

부상용 전자석 특성의 3차원 해석

전대영* 이기식** 한승엽*** 신판석**** 김용주*****

* : 서울대 대학원 ** : 단국 대학교 ***: 서울 대학교 **** : 전기연구소

3-D Analysis of The Characteristics of Levitation System

Dae-Young Jeon. Ki-Sik Lee Song-Yop Hahn Pan-Seok Shin Yong-Joo Kim
 Seoul Nat'l Univ. Dan kuk Univ. Seoul Nat'l Univ. KERI KERI

Abstract

In magnetic levitation and repulsion systems, the eddy current on the rail induced by the motion of vehicle, plays an important role on forces.

The 3-dimensional finite element method is used to analyze these phenomena. The non-linear analysis is also carried out using Newton-Raphson method. The levitation, drag, and guidance forces are compared with those obtained by two-dimensional linear analysis and three-dimensional linear analysis.

1. 서론

다분히 꿈의 교통 수단으로 여겨졌던 자기 부상 열차가, 놀라운 과학기술의 발달에 힘입어 점차 현실화가 가능해지자, 빠른 속도, 안정성, 대량수송의 용이성 등의 많은 장점 때문에 여러 나라에서 연구, 개발되고 있다.

국내에서도 여러 연구진들에 의해 자기 부상 및 추진 시스템에 대한 다양한 연구성과를 축적해 왔다.

본 논문에서는 전기 연구소 등을 중심으로 연구되고 있는 상전도 흡인식 부상 시스템에 대해 3차원 유한 요소법으로 그 특성을 해석 하였다.

움직이는 부상용 전자석은 그 특성상, 2차원 해석으로는 운동 방향과 와전류 방향을 동시에 고려할 수 없기 때문에 정확한 해석을 위해서는 대상을 원형에 가까운 상태에서 해석할 수 있는 3차원 기법의 도입이 필요하다.

해석 방법으로는 매질 경계 조건을 고려하지 않아도 되는 장점이 있는 A-φ 법을 사용하였다. 한편, 강력한 부상력을 발생시키기 위해서는 큰 전원 전류가 필요한 데, 이때 부상용

전자석에서 발생할 수 있는 자장의 포화 특성을 고려하기 위하여 비선형 해석 기법인 Newton - Raphson 법을 도입하였다.

2. A - φ 법에 의한 정식화

도체의 운동이 포함된 물리계의 전자장 방정식은 속도 기전력을 고려할 때 다음과 같이 나타난다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_0 + \vec{J}_1 \tag{1-1}$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \tag{1-2}$$

$$\vec{J}_1 = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{1-3}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{1-4}$$

이 때, \vec{J}_0 는 전원 전류이고 \vec{J}_1 는 운동에 의해 발생한 유도 전류이다. 또한 \vec{v} 는 도체의 속도를 나타낸다. 여기서 자속 밀도 \vec{B} 와 전장의 세기 \vec{E} 를 각각의 포텐셜 함수 A 와 ϕ 로 나타낸 다음의 식,

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{1-5}$$

$$\vec{E} = -\nabla \phi \tag{1-6}$$

를 위 식들에 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J}_0 + \sigma (-\nabla \phi + \vec{v} + \nabla \times \vec{A}) \tag{1-7}$$

이다. 그리고 전류의 연속방정식,

$$\nabla \cdot \vec{J}_0 = 0 \tag{1-8}$$

을 적용하면

$$\nabla \cdot [\sigma (-\nabla\phi + \vec{v} + \nabla \times \vec{A})] = 0 \quad (1-9)$$

이 되어 식 (1-7)과 식 (1-9)가 A-φ 법으로 해석하고자 하는 물리계의 지배방정식이 된다. 지배 방정식에 Galerkin법의 시험함수를 내적하고 경계 조건을 적용하면 다음과 같은 잔차 R_A, R_ϕ 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{R}_A = & - \int \nabla N_i \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) dv \\ & + \sigma \int N_i \nabla\phi dv - \sigma \int N_i \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) dv \\ & - \int N_i \vec{J}_0 dv \end{aligned} \quad (1-10)$$

$$\vec{R}_\phi = - \int \nabla N_i \cdot \sigma [-\nabla\phi + \vec{v} + \nabla \times \vec{A}] dv \quad (1-11)$$

수치 해석을 위해 위 식을 이산화 하면 와전류가 흐를 수 있는 도체에서는 한 절점 당 미지수가 A와 φ에 대해 모두 4개가 되며, 그 밖의 절점에서는 A에 대한 미지수 3개만 존재한다.

실제 계산에서는 잔차 R_A, R_ϕ 가 0으로 되는 조건을 주어 각 절점의 미지수들을 구한다.

3. 비선형 해석의 적용

자기벡터 포텐셜 A에 의한 지배방정식은 식 (1-10)과 같으며 자기부상 시스템에서 core와 rail의 자장 포화특성을 고려한다면 자기저항율은 다음과 같은 자속밀도의 함수로 표현할 수 있다.

$$\nu = \nu(B^2) \quad (2-1)$$

따라서 방정식의 변수 A는 합당한 자기저항율을 구하는 계산과정의 반복을 통해 얻어진다. 이 과정을 간단한 수식으로 나타내기 위해 식 (1-9)에 유한요소법을 적용하여 얻은 상태방정식의 행렬 형태를

$$K \cdot A = f \quad (2-2)$$

라고 한다.

