

# 부상용 마그네트의 최적 설계에 관한 연구

임 달 호\*, 장 석 명\*\*, 이 주\*, 이 재 봉\*\*  
 \* 한양 대학교 전기공학과  
 \*\* 충남 대학교 전기공학과

## A study on the optimization of electromagnet for levitation

Im Dal-Ho\*, Jang Seok-Myeong\*\*, Lee Joo\*, Lee Jae-Bong\*\*  
 \* Han-Yang Univ.  
 \*\* Chungnam National Univ.

### Abstract

An electromagnet is one of the important devices in magnetic levitation system. Its weight takes large part in the total weight of a vehicle. That is the reason why it is important to design the electromagnet optimally to maximize the attraction force with constant volume.

This study presents the optimum value of the design variables which can produce the maximal attraction force under constant magnet volume. For this, non-linear programming in optimization technique is used. And to confirm reliability of the results, the optimally designed electromagnet is analyzed by FEM.

The attraction force of the optimally designed electromagnet is increased maximally 72 % compared with that of the basic model. And the results obtained by non-linear programming has 30 % error compared with that of FEM.

### 序論

電磁石은 많은 電氣機器에 사용되는 중요한 장치로서 전체 무게, 크기, 효율 등의 면에서 最適으로 설계되어야 한다. 이러한 개념으로 여러가지 방법에 의해 電磁石을 설계, 제작 하지만 일반적인 最適化 技法의 결어로 보통 施行誤差法에 의해 설계되는 것이 보통이다. 하지만 施行誤差法에 의한 설계는 많은 시간과 노력을 필요로 하며 또한 여러 제약 하에서 最適의 설계치를 갖지 못한다. 따라서 무게, 크기, 효율 등의 면에서 最適인 설계를 하려면 일반적으로 응용 가능한 最適化 技法의 도입이 요구된다. (1)

본 논문에서는 磁氣 等價 回路를 이용한 最適化 技法을 연구하여 그 응용의 한 예로서 磁氣 浮上 列車의 浮上 시스템에 사용되는 電磁石을 대상으로 非線形 最適化 프로그래밍을 사용해 일정한 부피의 電磁石에서 최대의 힘을 발생 시킬 수 있는 설계 변수값들을 구하였다. 그렇게 구해진 설계값들의 신뢰성을 확인하기 위하여 磁氣 解析 方法으로서 정밀도가 높고 강력한 수단으로 알려진 有限要素法으로 해석하여 그 결과를 검토하였다.

### 基本 모델 設定 및 磁氣 等價 回路

磁氣 浮上 列車의 浮上 裝置로 사용되는 그림 1과 같은 U 자형 常傳導 電磁石을 最適化 技法을 적용하기 위한 대상 모델로 설정하였으며 구하고자 하는 각 변수들의 의미를 나타 내었다.

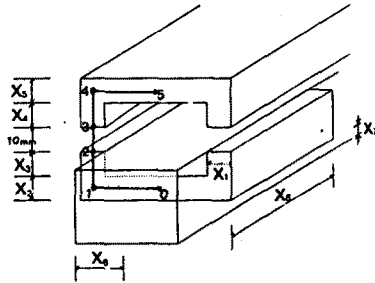


그림 1. 最適化 대상 모델

Fig 1. Considering model for optimization

그림 1의 電磁石에 대하여 主 磁束은 코어의 중심을 지난다고 가정하고 主 漏洩 磁束은 電磁石 極 사이의 공간 부분을 지난다고 가정하여 磁氣 等價 回路를 꾸미면 그림 2와 같다.

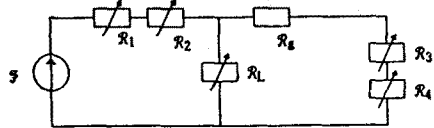


그림 2. 자기 등가 회로

Fig 2. Equivalent magnetic circuit

여기서 각 磁氣抵抗  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$  은 다음과 같다. (2)

$$R_1 = \frac{0.5 X_1 + X_6}{\mu r_1 \mu_0 X_2 \cdot X_6} \quad : \text{경로 0-1 의 자기저항 (1)}$$

$$R_2 = \frac{0.5 X_2 + X_3}{\mu r_1 \mu_0 X_1 \cdot X_6} \quad : \text{경로 1-2 의 자기저항 (2)}$$

