

# 과도 상태 해석을 위한 계통 축약법 ; 계통 함수를 이용한 시간 영역 해석법

홍 준 희 강 용 철 조 경 래 박 종 근  
서울 대학교 전기공학과

## Network Reduction Method for Power System Transient Analysis ; Time-Domain Formulation Based On The Network Function

J. H. Hong Y. C. Kang K. R. Cho J. K. Park  
Dept. of Electrical Eng. Seoul Nat'l Univ.

### Abstract

In electromagnetic transient analysis, complex transmission system should be modelled in detail. But in large system, this full representation of power transmission system has a big burden in many sides such as computation time, modelling efforts, etc. It is very required, therefore, in electromagnetic transients studies to represent parts of a complete system in a reduced or an equivalent form.

This paper develops the method from which system equivalents may be derived. The suggested method is of an essentially transient form, and allows travelling wave interaction between the equivalent and explicit transmission network to be modelled.

따라서 계통 내부에 존재하는 주파수 의존성(frequency dependent characteric) 및 분포성(distributed nature)은 과전압의 발생·전파과정에서 그 크기 및 파형에 영향을 미치는 중요한 원인이 된다.

주파수 의존성을 가진 대표적인 계통요소들로서는 송전선로 및 변압기의 여자 임피던스 등이 있다.

변압기 여자 임피던스의 주파수 의존성에 대한 연구 결과는 1982년 J. Alvia-Rosales 와 F. L. Alvarado 등에 의하여 비로소 발표되었으나, [18] 송전선로의 경우에는 아직까지 많은 연구가 있어 왔다.

특히 송전 선로의 경우, 선로가 가진 주파수 의존 특성과 더불어 분포성을 모델링(modelling)하는 방법이 주된 관심의 대상이었으며, 계통이 보이는 분포성이 주로 송전 선로에 기인한다는 점을 고려할 때에, 이로부터 송전 계통의 주파수 의존 특성과 분포성을 동가 축약 표현하는 방법의 실마리를 찾을 수 있다. ([1]-[14], [17]).

송전선로에 대한 수학적 표현은 상태 방정식(state equation)보다는 전달함수(transfer function)의 형태로 기술된다. 이는 시스템의 분포성으로 인해 이론적으로 무한개의 상태변수(state)에 대한 정보를 필요로 하는 상태 방정식 표현이 불가능하기 때문이며, 이를 단지 현재의 입력신호와 시스템의 past history 정보만으로 표현 가능한 전달함수(transfer function) 표현법이 타당하기 때문이다.

이 때 전달함수는 주파수 영역과 시간영역에서 정의될 수 있으며, 이에 따라 송전선로에서 나타나는 주파수 의존특성과 분포성이 과전압의 전파과정에 미치는 영향을 해석하는 방법론은 다음과 같이 크게 2가지로 나누어 볼 수 있다.

### 1. 서론

전력계통에서 발생하는 과도현상을 정확하게 해석하기 위해서는 해석 대상계통에 대한 자세한 모델링(modelling)이 필요하다. 그러나 일반적인 전력계통은 아주 복잡한 대형 시스템이므로 이의 자세한 표현은 매우 큰 계산 부담과 노력을 필요로 하게 된다.

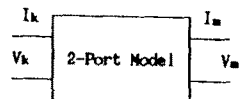
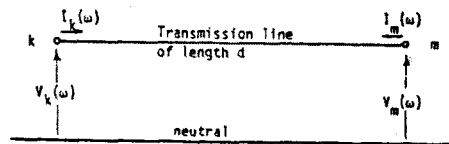
따라서 전력계통에서의 과도현상 해석시에는 해석 대상 계통의 일부 또는 대부분을 타당한 기준에 의거 간단한 회로로 표현하는 동가 축약 기법이 요구된다.

이 때 사용되는 동가 축약 기법은 과도현상의 특성상 다음과 같은 계통 특성(network characteristics)을 충분히 반영할 수 있어야 한다.

