

## 가변구조 제어이론에 의한 영구자석 동기모터의 위치제어

기 상 우\*0 정 기 화\*\* 주 수 원\*\*\* 우 정 인\*\*\*  
 \*0 동아대학교 대학원 전기공학과 \*\* 동아대학교 전기공학과 교수  
 \*\* 해군사관 학교 전기공학과 교수

### Position Control of Permanent Magnetic Synchronous Motor Using Variable Structure System Theory

S.W.Ki\*0, K.H.Chung\*\*, S.W.Joo\*, J.I.Woo\*

\* Dept. of Electrical Eng. Dong-A Univ.

\*\* Dept. of Electrical Eng. Navy Academy.

#### Abstract

In this paper is applied Sliding Mode method to position control system with Permanent Magnetic Synchronous Motor (PMSM), which realized a Digital Controller with Micro-Processor.

And also, this paper proposes an Algorithm to compen-sate chattering of torque current to added controlled parameter to continuous function of torque current.

## I. 서 문

정밀제어용 전동기의 위치제어에 있어서 파라미터의 변화나 외란에 대한 강인성은 제어시스템이 갖추어야 할 중요한 특성의 하나이다. 가변구조시스템(VSS)은 이러한 조건을 만족시킬 수 있는 제어 방법으로써, 전동기의 위치제어에 적용시키기 위한 연구논문이 최근 다수 발표되었다. VSS에서 시스템의 구조는 시스템상태가 미리 정해진 기준면을 교차하는 순간 전환된다. 이러한 동작에 의하여 시스템의 상태변수는 기준선을 따라 미끄러져 가게 된다. 결과로 나타나는 새로운 시스템의 특성은 원래 시스템과는 무관하게 되며 파라미터 변화나 외란에 대해 강인한 특성을 갖는다. 이상적인 시스템일 경우 전환 빈도수가 무한대로 될 수 있지만, 실제 시스템에서는 스위칭수가 제한된다. 따라서, 시스템의 상태변수가 슬라이딩라인 주위를 진동하는 채터링 현상을 만들고 정상상태에 도달했을 경우에도 이 현상은 계속된다.

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어방법을 영구자석 동기전동기(PMSM) 위치제어 시스템에 적용하였으며, 마이크로 콘트롤러를 이용하여 디지털 방식으로 구현하였다. 또한, 본 논문에서는 토크전류의 연속함수에 제어변수를 가하여 이를 보상하는 알고리즘을 제안하고 시뮬레이션 및 실험을 통하여 이에 대한 타당성을 확인하였다.

## II. 가변구조 제어시스템

VSS(Variable Structure System)의 제어구조는 이전에 걸정된 벡터 함수에 의해 불연속적으로 변경되므로 시스템의 동특성이 원래 구조의 고유한 것이 아닌 '슬라이딩 모드' 형태를 취하는 궤적을 얻게 된다.<sup>(4)</sup>

슬라이딩 모드의 동특성이 다음과 같은 시스템을 살펴보자

$$\dot{X} = f(x, t) + B(x, t)u \quad (1)$$

여기서,  $\dot{X}, f(x, t)$ 는 n-column 벡터이며,  $B(x, t)$ 는 m-column 스위칭 제어벡터  $u = [S_1(x, t), \dots, S_n(x, t)]^T$ 인 식  $S_i(x) = 0$ 를 만족하는 평면상에서  $u = [u_1(x, t), \dots, u_n(x, t)]^T$ 에 대응하는 불연속 함수를 가진다.