식 (2-2)를 상태 변수를 구하는 반복 과정을 나타내기 위해 다음과 같이 표현한다.

$$R(\nu, A) = K(\nu^i) A^i - f = 0 \quad (2-3)$$

임의의 초기값에 대한 식 (2-2)의 해를 구하기 위해 위 식을 Taylor 전개하면

$$R(\nu^{i+1}, A^{i+1}) = R(\nu^i, A^i) + \frac{\partial}{\partial A} R(\nu^i, A^i) + \dots \quad (2-4)$$

단, $A^{i+1} = A^i + \delta A^i$ 이다.

비선형 계산을 위해 Newton-Raphson 법을 적용하면

$$K(\nu^i) A^i - f^i + \frac{\partial}{\partial A} [K(\nu^i) A^i - f^i] \delta A = 0 \quad (2-5)$$

이다.

이 식을 정리해 보면

$$(K^i + \bar{K}^i) \cdot \delta A = -K^i \cdot A^i + f^i \quad (2-6)$$

$$\text{단, } \bar{K}^i = \sum_{\phi} \sum_{i,j=1}^4 \left[2 x \cdot (\nabla \times A) \frac{\partial (\nabla \times A)}{\partial A} \right] A d\Omega \quad (2-7)$$

$$\text{이고, 이 때 } x = \frac{\partial \nu}{\partial (B^2)} \quad (2-8)$$

이다.

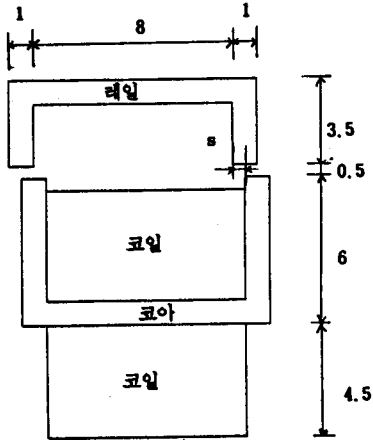
위 식을 통해 구해진 δA는

$$A^{i+1} = A^i + \alpha \cdot \delta A^i$$

와 같은 형식으로 다음 계산에 다시 쓰여진다. 이 때 α는 완화율이다.

4. 적용 사례

적용 모델은 횡축형 부상 마그네트가 -Y 방향으로 운동하는 자기 부상 및 추진 시스템이며, 외부 물리계의 변화에 의해 (그림 1)과 같이 X 방향으로 마그네트가 궤도에서 일정 정도 벗어 났을 경우에 대해서 해석 하였다.



(그림 1) X-Z 단면도 단위 : [cm]

전류 밀도 $J = 1.3E6$ [A/m²]

레일의 비부자율 μ_r (rail) = 870

마그네트의 비부자율 μ_r (magnet) = 21800

레일의 전도도 σ (rail) = $1.E7$ [mho/m]

Y 방향으로의 마그네트의 길이 = 0.2 [m]

마그네트가 궤도에서 벗어난 거리는 s [mm]

단, s 의 최대값은 5 이다.

레일과 마그네트 사이의 공극 = 0.5 [cm]

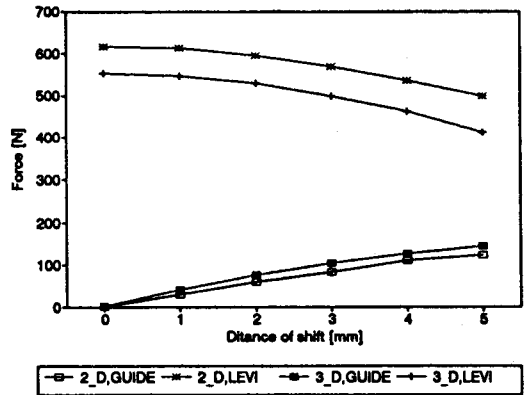
속도가 상당히 클 경우에는, 유한요소법에 적용 되는 미분 방정식의 계수 행렬의 수렴 특성이 좋지 않게 되므로 이를 개선하기 위해서 풍상 유한요소법(Upwind Finite Element Method)을 사용 하였으며, 다음 그림들에서 보여지는 여러 힘들의 계산은 Maxwell Stress Tensor 법을 이용한 결과이다.

특히 비선형 해석에 필요한 자기저항을 곡선을 근사하는 문제는, 자기저항을 곡선을 몇개의 구간으로 나눈 후 각각의 구간 내에서 ν 를 3차 다항식으로 근사시키는 방법, 즉 3차 보간식에 의한 근사법(Cubic Spline)을 사용 하였다.