- (1) 계통 요소들의 주파수 의존 특성(frequency dependent characteristic)
- (2) 송전선로 등의 분포성(distributed nature)
- (3) 계통 내부에 존재하는 비선형성(non linearity)

### 2. 전력 계통의 주파수 의존 특성 및 분포성

계통에서 발생하는 과전압은 외부 원인에 의해 발생하는 뇌 과전압 및 내부 원인에 의해 발생하는 일시적 과전압과 기계 과전압 등으로 분류할 수 있다. 이들 과전압은 넓은 주파수 성분을 가지는 신호이며, 또한 송전선로나 변압기 등을 통해 계통의 다른 부분으로 확산·전파되고 절연파괴 등에 의한 사고의 주요한 원인이 된다.



$$B_k = F_1 \cdot F_m \quad B_m = F_1 \cdot F_k$$

F : forward wave  
B : backward wave  
F<sub>1</sub> : transfer function

그림 1. 송전선로의 모델링

(1) 주파수 영역에서의 해법[2] - [6], [17])

이는 선로의 주파수 의존 정수들을 복소변수  $j\omega$ 나  $s = \sigma + j\omega$ 의 함수로 표현하고, 이로부터 선로 양단에서 진행파(진진파와 후진파)의 비율로 정의되는 전달함수를 각각 구하는 방법이다.

이 방법은 기본적으로 송전 선로를 4단자 회로망(2-port network)으로 다루며, 흔히 Bergeron Method도 알려져 있다.

그림 1.에서와 같이 정해진 전달함수는 선로의 분포성으로 인해 무한개의 극점을 가지는 초월함수 형태가 되며, 주파수 영역에서의 해법은 이를 수치적으로 inverse Fourier transform하거나, 유리함수꼴로 근사시킨 후 inverse Laplace Transform 하면 시간영역에서 Norton-Type의 등가회로로 표현할 수 있게 된다.

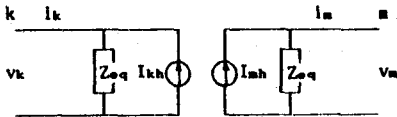


그림 2. 송전선로의 Norton-type 등가회로 표현

구성된 등가회로는 하나의 등가임피던스와 선로 내 써어지의 과거 이력(past history)을 표현하는 등가전류원으로 구성되며, 선로양단의 전압·전류가 반복 계산되면서 선로에서 나타나는 파의 시지언과 외곡을 재현하게 된다.

한편, 전송한 전달함수를 복소변수  $z$ 의 함수로 변환해서 통가 digital filter model로 구현할 수도 있다.([17])

(2) Step Response를 이용한 시간 영역 해법

이 방법은 선로의 특성을 시간영역에서 해석하기 위해 step function을 excitation signal로 사용해서 이의 응답으로부터 선로의 주파수 의존성과 분포성을 추출하는 것이다.

얻어진 step response는 몇개의 지수함수로 근사표현되며 이를 이용해 recursive convolution integral technique을 통해 축약된 형태의 상태방정식 풀(state equation form)을 구성하거나, 직접 그림 2.와 같은 Norton Type의 등가회로로 구현한다.

특히 축약된 상태방정식 표현은 매우 빠른 과도 상태해석을 가능하게 만드는 것으로 알려져 있으며, 구성된 등가회로는 매우 정밀한 결과를 내는 것으로 알려져 있다.

따라서 과도상태의 해석을 위한 등가회로를 계통 내부에 나타난 과전압·전류파의 전파과정(파형 왜곡 및 시지언 특성)을 정밀하게 재현하는 축약된 표현으로 정의한다면, 송전선로의 경우에서 보여준 성공적인 접근 방법들로부터 다음과 같은 기대를 할 수 있을 것이다.

- 1) 계통의 과전압·전류에 대한 응답 특성을 계통함수로 보고
- 2) 이를 복소변수  $s = \sigma + j\omega$ 의 함수로 표현하거나 ( $H(s)$ )
- 3) excitation signal 에 대한 응답으로부터 시간  $t$ 의 함수로 구하면( $h(t)$ )

계통의 주파수 의존 특성과 분포성을 평가할 수 있게 된다.

4)  $H(s)$ 의 경우에는 이를 유리함수 꼴로 근사시켜 ( $\hat{H}(s)$ ) 부분분수 전개한 후 inverse Laplace Transform하면 등가회로를 구할 수 있고,

5)  $h(t)$ 의 경우, 이를 지수함수 꼴로 근사시켜 등가회로로 구할 수 있다.

한편, 1983년 A.S.Morched 와 V.Brandwajn 은 [15]에서 계통의 주파수 응답(network frequency response)을  $J\omega$ 의 함수로 계산하고 이로부터 매우 정확한 과도현상 해석용 등가회로를 구한 바 있으며, 1989년 홍 준희는 이를  $s$ 평면으로 확장시켜  $H(s)$ 를 구하고,  $H(s)$ 의 극점과 영점으로부터 근사 유리함수  $H(s)$ 를 얻어 등가회로를 구성한 바가 있다.[16]

본 논문에서는 unit step voltage를 excitation signal로 사용해 시간영역에서의 과도상태 해석을 위한 등가회로 구성법을 제안한다.