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & ; S_i(x, t) > 0 \\ u_i^-(x, t) & ; S_i(x, t) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

단,  $u_i^+, u_i^-, S_i$ 는 연속함수이며, 점차 T는 전치행렬이다.  $S_i$ 번째 초평면(hyper-surface)에 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 조건은(5)

$$S_i \cdot \dot{S}_i < 0 \quad (3)$$

이다.

$$u_i(x, t) = M_i \operatorname{sgn}(S_i) \\ M_i > 0, \operatorname{sgn}(S_i) = \begin{cases} +1 & ; S_i > 0 \\ -1 & ; S_i < 0 \end{cases} \quad (4)$$

## III. PMSM의 수학적 고찰

일반적으로 PMSM의 d, q 전압 방정식은

$$V_d = R i_d + p \lambda_d - \omega_r \lambda_q \quad (5)$$

$$V_q = R i_q + p \lambda_q + \omega_r \lambda_d \quad (6)$$

이며, 여기서

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (7), \quad \lambda_d = L_d i_d + \lambda_{af} \quad (8)$$

전기적 Torque는

$$T_e = 3 \frac{1}{2} [ \lambda_{af} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q ] \quad (9)$$

이고, 전동기의 기계적 출력 방정식은

$$p \theta_r = \omega_r, \quad T_e = J \frac{d^2 \theta_r}{dt^2} + B \frac{d \theta_r}{dt} + T_L \quad (10)$$

이며, 이상을 상태 방정식 형태로 쓰면

$$p i_d = (V_d - R i_d + \omega_r L_q i_q) / L_d \quad (11)$$

$$p i_q = (V_q - R i_q - \omega_r \lambda_d + \omega_r \lambda_{af}) / L_q \quad (12)$$

$$p \omega_r = (T_e - T_L - B \omega_r) / J \quad (13)$$

$$p \theta_r = \omega_r \quad (14)$$

또는,

$$\dot{X} = AX + BU \quad (15)$$

로 되고, 여기서,  $X^T = [i_d, i_q, \omega_r, \theta_r]$ 이며,

$U^T = [V_d, V_q, T_L, 0]$ 이다. 식(8)에서  $i_d$ 전류는 미소하므로 무시하면,

$$\lambda_d = \lambda_{af} \quad (16)$$

이고, 식(9)에서,  $T_e = 3P \lambda_{af} i_q / 2$

로 되며, 자속 쇄교수가 일정하다면 Torque는 q축 전류에 비례하므로,

$$T_e = K_t i_q \quad (K_t = 3P \lambda_{af} / 2) \quad (18)$$

로 나타낼 수 있다.

## IV. 위치제어기의 설계

1. 스위칭 초평면의 선택

VSS제어기는 d-q평면상에서 설계되어지며,  $V_d, V_q$ 는 제어 입력, 스위칭 초평면들은 다음과 같다.

$$S_1 = i_d^* - i_d \quad (i_d^* = 0) \quad (19)$$

$$S_2 = \dot{\theta} + c e \quad e = \theta_r^* - \theta_r \quad (c > 0; \text{일정})$$

$$S_3 = i_q^* - i_q$$

\*는 지령치이다. 이러한 선택들은 '벡터 제어'와 '순시전류 제어'의 개념에 근거를 둔다.  $S_1, S_3$ 는 전류와 같은 내부루프

에 관여하고  $S_2$ 는 위치, 속도등 외부부프에 관여하며,  $I_d$ 와  $I_q$ 는 분리되어 독립적으로 제어된다.

2. 제어입력계수의 설계  
제어입력들은 식(11), 식(12), 식(13)에 의하여 다음과 같이 선택한다.  
 $V_d = K_1 \text{sgn}(S_1)$ ,  $I_q^* = K_2 \text{sgn}(S_2)$ ,  $V_q = K_3 \text{sgn}(S_3)$  (20)  
이러한 형태들은 매핑을 간단하게 하기 위해 선택되며, 제어입력 상수  $K_1$ ,  $K_2$ 와  $K_3$ 는 식(4)에서 슬라이딩 모드의 존재조건을 만족하도록 결정 한다.