(그림2)는 3차원 해석의 신빙성을 검증하기 위한 한 방편으로, 매우 정밀한 요소로 근사화 된 2차원 해석과 비교한 것인데 마그네트의 궤도 이탈 정도와 관계 없이 부상력과 안내력이 2차원 해석 결과와 거의 일정한 간격을 두고 같은 경향으로 감소(혹은 증가)함을 알 수 있다.

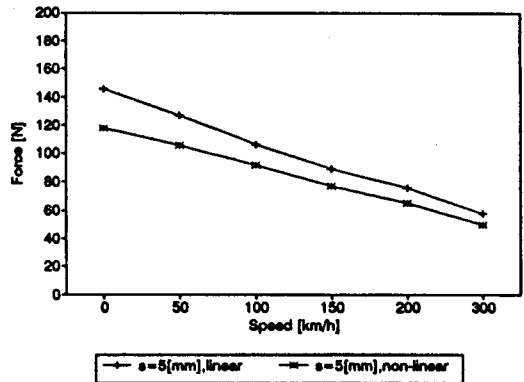
(그림3), (그림4), (그림5) 는 마그네트의 이탈 거리가 최대값인 5 [mm]인 경우와 전혀 이탈하지 않은 경우를 여러속도에 대해 선형과 비선형으로 각각 해석한 결과이다.

속도가 증가함에 따라 자속밀도 B 와 자계의 세기 H 의 관계가 점차 선형 특성을 가지게 되어 비선형 해석 결과가 점점 선형 해석 결과에 가까와 짐을 알 수 있다.

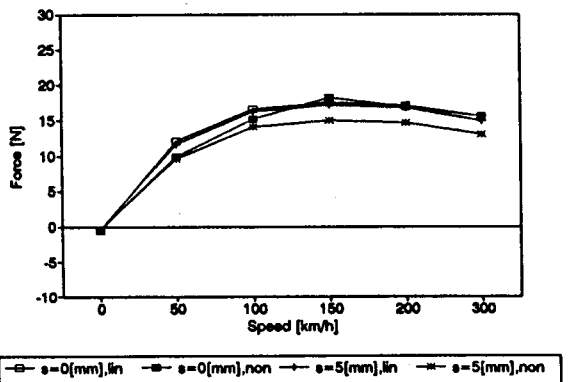


(그림 2) 유한요소법 2차원 해석과 3차원 해석의 비교

2_D (3_D) : 2(3)차원 해석
GUIDE : 안내력
LEVI : 부상력

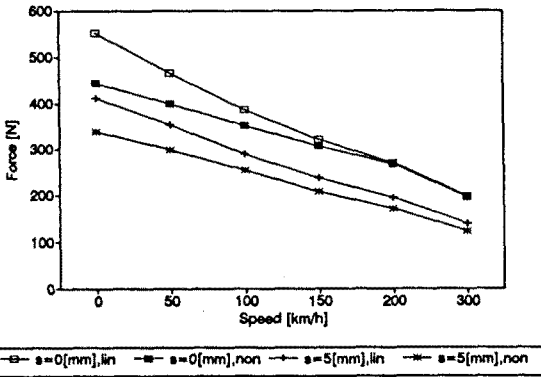


(그림 3) 선형과 비선형 해석에 따른 안내력 비교.



(그림 4) 선형과 비선형 해석에 따른 제동력 비교.

LIN : 선형 해석
NON : 비선형 해석



(그림 5) 선형과 비선형 해석에 따른 부상력 비교.

LIN : 선형 해석
NON : 비선형 해석

5. 결론

운동하는 자기 부상 및 추진 시스템을, 축소된 모델을 택하여 3차원 유한요소법으로 해석하였다.

2차원 해석과의 비교를 통해서 누설 자속을 감안 할 경우 상당히 의미 있는 답을 얻을 수 있었으며, 자성체의 비선형 특성을 고려한 3차원 해석도 수행 하였다.

더 정확한 해를 구하기 위해서는 다양한 형태의 요소 발생 방법에 대한 연구가 필요하겠고, 해석 시간을 더 짧게 하기 위해서는 미지수를 신속히 풀수 있는 계산기 시스템 개발이 요구 된다고 하겠다.

6. 참고 문헌

- (1) K.Reichert, H.Frenndl and W.Vogt, "The Calculation of force and torque within numerical magnetic field calculation method", Proceeding on COMPUMAG, pp.64-74, 1976
- (2) Jean-Louis Coalomb, "Finite Element Three Dimensional Magnetic Field Computation", IEEE Trans. MAG-17, 1981

- (3) T.Morisue, "Magnetic Vector Potential and Electric Scalar potential in Three-Dimensional Eddy Current Problem", IEEE Trans. Vol.Mag-18, 1982
- (4) J.Mizia, K.Adamiak, A.R.Eastham, "Finite element force calculation", IEEE Trans. Vol.Mag-24, 1988
- (5) Y.Saito, S.Hayano, T.Yamamura and N.Tsuya, "A Representation of Magnetic Hysteresis", IEEE Trans on Mag., Vol.20.No.5, 1984
- (6) 홍성표, A-φ 를 이용한 3차원 와전류문제의 유한요소 해석, 석사학위논문, 서울대학교, 전기공학과, 1989