$$R_3 = \frac{0.5 X_5 + X_4}{\mu r_2 \mu_0 X_1 \cdot X_6} \quad : \text{경로 3-4 의 자기저항 (3)}$$

$$R_4 = \frac{0.5 X_1 + X_6}{\mu_{r2} \mu_0 X_5 \cdot X_8} : \text{경로 4-5 의 자기저항 (4)}$$

$$R_g = \frac{g}{\mu_0 X_1 \cdot X_8} : \text{공극의 자기저항 (5)}$$

$$R_L = \frac{2 X_6}{\mu_0 X_3 \cdot X_8} : \text{누설 자기저항 (6)}$$

단,  $\mu_0$  : 공극에서의 투자율  
 $\mu_{r1}$  : 전자석 코어에서의 비투자율  
 $\mu_{r2}$  : 레일에서의 비투자율

### 最適化 문제의 定式化 및 有限要素法 解析

最適化 문제를 일반적인 형태로 기술하면 다음과 같이 표현된다. (3)

Find X : 설계 변수 벡터  
 Minimize F(X) : 목적 함수  
 Subject to  
 $C_i(X) = 0 (i=1,2,\dots,m) : m$  개의 등식 제약 조건  
 $C_j(X) \leq 0 (j=1,2,\dots,n) : n$  개의 부등식 제약 조건

#### A. 목적 함수

목적 함수로서는 浮上力을 취하였으며 목적 함수를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

Max[F(X)]

$$F(X) = \frac{g^2}{\mu_0 R_t S} [N]$$

여기서,  $g = k_p \frac{I}{a} A$  : 기자력 [A·T]

$k_p = \text{const.}$  : 점적율  
 $a$  : 코일 단면적 [m<sup>2</sup>]  
 $I$  : 입력 전류 [A]  
 $A = X_6 \cdot X_7$  : 창 면적 [m<sup>2</sup>]

$$R_t = \frac{[(R_1+R_2+R_L)(R_3+R_4+R_g) - R_L^2]^2}{R_L^2}$$

여기서,  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_g, R_L$  은 식 (1)~(5)로 주어진다

$$S = X_1 \cdot X_8 : \text{空隙 단면적 [m}^2\text{]}$$

#### B. 制約條件

制約條件은 다음과 같이 두었다.

가. 電磁石 및 捲線 부피의 합은 一定하다.

$$V = \text{const.} : \text{電磁石 부피}$$

나. 鐵心 內에서 磁束은 飽和되지 않는다.

- $B_1 \leq 1.2$  [T] : 경로 0 - 1 의 자속
- $B_2 \leq 1.2$  [T] : 경로 1 - 2 의 자속
- $B_3 \leq 1.2$  [T] : 경로 3 - 4 의 자속
- $B_4 \leq 1.2$  [T] : 경로 4 - 5 의 자속

다. 窓幅과 磁極幅의 합은 일정치 이하이다.

$$\text{창폭} + \text{자극폭} \leq \text{const.}$$

라. 모든 변수는 일정 이상의 길이를 가져야 하고 최대 설정 치수 이하여야 한다.

(단위 : m)

下限値	$\leq X_1$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_2$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_3$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_4$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_5$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_6$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_7$	$\leq$	上限値
下限値	$\leq X_8$	$\leq$	上限値

다음은 본 연구에서 설정한 초기 설계 변수값 및 최적화時 허용되는 각 설계 변수값의 상한치와 하한치를 표로 나타내었다.

..... 초기 설계치 및 허용 상·하한치 .....

설계 변수	초기치	하한치	상한치
$X_1$	2.5000D-02	1.0000D-03	1.5000D-01
$X_2$	3.8000D-02	5.0000D-03	1.0000D-01
$X_3$	7.5000D-02	1.0000D-02	2.0000D-01
$X_4$	8.0000D-02	1.0000D-02	1.5000D-01
$X_5$	2.5000D-02	5.0000D-03	1.0000D-01
$X_6$	1.0000D-01	1.0000D-02	1.5000D-01
$X_7$	6.5000D-02	5.0000D-03	2.0000D-01
$X_8$	4.0000D-01	1.0000D-01	2.0000D+00

[단위 : m]

표 1. 설계 변수들의 초기치 및 허용 상·하한치  
 Table 1. starting value, upper and lower value of the design variables

또한, 제약 조건에서의 부피는 초기 설정 모델의 부피로 하였으며 창폭 + 자극폭은 150 mm로 하였으며  $\mu_{r1}$ 은 2000,  $\mu_{r2}$ 은 3000 으로 하였다.