가.  $K_1$   
식(11)과 식(19)로부터  
 $S_1 = -I_d = -\frac{R}{L_d} I_d - \frac{\omega_r L_d}{L_d} I_q - \frac{1}{L_d} V_d$  (21)

식(20)과 식(21)을 식(3)에 대입하면,  
 $S_1 \dot{S}_1 = S_1 \left( \frac{R}{L_d} I_d - \frac{\omega_r L_d}{L_d} I_q \right) - \frac{1}{L_d} K_1 |S_1| < 0$  (22)

$K_1 < \text{MAX } |d, I_q, \omega_r| R L_d + \omega_r L_d I_q$  (23)

나.  $K_2$   
 $K_2$ 는 식(20)의 torque 지령전류의 제어입력 상수이며, 식(19)의 외부부프에 의한 조건에서,  
 $S_2 = \dot{e} + c \dot{e} = \left( c \frac{B}{J} \right) \omega_r - \frac{J}{J} I_q^*$  (24)

로 되고, 식(20)과 식(24)를 식(3)에 대입하면,  
 $S_2 \dot{S}_2 = S_2 \left( \left( c \frac{B}{J} \right) \omega_r - \frac{J}{J} \right) - \frac{J}{J} K_2 |S_2| < 0$  (25)

$K_2 > \text{MAX } \omega_r \left| \frac{1}{K_1} (T_L - c J \omega_r + B \omega_r) \right|$  (26)  
 $K_2$ 는 외부부프의 제어입력 계수로서  $I_q$ 의 채터링을 증가시키므로 다음의 연속함수를 써서 감소시킨다. (6)-(7)

$$I_q^* = K_2 \frac{S_2}{|S_2| + \delta}$$

$$\delta = \begin{cases} 0 & |S_2| \geq \epsilon \\ \delta_0 + \gamma / |S_2| dt & |S_2| < \epsilon \end{cases}$$

식(27)에 의해 그림.1(a)의 불연속 함수와 유사한 특성을 갖는 그림 1(b)의 연속함수로 대체시켜 사용함으로써 VSS 제어 알고리즘에 의한 입력의 심한 채터링을 줄일 수 있다 (6)-(7). 식(27)은 비례적인 궤환이므로 정상 상태 오차는 궤환 루프 이득의 한계 때문에 사라질 수 없다. 따라서, 적분 보상이 정상 상태 오차를 zero로 하기 위해 필요하므로 본 논문에서 제안하는 함수는

$$I_q^* = K_2 \frac{S_2}{|S_2| + \delta} + \eta$$

$$\eta = \begin{cases} 0 & |S_2| \geq \epsilon \\ \zeta / |S_2| dt & |S_2| < \epsilon \end{cases}$$

$\eta$ 는 제어 변수이며  $\zeta$ 는 제어 상수이다. 이다. 여기서 영역은 2개 부분으로 분리된다. 즉, 하나는  $|S_2|$ 가 오차  $\epsilon$ 보다 큰 순전히 불연속한 영역이고, 또 다른 하나는  $|S_2|$ 가  $\epsilon$ 내인 적분 모드를 갖는 연속 영역이다. 그림.1(c)에 제안된 함수의  $I_q^*$ 를 보인다.

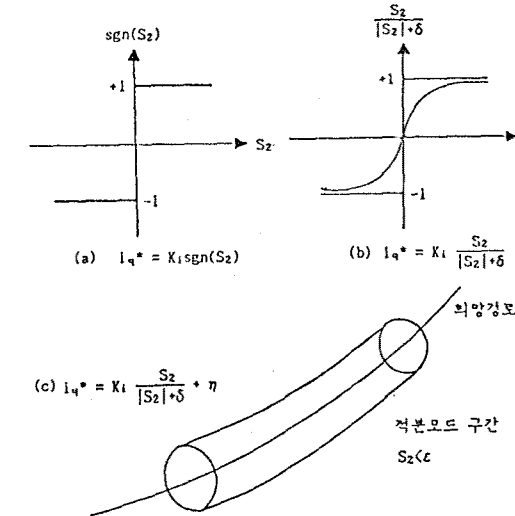


그림.1  $I_q^*$ 의 3종류  
Fig.1 Three kind of  $I_q^*$

다.  $K_3$   
 $S_3 = I_q = -\frac{\omega_r L_d}{L_d} I_d - \frac{R}{L_d} I_q - \frac{\omega_r L_d}{L_d} I_q + \frac{1}{L_d} V_q$  (29)