3. 계통 함수(Network Function)

이제 그림 3.와 같은 두개의 부분계통 N 과 L로 이루어진 계통에 대하여 축약방법을 생각해 보자.

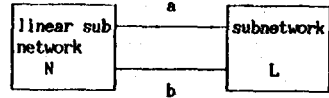


그림 3. 축약 대상 계통

등가회로로 표현할 축약 대상 계통 N이 선형계통이고, 부분계통 N과 L사이의 상호작용이 단자 a와 b만을 통하여 이루어진다고 가정하면, Thevenin 정리에 의해 선형의 부분계통 N은 단자 a와 b사이에서 나타나는 개방단자 전압  $V_{oo}$ 와 단자 a,b에서 본 relaxed network  $N_o$ 로 등가표현할 수 있다.(그림 4.)[21]

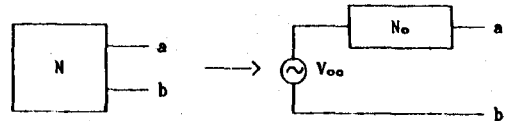


그림 4. Thevenin 등가 Network

이 때 relaxed network  $N_o$ 는 그 특성이 단자 a,b에서 본 계통함수(network function)으로 완전히 표현되며, 이 계통함수를  $H(s)$ 라하면 다음 식 1.과 같이 정의 된다.[21]

$$H(s) = \frac{l(\text{zero-state response})}{L(\text{input})} \quad (1)$$

L: Laplace transform

이와 같이 정의된 계통함수는

- 1) 단순한  $J\omega$ 가 아닌 복소변수  $s = \sigma + j\omega$ 의 함수로 주어지므로 주파수를 정의하는 영역이 직선에서 평면으로 확장된다.
- 2) 임의의 입력 신호에 대하여 zero-state response를 구하여 얻어진다.

본 논문에서는  $H(s)$ 를 unit step voltage input에 대한 zero-state response의 비율로부터 구하였으며, 이렇게하므로써 별도의 계통함수를 구하는 프로그램을 만들지 않고, 과도현상 해석용 프로그램인 EMP를 사용하여 계산할 수 있었다.

4. Unit Step Response

그림 4.와 같은 sub network N에 대하여 relaxed 시키고 단자 a,b에 대하여 unit step voltage를 가하는 경우에 대하여 그림 5.와 같이 표현할 수 있다.

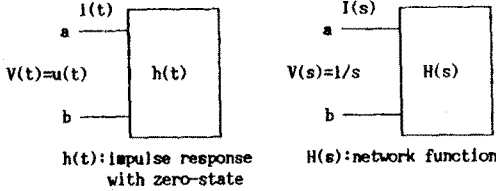


그림 5. unit step voltage response 를 구하는 방법

이 때

$$H(s) = \frac{I(s)}{V(s)} \quad (2)$$

로 정의하면 이는 구동점 어드미턴스의 의미를 가지는 계통함수가 되며,

$$V(s) = \frac{1}{s} \quad (3)$$

이므로

$$I(s) = H(s)V(s) = H(s)/s \quad (4)$$

이며, 식(4)의 양변을 inverse Laplace transform 하면 시간 영역에서는

$$i(t) = L^{-1}[H(s)/s] \quad (5)$$

가 된다.

식 (5)의 좌변 i(t)는 EMTF를 사용하면 쉽게 구할 수 있다.

그림 6. 은 본 논문에서 모의실험에 사용한 시험계통이다.

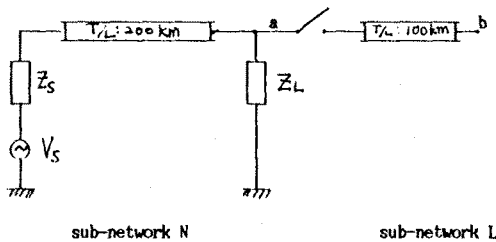


그림 6. 시험계통

위의 시험계통에 나타난 부분계통 N의 걸점 a에 unit step voltage를 가하고, source voltage V<sub>s</sub>를 단락 시킨 후 걸점 a에 주입되는 주입전류 i(t)를 EMTF를 사용해 계산하면 그림 7.과 같다.