#### C. 有限要素法の 적용

最適化 技法에서 얻어진 설계치의 신뢰성을 확인하기 위하여 磁氣 해석 방법으로 정밀도가 인정된 有限要素法으로 해석을 수행하였다.

정지시, 몇가지의 가정을 두고 2次元的인 해석을 위한 支配方程式을 유도하면 다음 식과 같다. (4)

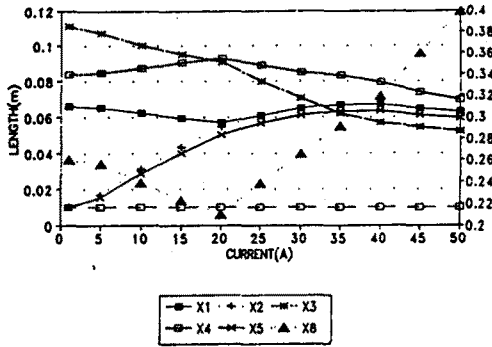
$$\nu(A) \left[ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right] = J_0$$

### 결과 및 검토

#### A. 연구 결과

본 연구에서 제한한 자기 등가 회로, 최적화 기법을 이용하여 해석한 결과, 일정 전류치(5 A 간격)에서 최대의 부상력을 발생시킬 수 있는 최적 설계 변수값들은 그림 3과 같다.

OPTIMAL VALUES



	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>
1 A	0.06623	0.010219	0.11135	0.01	0.009768	0.08377	0.11135	0.28064
5 A	0.06332	0.016545	0.10755	0.01	0.015056	0.08468	0.10755	0.25674
10 A	0.06247	0.031044	0.10052	0.01	0.028410	0.08753	0.10052	0.23922
15 A	0.05938	0.043583	0.09533	0.01	0.040017	0.09082	0.09533	0.22272
20 A	0.05691	0.054640	0.09107	0.01	0.050292	0.09310	0.09107	0.20988
25 A	0.06096	0.060956	0.08013	0.01	0.056745	0.08904	0.08013	0.23854
30 A	0.06496	0.064957	0.07053	0.01	0.061039	0.08504	0.07053	0.26608
35 A	0.06673	0.066727	0.06216	0.01	0.063176	0.08327	0.06216	0.29153
40 A	0.06696	0.066960	0.05707	0.01	0.063536	0.07951	0.05707	0.31943
45 A	0.06483	0.064833	0.05448	0.01	0.061321	0.07374	0.05448	0.35989
50 A	0.06288	0.062876	0.05201	0.01	0.059319	0.06930	0.05201	0.39917

그림 3. 일정 전류치 하에서의 각 최적 설계 변수값  
Fig 3. The values of optimized design variables with constant input current

최적 설계된 모델을 유한요소법을 이용하여 해석한 결과는 그림 4와 같다.

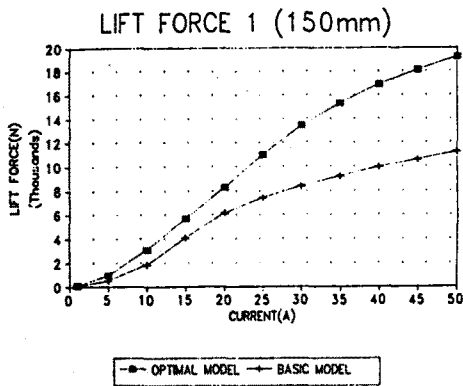


그림 4. 일정 입력 전류에서 최적 설계된 모델의 부상력  
Fig 4. The attraction force of the optimized model having constant input current

해석 결과를 살펴보면 일정 부피, 일정 입력 전류 조건 하에서 최적 설계된 전자석의 부상력은 입력 전류가 50(A)일 때 초기 모델에 비해 약 72%까지 증가되었으며, 특히 입력 전류를 크게함에 따라 초기 모델에 대한 부상력의 개선비가 커짐을 알 수 있다. 그 이유는 초기 모델은 약 20 A의 입력 전류에서 포화되기 시작하여 부상력의 증가비가 상당히 떨어 지는데 비하여 최적 설계된 모델에서는 입력 전류의 증가에 대하여 창폭이 작아지게 설계변경 되고 기자력이 감소되고 따라서 포화를 피할 수 있기 때문이다.