식(20)과 (29)를 식(3)에 대입하면,  
 $S_3 \dot{S}_3 = -S_3 \left( \frac{\omega_r L_d}{L_d} I_d + \frac{R}{L_d} I_q + \frac{\omega_r L_d}{L_d} I_q \right) + \frac{1}{L_d} K_3 |S_3| < 0$  (30)

$K_3 < \text{MAX } |d, I_q, \omega_r| \omega_r L_d + R I_q + \omega_r L_d I_q$  (31)

3. 전압벡터의 결정  
제어기는 식(5)와 식(6)을 사용하여  $V_d$ 와  $V_q$ 를 결정할 수 있으며, d-q 평면상의  $V_d$ 와  $V_q$ 를 a-b-c 평면상의 인버터 전압벡터를 결정하는 방법도 도입한다(8)-(9).  
전압벡터 매핑을 위해 ( $V_d, V_q$ )에서 변환된 ( $V_a, V_b, V_c$ )는 그들의 부호를 사용하여 전압벡터 중의 하나가  $V_i$  (a,b,c)로써 선택되어질 수 있으며, 식(20)을 이용하여  
 $G_a = [\text{sgn}(K_3 \text{sgn}(S_1) \sin \theta_r + K_3 \text{sgn}(S_3) \cos \theta_r) + 1] / 2$   
 $G_b = [\text{sgn}(K_3 \text{sgn}(S_1) \sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) - K_3 \text{sgn}(S_3) \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) + 1] / 2$  (32)  
 $G_c = [\text{sgn}(K_3 \text{sgn}(S_1) \sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) - K_3 \text{sgn}(S_3) \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) + 1] / 2$

로 된다. 본 매핑은 각  $\theta_r$ 에 의해 단일한 공간 벡터를 선택할 수 있다는 점에서 매우 간단하며 실질적이다.

V. 심형장치의 구성

1 제어시스템 구성  
PMSM을 이용한 위치제어 시스템의 전체 블록도를 그림.2에 보인다. 제어는 내부부프와 외부부프의 두 부분으로 나누어지며, 외부부프는 기계적 부분의 제어부프 즉, 전동기의 위치제어부프에 해당한다. 내부부프는 전류제어 부프이며, d축과 q축 전류 성분의 제어 동특성이 VSS의 고이득 효과에 의해 분리될 수 있도록 설계되어 있다.

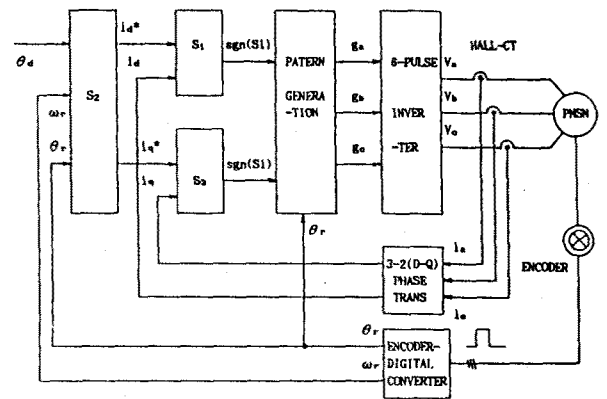


그림.2 VSS를 이용한 위치제어의 블록도  
Fig.2 Block diagram of VSS for position control

2 제어 알고리즘  
제어시스템의 흐름도 차트를 그림.3에 보인다.

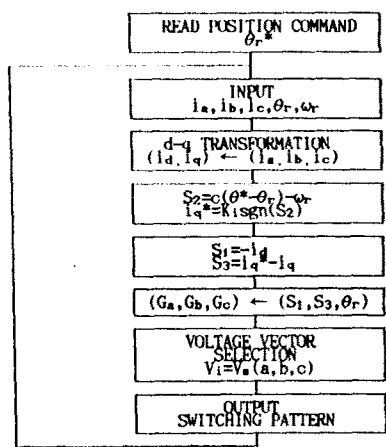
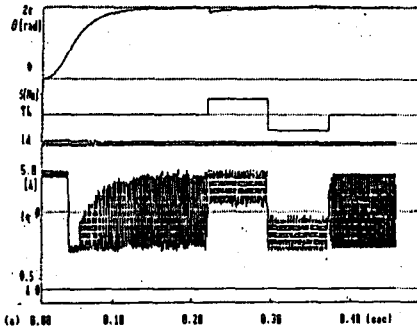


