

직류 전동기의 유한 시간 정정 응답 제어

김영석, 유완식
인하대학교 전기공학과

Speed Control of D.C Motor based on Deadbeat Response

Young seok Kim, Wan Sik You
Department of Electrical Engineering, In Ha University

ABSTRACT

This paper presents the speed control of dc motor based on deadbeat response. The deadbeat response is that the output reaches the final value in the minimum possible settling time and stays there. This results demonstrate that the output reaches final value in one sampling time for the unsaturated region, and in one sampling time after getting free from the saturation state for the saturated region.

1. 서론

최근의 제어용 직류전동기는 복잡하고 고도의 기술이 요구되는 분야에 이용이 많아 고성능화가 요구되고 있는데, 그 요구 중의 하나가 고속의 과도응답을 들 수 있다. 그런데, 직류전동기는 자체의 시정수 때문에 진동적 혹은 비진동적인 과도응답을 거쳐 최종치에 접근하여 가고 이론적으로는 무한대의 시간을 지나 목표치에 정정하게 된다. 일반적으로 만족할 만한 응답 특성을 얻기 위해 사용되는 제어법으로는 연속제어계인 PID 보상기나 진상-지상 보상기 등이 사용되어 왔으나, 이들 제어동작은 이득에 의해 크게 제한된 동작을 하고, 설계 변경이 쉽지 않으며, 잡음의 영향을 받기 쉽고, 이산제어기에 비해 비용이 높다는 단점이 있다[1][2][3]. 그러나 이산제어계에서는 어떤 특정한 것에 제한되지 않고 매우 다양한 제어 동작을 실행할 수 있어 연속제어기로는 불가능한 제어를 이산제어기로 해결할 수가 있고, 제어기의 회로정수나 알고리즘만을 수정함으로써 설계 변경에 용이하게 대처할 수가 있다. 이산제어 방법들 중에는, 유한회의 조작량 변경에 의하여 최소의 샘플링 시간내에 목표치에 정정되고 정상상태 오차와 맥동이 없는 응답을 얻을 수 있는 제어법이 있는데, 이 제어법을 유한 시간 정정 응답 제어라 한다[3][4][5].

본 연구에서는 유한 시간 정정 응답 제어 이론을 이용하여 빠른 응답 속도를 얻을 수 있는 직류전동기의 속도 제어를 행하고자 한다. 그리고 제어되지 않은 입력에 비하여 어느정도 고속의 과도응답을 얻을 수 있는지를 비교, 검토한다. 또, 이 제어 법칙을 실행함에 있어서, 마이크로프로세서로부터 지령치의 전동기 및 하드웨어 등의 최대정격의 제한으로 인해 포화되므로써 제어속이 원하는 응답을 얻지 못하는 조작량 포화의 문제가 발생하는데, 이의 해결을 위해 미리 조작량 포화를 고려하여 보상기를 설계하므로써 포화로 부터 벗어나 유한 시간내에 목표치에 정정할 수 있음을 확인하였다.

2. 유한 시간 정정 응답 제어

그림 1은 샘플치 제어계의 블록 선도이다. 이 시스템에서 $D(z)$ 는 보상기에 해당하는 부분이고, H 는 영차출터 요소(즉, D/A 변환기에 상당한다.), G 는 제어 대상을 나타낸다. 출력 n_o (Laplace 변환하면 N_o)의 귀환신호를 속도지령치 n_i (Laplace 변환하면 N_i)와 비교하여 차신호 e (Laplace 변환하면 E)를 만들고, 그것을 샘플링하여 샘플치 e^* (Z 변환하면 $E(z)^*$)을 얻는다. 이것을 통하여 전압 지령의 샘플치 m^* (Z 변환하면 $M(z)^*$)를 얻고, m^* 를 영차출터에 의해 계단파형 m 으로서 제어 대상의 전달 함수 G 에 가하여 출력 n_o 를 얻는다. 그림 1에서 나타낸 계의 페루프 전달 함수를 $W_c(z)$ 라 하면

$$W_c(z) = \frac{D(z)HG(z)}{1 + D(z)HG(z)} \quad (1)$$

이고, 이 식으로부터 $D(z)$ 의 내용을 결정하기 위하여 변형하면

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \frac{W_c(z)}{1 - W_c(z)} \quad (2)$$