이 때 계산 step은 Δt = 20 μsec이었으며, 이는 Nyquist sampling theorem에 의하면, 25KHz까지의 주파수 성분을 고려하고 있음을 의미한다.[22]

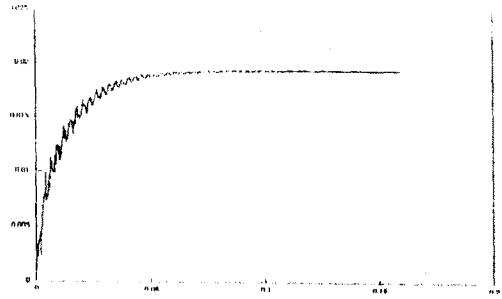


그림 7. 부분계통 N의 unit step response

5. 등가 시스템 구성

등가 시스템을 그림 8.과 같은 집중성소 회로로 구성하면 실제 적용과 구현이 간단해진다.[15]

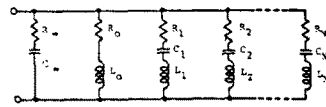


그림 8. 등가 시스템

그림 8.과 같은 등가회로의 계통함수  $\hat{H}(s)$ 는

$$\hat{H}(s) = \frac{1}{sL_0 + R_0} + \frac{1}{R_{\infty} + 1/sC_{\infty}} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{sL_k + R_k + 1/sC_k} \quad (6)$$

이며

$$\begin{aligned} \hat{H}(s) &= \frac{1}{s} = \frac{1}{L_0} \frac{1}{s(s+R_0/L_0)} + \frac{1}{R_{\infty}} \frac{1}{s+1/C_{\infty}R_{\infty}} \\ &+ \sum_{k=1}^N \frac{1}{L_k} \frac{1}{s^2 + sR_k/L_k + 1/L_k C_k} \end{aligned} \quad (7)$$

이다.

식 (7)의 우변을 부분분수 전개하고, inverse Laplace transform 하면 식(8) - (12)와 같다.

$$L^{-1} [ \hat{H}(s)/s ] = h'_0(t) + h'_{\infty}(t) + \sum_{k=1}^N h'_k(t) \quad (8)$$

$$h'_0(t) = a_0(1 - \exp(-\sigma_0 t)) \quad (9)$$

$$h'_{\infty}(t) = a_{\infty} \exp(-\sigma_{\infty} t) \quad (10)$$

$$h'_k(t) = a_k \exp(-\sigma_k t) \sin(\omega_k t) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 1/R_0, & a_{\infty} &= 1/R_{\infty}, & a_k &= 1/L_k \omega_k, \\ \sigma_0 &= R_0/L_0, & \sigma_{\infty} &= 1/R_{\infty} C_{\infty}, & \sigma_k &= R_k/2L_k, \\ \sigma_k^2 + \omega_k^2 &= 1/L_k C_k \end{aligned} \quad (12)$$

식(8)과 식(5)에 나타나는 H(s)와  $\hat{H}(s)$ 를 같다고 가정하면 식(8)은

$$i(t) = h'_0(t) + h'_{\infty}(t) + \sum_{k=1}^N h'_k(t) \quad (13)$$

가 되며, 이로부터 i(t)를 정밀하게 재현하는 등가회로의 각 소자값들을 결정할 수 있게 된다.

6.  $h'_o(t), h''_o(t), h'_k(t)$ 의 물리적 의미

$h'_o(t)$ 의 물리적 의미는 식(6)과 식(9)로부터 알 수 있다.

즉,

$$h'_o(t) = L^{-1} \left[ \frac{1}{s(sL+R)} \right] = 1/R_o [1 - \exp(-\sigma_o t)] \quad \sigma_o = R_o/L_o \quad (14)$$

이며, 이는 unit step input 에 대한  $R_o, L_o$  가지의 응답 특성을 표현하는 것으로 부분계통 N의 dc 응답 특성을 제한하고 있음을 말한다.

또한 final value theorem 으로부터  $t \rightarrow \infty$  에서의 부분계통 N의 특성을 전적으로 표현하며, 이로부터  $R_o$ 의 값을 쉽게 추정할 수 있다. (그림 8.)