그림.3 VSS제어에 대한 순서도  
Fig.3 Flow chart for VSS control

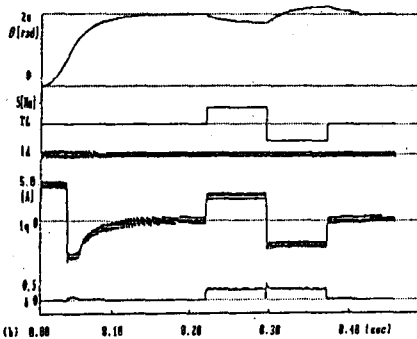
### VI. 시뮬레이션 및 고찰

1 시뮬레이션  
그림 1.에서와 같이 제어기 설계에 있어서 3종류의  $i_q^*$ 가 제안되었다. 이들을 사용하여 시간응답에 대한 시뮬레이션 결과를 고찰해 본다.

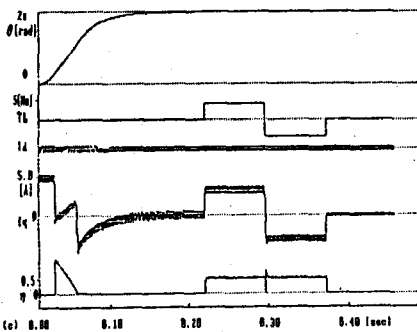
본 실험에 사용된 기기의 정격전압  $V_n=75[V]$ , 전류  $I=5[A]$ ,  $J = 0.00176 [Kg.m^2]$ ,  $B=0.000388[Kg.m^2]$ ,  $L_d=56[mH]$ ,  $L_q=58[mH]$ ,  $R=1.4[\Omega]$ 이다. 그림 4.는 위치 변화가 정상상태 되었을때 4.5(Nm)의 부하를 0.22(sec)에서 0.30[Sec]사이에서는 정으로 가하고, 0.30[Sec]에서 0.38[Sec]사이에는 속도가 있을 때의 특성이다. 그림 4(a)의 경우 불연속함수를 가하여 구동 했을 때, 그림 4(b)에서는  $i_q^*$ 에 연속함수인  $\delta$ 를 가하여 제어할 때, 그림 4(c)는 본 논문에서 제안한 제어변수  $\eta$ 를 가하여 제어 한 결과이다.



(a) 불연속 함수에 의한 시간 응답  
(a) Dynamic responses using discontinuous function



(b) 연속 함수  $\delta$ 에 의한 시간 응답  
(b) Dynamic responses using continuous function  $\delta$



(c) 연속 함수  $\eta$ 에 의한 시간 응답  
(c) Dynamic responses using continuous function  $\eta$   
그림 4 시간 응답  
Fig.4 Dynamic responses  
(load torque variation at 0.25[Sec]<t<0.38[Sec])

#### 2 결과 고찰

그림 4는 정상상태 하에서 VSS제어 기법을 적용한 것으로, (a)는 불연속제어를 하였을 때로서  $i_q$ 전류는 정류부 약 5[A]

의 채터링이 일어났으며, 위치 변동은 정류 부하 가변시 6(X), 부하 가변시 3(X)의 위치 변동이 나타났으며, 부하가 없을 때 즉시 모터가 정위치에 복귀하는 고속응답을 나타내고 있다. (b)는  $i_q^*$ 에 연속함수인  $\delta$ 를 가하여 제어한 결과로서 채터링은 거의 감소 하였지만, 정류 부하를 가했을 때는 12.3(X), 속도의 부하시 9.5(X)의 위치변동이 생겼으며, 전실성면에서 불연속함수보다 좋지 않음을 알 수 있다. (c)는 이를 보상하기 위하여 본 논문에서 제안한  $\eta$ 에 의한 적분기를 사용한 결과로서 상승 시간이 (a) 및 (b)보다 약 4(ms)의 지연이 있지만 전실성 문제에서 유효한 보상이 되었으며, 외란의 영향도 받지않는 실시간 제어가 가능함을 알 수 있다.