그러나 각 일정 입력 전류하에서 최적 설계된 모델들의 부상력들을 살펴보면, 입력 전류의 증가에 따른 증가비가 작 아지는데 그 이유는 전자석의 부피를 일정하게 하는 제약조 건으로 인하여 나타나는 것으로 사료된다.

또한, 레일의 폭이 결정되어 있을 경우 전자석의 설계시 X<sub>1</sub>+X<sub>6</sub>의 폭이 결정되므로, X<sub>1</sub>+X<sub>6</sub> = 125 mm로 제약조건을 주었을 경우, 최적 설계된 모델의 부상력은 그림 5와 같 다.

LIFT FORCE 2 (120mm)

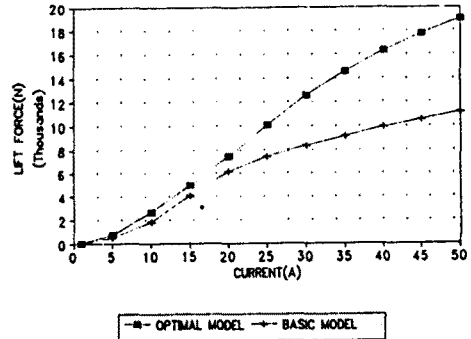


그림 5. X<sub>1</sub>+X<sub>6</sub> = 125 mm 일 때의 일정 입력 전류 하에서 최적 설계된 모델들의 부상력  
Fig 5. The attraction force of the optimized model having constant input current when X<sub>1</sub>+X<sub>6</sub> = 125 mm

이 경우 150 mm로 고정시켰을 경우에 비하여 부상력은 약 180 N 정도 떨어져 그 차이가 미미함을 알 수 있었다.

B. 제한된 최적화 기법의 신뢰성에 대하여

본 연구에서 제안한 자기 등가 회로를 이용해 정식화된 최적화 기법의 결과와 유한요소법을 이용한 해석 결과를 비교한 결과, 그림 6의 결과를 얻었다.

DIFFERENCE OF 2 ANALYSIS RESULTS 1

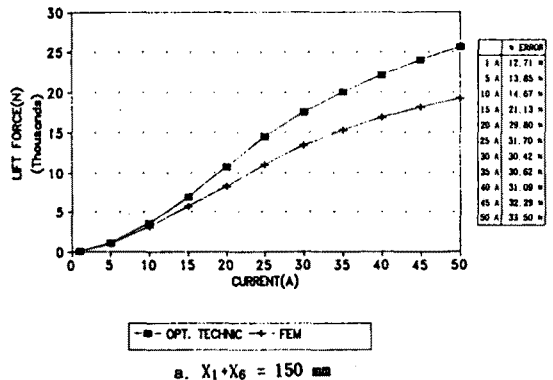
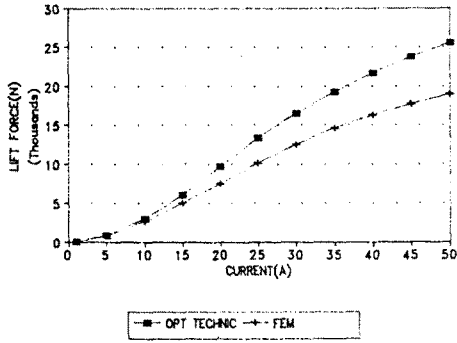


그림 6. 최적화 기법에 의한 부상력 결과와 유한요소법에 의한 부상력 해석 결과  
Fig 6. The attraction force of the optimized model by non-linear programming and by FEM

DIFFERENCE OF 2 ANALYSIS RESULTS 2



b.  $X_1 + X_6 = 125$  mm

그림 6. 최적화 기법에 의한 부상력 결과와 유한요소법에 의한 부상력 해석 결과

Fig 6. The attraction force of the optimized model by non-linear programming and by FEM

본 연구 결과로 볼 때 제안된 기법은 관심 영역에서 약 30%의 오차를 수반하고 있는데 이러한 오차는 가변 자기 저항을 선형으로 보고 해석하고, 또한 주변 자속(fringing flux)을 고려하지 못하였기 때문에 발생하는 것으로 사료된다. 그러나 그 오차 비율이 거의 일정하기 때문에 적절한 보상을 한다면 신뢰성이 증가될 것으로 본다.