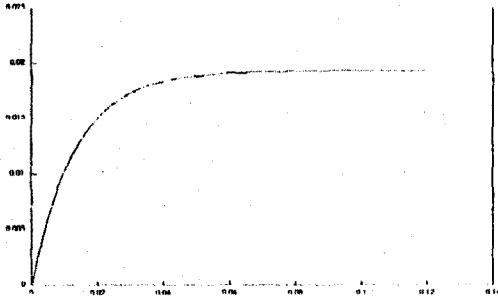


그림 8.  $h'_o(t)$ 의 물리적 의미

$h''_o(t)$ 는 식 (6)과 식 (10)에서 ;

$$h''_o(t) = L^{-1} \left[ \frac{1}{s} \frac{s}{R_{oo} (s+1/C_{oo}R_{oo})} \right] = 1/R_{oo} \exp(-\sigma_{oo} t) \quad (15)$$

이며, 이는 unit step input 에 대한  $R_{oo}, C_{oo}$ 가지의 응답 특성으로 부분계통 N의 high frequency response 를 제한하는 부분이 된다.

또한 initial value theorem 으로부터  $t \rightarrow 0$  에서의 부분계통 N의 특성을 전적으로 표현하며, 이는 과도 상태 초기에는 high frequency component를 갖는 신호가 주로 나타나며 시간이 흐름에 따라 매우 빨리 감쇄된다는 것을 의미한다.

한편 식(13)의  $l(t)$ 를 Fourier transform 하면,  $\omega \rightarrow \infty$ 에서의  $I(j\omega) = F(l(t))$ 로부터  $R_{oo}$ 를 결정할 수 있다.

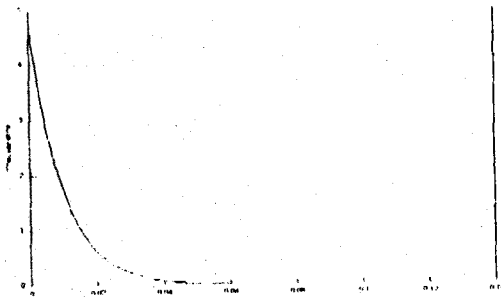


그림 9.  $h''_o(t)$ 의 물리적 의미

다음으로  $h'_k(t)$ 는 mid-range frequency response를 담당하며 식 (6)과 식(11)에서

$$h'_k(t) = a_k \exp(-\sigma_k t) \sin(\omega_k t) \quad (16)$$

이므로 부분계통 N의 natural frequency ( $\omega_k$ )와 그에 대한 damping ( $\sigma_k$ )을 표현한다. 부분계통 N이 가지는 본포성을 적절히 평가하는 부분으로서,  $h'_k(t)$ 에 해당하는 가지  $R_k, L_k$ 의 갯수 N으로서 평가의 정밀도를 결정할 수 있다.

또한  $l(t)$ 와 전술한  $h''_o(t), h'_k(t)$ 로부터

$$\sum_{k=1}^N h'_k(t) = l(t) - (h'_o(t) + h''_o(t)) \quad (17)$$

이 되므로 먼저  $h'_o(t)$ 와  $h''_o(t)$ 를 구한 후 식(17)의 우변을 Fourier transform하면 수 많은 natural frequency 중에 영향이 큰 것들만을 결정할 수 있다.

이로부터 적당한 가지의 갯수 N을 정할 수 있다.

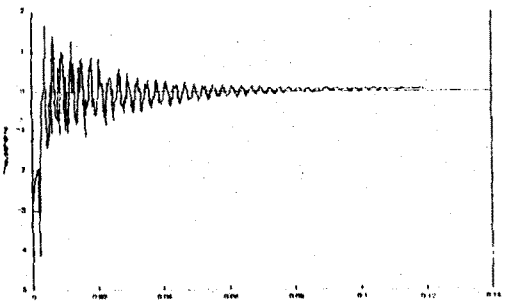


그림 10.  $h'_k(t)$ 의 물리적 의미

7. 결론

본 논문에서는 전력계통의 과도상태 해석을 위한 등가축약법을 연구하였으며 그 결과는 다음과 같다.

- (1) 계통함수를 이용한 등가축약법의 이론적 근거를 설명하고 매우 일반적이고 합리적인 접근방식을 제안하였다.
- (2) step response를 사용해 계통함수를 표현함으로써 시간영역에서의 문제를 정식화하였고,
- (3) 이미 개발된 범용의 과도현상 해석 프로그램인 EMTP를 이용해 쉽게 계통이 가진 주파수 의존 특성과 본포성을 평가할 수 있었다.
- (4) 이로부터 Thevenin type의 등가 시스템을 구성하였다. 구성된 등가 시스템은 집중 정수 소자로 이루어지므로, 직접 EMTP를 이용한 과도상태 해석에 이용될 수 있으며 계통의 과도 응답 특성을 정밀하게 제한한다.

