., I. AC-22, pp. 886-888. 1977
5. V.R. Karanam, P.A. Frick, and R.R. Mohler, "Bilinear system identification by Walsh funtions." IEEE Trans. Automat. Contr. vol. AC-23, pp. 709-713. 1978
6. W.L. Chen and Y.P. Shih, "Shift Walsh matrix and delay differential equations." IEEE Trans. Automat. Contr. vol. AC-23, pp. 1023-1028. 1978
7. J.K. Tugnait, "Identification and model approximation for continuous time system on finite parameter set"

8. B.K. Durgen, "A microprocess implemented Fast Walsh Transform", IEEE Trans. PIC. APPL. MI. CPR., 395-, 1980
9. K.R. Palanisamy, V.P. Arunacharam, "Analysis of vibrating systems via single term Walsh series approach", Int. J. Syst. Sci., -18, 1457-, 1987
10. L.Ljung, "Analysis of a general recursive prediction error identification algorithm", Automatica 17, 89-99, 1981
11. 안두수, 배종일, "Walsh 함수의 접근에 의한 분포정수계의 파라미터 추정" 대한전기학회 논문지 제 39권 pp. 740-748, 1990. 7
12. C.F. Chen and C.H. Hsiao, "Walsh series analysis in optimal control", Int. J. Control, 1975, Vol. 21, No. 6, 881-897. 1974
13. E.V. Bohn, "Measurement of continuous time linear system parameters via Walsh functions", IEEE. IECI-29, 38, 1982
14. E.V. Bohn, "Estimation of continuous time linear system parameters from periodic data", Automatica 18, 27-36, 1982
15. N.J. Fine "On The Walsh Function" pp. 372-402, 1946

CAL-SAL

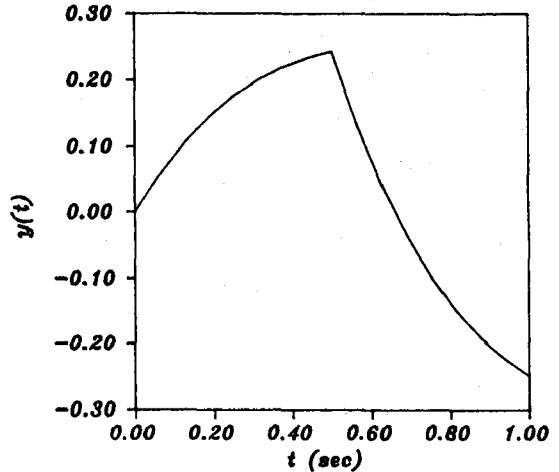


그림 1 Cal-Sal함수로 구한 파라미터를 이용한 출력
Fig. 1 The Output Using of be obtained parameters from Cal-Sal functions

Original

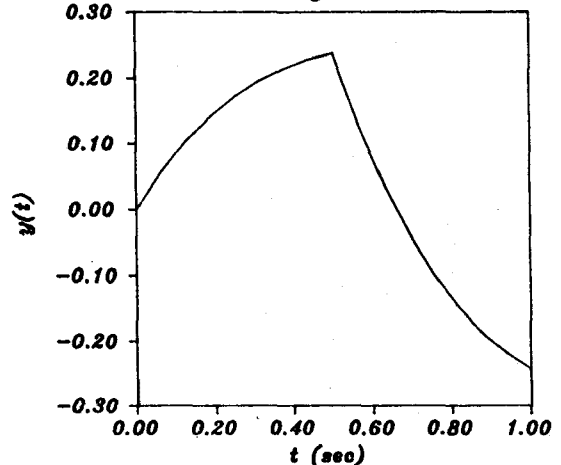


그림 2 원출력
Fig. 2 Original Output