C. 자속 분포도 및 최적 설계된 모델에서의 자속 밀도

다음은 일정 입력 전류 하에서 최적 설계된 모델을 유한요소법으로 해석한 자속 분포도 및 각 입력 전류에 따라 최적 설계된 모델에서의 전자석 코어 내의 자속 밀도, 레일에서의 자속 밀도, 그리고 공기극에서의 자속 밀도를 그림으로 나타낸 것이다.

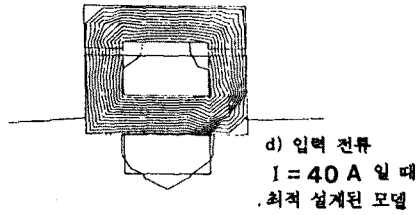
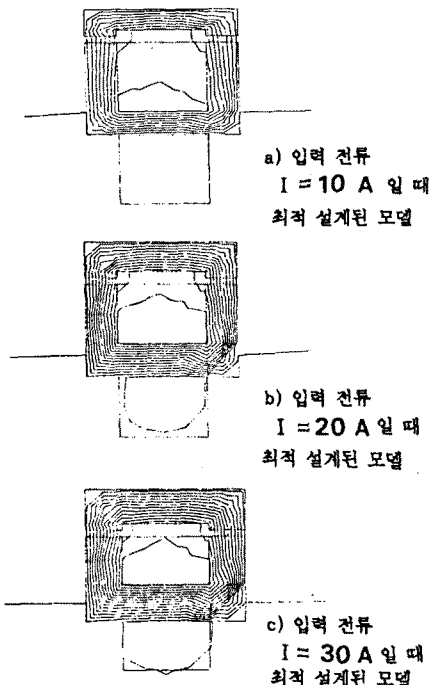


그림 7. 최적 설계된 모델의 자속 분포도  
Fig 7. Distribution of magnetic flux

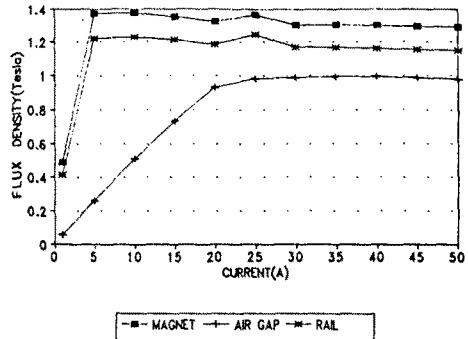


그림 8. 각 최적 설계 모델에서의 전자석 코어, 레일 및 공기극에서의 자속 밀도

Fig 8. Magnetic flux density of each optimally designed model in the magnet core, rail and airgap

결론

본 연구에서는 전자석의 최적화를 위한 연구로 전자석 설계에 일반적으로 적용 가능한 최적화 기법을 제시하였다. 본 기법의 적용으로써 일정한 부피를 갖는 전자석에서 최대 부상력을 발생시킬 수 있는 최적 설계 변수값들을 구해 내었으며 또한 최적 설계모델을 유한요소법으로 해석하여 그 결과를 검증하였다.

연구 결과로 볼 때 제안된 최적 설계 기법을 이용한다면 중량을 최소화하는 문제, 효율을 최대화하는 문제, 단위 중량당 부상력을 최대화하는 문제 등에 응용이 가능할 것이다.

앞으로 보다 신뢰성 있는 결과를 얻기 위하여 비선형 해석을 고려한 최적화 기법 및 주변 자속(fringing flux)을 고려한 방법등을 연구하여 보완해 나갈 것이다.

REFERENCES

- [1] C. J. Wu, F. C. Lee, R. K. Davis, "MINIMUM WEIGHT EI CORE AND POT CORE INDUCTOR AND TRANSFORMER DESIGNS," IEEE TRANS. on Magnetics, VOL. MAG-16, NO. 5, SEPTEMBER 1980
- [2] H. C. Roters, Electromagnetic Devices, Wiley, New York, 1942
- [3] S. S. RAO, OPTIMIZATION, John Wiley & Sons, New York, 1984
- [4] 任達鎰, 電氣系の有限要素法, 東明社, 1987