### VI. 결 론

본 논문에서는 PMSM을 이용한 위치제어 시스템에 VSS이론을 적용하였으며, 제어기 설계에 있어서  $i_q$ 가 슬라이딩 모드에 의해 발생하는  $i_q^*$ 에 상응하기 위해 VSS를 사용하여 1종류의 제어를 하였다. 여기서,  $i_q^*$ 는 그림 1.에서와 같이 불연속 함수에  $\delta$ 를 적용한 연속함수 및 본 논문에서 제안하는  $\eta$ 를 적용한 연속함수에 대한 각각의 동특성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 고찰하였으며, 특히  $\eta$ 를 적용한 위치 제어기법이 보다 우수함이 입증 되었다.

그 결과 시스템은 오버슈트없는 고속응답과 주위 환경에 의한 파라미터의 변동이나 외란에 대해 건실한 성능을 나타 내었다.

또한, 불연속 제어에 근거한 VSS제어법은 샘플링 주파수에 따른 시스템의 특성이 다소 변화하나 이들 샘플링 주파수에 따른 시스템의 영향과 인버터의 효율에 관한 연구는 차후 제검토되어야 할 과제라고 여겨지며 VSS제어이론은 AC 기기 콘트롤에 강력한 이론으로 사료된다.

#### 참고 문헌

- 1) 見城 尚志, 赤木 泰文, 川村 昭, 三上 恒, "AC サーボモータとマイコン制御", 綜合電子出版社, 1984
- 2) V. I. Utkin, "Sliding modes and their applications in variable structure systems", Moscow, MIR, 1978
- 3) Hideki Hashimoto, Tomonori Nakayama, Seiji Kondo and Fumio Harashima, "Practical variable structure approach for brushless servo motor control", IEEE PESC'88, pp. 207-213, Apl. 1988
- 4) G. Ambrosino, G. Celentano and F. Garofalo, "Variable structure model reference adaptive control systems", INT. J. Control, vol. 39, No. 6, pp. 1339-1349, 1984
- 5) P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling, analysis and simulation of a performance, vector controlled, permanent magnet synchronous motor drive", IEEE IAS Annu., pp. 253-261, 1987
- 6) L. B. Wee, K. W. Lim, T. S. Low and M.F. Rahman, "A variable structure strategy for motion control", IECON '87, pp. 167-174, 1987
- 7) Anif Sahabovic, Ricardo Benitez, Hideki Hashimoto, Fumio Harashima, "VSS approach to DC drivers control", IEEE PESC'88 RECORD, pp. 235-242, Apl. 1988
- 8) Y. Dote, M. Shinjima and R. G. Hoft, "Digital signal processor(DSP)-based novel variable structure control for robot manipulator", IECON'87, pp. 175-179, 1987
- 9) K. S. M. Panicker, Syed I. Ahson and C. M. Bhatia, "Microprocessor-based sliding mode controller for a micromachine", IEEE Trans. Ind. Electronics, vol 35, no 4, pp. 387-392, 1988

부록 : 기호 색인

$V_d, V_q$ [V];	d, q축 전압.
$i_d, i_q$ [A];	d, q축 고정자 전류
$L_d, L_q$ [mH];	d, q축 인덕턴스
$\lambda_d, \lambda_q$ [V/rad/s];	d, q축 회로 자속
$\lambda_{ar}$ [V/rad/s];	자석에 의한 상호회로 자속
$p$	; 미분 연산자
$R$	[ $\Omega$ ]; 고정자 저항
$P$	; 극수
$T_l$	[Nm]; 부하 토크
$B$	[Nm/rad/s]; 제동 계수
$J$	[kg.m <sup>2</sup> ]; 관성 모멘트
$\theta_r$	[rad]; 회전자 절대각도
$\omega_r$	[rad/s]; 회전자 속도.