과도상태 해석을 위한 계통 축약법은 최근에서야 연구가 시작된 분야로서 앞으로 더 많은 관심과 노력이 필요한 분야이다. 이후에

- 계통 내부의 비선형성을 다루는 방법
- multi-port modelling method의 개발
- 축약된 상태 방정식 표현법

등이 필요하다고 생각된다.

8. 참고문헌

- [1] H.W.Dommel and W.S.Meyer, "Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multi-phase networks", IEEE Trans., PAS- 88, pp.388-399, Apr. 1969.
- [2] A.Budner, "Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transient program", ibid, Vol. PAS-89, pp. 88-95, Jan. 1970.
- [3] J.K.Snelson, "Propagation of travelling waves on transmission lines: Frequency-dependent parameter", ibid, Vol. PAS-91, pp. 85-91, Jan./Feb. 1972.
- [4] W.S.Meyer and H.W.Dommel, "Numerical modelling of frequency-dependent transmission line parameters in an electromagnetic transient program.", ibid, Vol. PAS-93, pp. 1401-1409, Sept./Oct. 1974.
- [5] A.Ametani, "A High efficient method for calculating transmission line transient", ibid, Vol. PAS-95, pp. 1545-1551, Sept./Oct. 1976.
- [6] J.R.Marti, "Accurate modelling of frequency-dependent transmissionlines in Electromagnetic transient simulations", ibid, Vol. PAS-101, pp. 147-155, Jan. 1982.
- [7] A.Semlyen and A.Dabuleanu, "Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions", ibid, Vol. PAS-94, pp. 561-571, Mar./Apr. 1975.
- [8] A.Semlyen and A.Dabuleanu, "A System approach to accurate switching transient calculations based on state variable component modelling", ibid, Vol. PAS-94, pp. 572-578, Mar./Apr. 1975.
- [9] A.Morched and A.Semlyen, "Transmission line step response calculation by least square frequency domain fitting", ibid, Vol. PAS - 96, pp. 667-672, Mar./Apr. 1977.
- [10] A.Semlyen and A.Roth, "Calculation of exponential step responses", ibid, Vol. PAS-96, pp. 667-672, Mar./Apr. 1977.
- [11] A.Semlyen, "Contributions to the theory of calculation of electromagnetic transients in transmission lines with frequency dependent parameters", ibid, Vol. PAS-100, pp. 848-856, Feb. 1981.
- [12] A.Semlyen and M.H.Abdel-Rahman, "Transmission line modelling by rational transfer functions", ibid, Vol. PAS-101, No. 9, Sept. 1982.
- [13] A.Semlyen and M.H.Abdel-Rahman, "State equation modelling of untransposed three phaselines", ibid, Vol. PAS-103, No. 11, Nov. 1984.
- [14] John F.Hauler, "State-space modelling of transmission line dynamics via nonlinear optimization", ibid, Vol. PAS-100, No. 12, pp. 4918-4925, Dec. 1981.
- [15] A.S.Morched and V.BrandwaJn, "Transmission network equivalents for electromagnetic transient studies", ibid, Vol. PAS-102, No. 9, pp. 2984-2994, Sept. 1983.
- [16] J.H.Hong, "Transmission network equivalents for electromagnetic transient analysis, "Seoul National University, M.Sc. Dissertation, 1989.
- [17] W.D.Humpage, Z-transform electromagnetic transient analysis in high-voltage networks, Peter Peregrinus, London, UK.
- [18] J.Avila-Rosales and F.L.Alvarado, "Nonlinear frequency dependent transformer model for electromagnetic transient study In power system", IEEE Trans., Vol-101, No. 11, pp. 4281-4288, Nov. 1982.
- [19] EMTF Rule Book, BPA, Portland, Oregon, Apr. 1982.
- [20] C.T.Chen, Linear System Theory and Design, CBS College Publishing
- [21] C.A.Desoer and E.S.Kuh, Basic Circuit Theory, McGRAW HILL, 1969.
- [22] A.V. Oppenheim and A.S. Willisky, Signal and Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [23] F.L.Alvarado and R.H.Lasseter and J.J.Sanchez, "Testing of trapezoidal integration with damping for the solution of power transient problems", IEEE Trans., Vol. PAS-102, No. 12, pp. 3783-3790, Dec. 1983.
- [24] J.R.Marti and J.Lin, "Suppression of numerical oscillations in the EMTF", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 2, May 1989.