이 된다. $D(z)$ 는 $W_c(z)$ 가 적절하게 결정되면 마이크로프로세서 상에서 프로그램에 의해 정해질 수 있으며 $W_c(z)$ 는 다음과 같이 Z^{-1} 의 유한개의 다항식으로 표현된다.

$$W_c(z) = a_0 + a_1Z^{-1} + a_2Z^{-2} + \dots + a_mZ^{-m} \quad (3)$$

만약, 이 시스템에 입력 $u(t)$ 가 주어진다면 출력 $y(t)$ 는 $t = nT$ (T : 샘플링 주기)에서 $Y(z) = W_c(z)U(z)$ 인 관계를 이용하여 역 Z 변환하면

$$y(nT) = a_0 u(nT) + a_1 u[(n-1)T] + \dots + a_m u[(n-m)T] \quad (4)$$

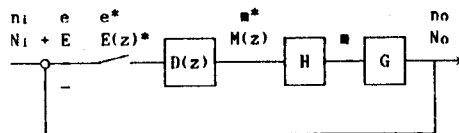


그림 1 블록 선도

가 된다. 이렇게 $W_o(z)$ 를 Z^{-1} 의 누승으로 전개 했을 때 유한개의 항수로 끝 나도록 하면 유한회의 샘플링 동작으로 목표치에 정정 시킬 수 있다. 일반적으로, 제어 대상의 차수가 n 차인 경우 임의의 초기치로부터 n 회의 샘플링 동작으로 목표치에 정정 시킬 수 있는데, 이것을 유한 시간 정정 응답, 또는 Deadbeat Response 라 한다.

3. SYSTEM 의 구성 및 보상기의 설계

3.1 시스템의 구성

그림 (2) 에 시스템 구성의 개략도를 표시한다. 펄스 연코더의 속도 귀환신호와 속도 지령치와의 차이 신호에 의해서 속도제어 연산 부분에서 유한 시간 정정응답 제어를 실현하는 계산을 행한다. 마이크로프로세서는 8 bit Z-80 를 사용하고 속도 검출은 본해능 200 Pulse/rev의 펄스 연코더를 사용했다.

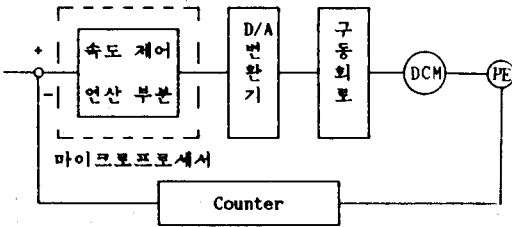


그림 2 시스템 구성의 개략도

구동회로는 4 상한초퍼로 D/A 변환기의 출력 전압이 약 1.82 배 선형 증폭되어 직류전동기에 인가된다

3.2 보상기의 설계

전기자전압제어의 속도응답의 경우 전달함수는

$$G(s) = \frac{1/K_E}{1 + s\tau_a + s^2\tau_a\tau_m} \text{ 로 표시된다.}$$

여기서, $\tau_a = L_a/R_a$ $\tau_m = J R_a / K_E K_T$

본 시스템에서는 $\tau_a = 0.45 \text{ msec}$, $\tau_m = 9 \text{ msec}$ 이므로 $\tau_a \ll \tau_m$. 따라서 $s^2\tau_a\tau_m$ 항을 무시하면 제어 대상은 1 차이며 $W_o(z)$ 는 다음과 같다.

$$W_o(z) = Z^{-1} \text{ ----- (5)}$$

식 (5) 를 식 (2) 에 대입하면 $D(z)$ 는

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \frac{Z^{-1}}{1 - Z^{-1}} \text{ ----- (6)}$$

이다. 한편,

$$HG(z) = Z (HG) = Z^{-1} \frac{1 - e^{-T/\tau_m}}{1 - Z^{-1} e^{-T/\tau_m}} \text{ ----- (7)}$$

이므로 식 (6), 식 (7) 로 부터

$$D(z) = \frac{1 - Z^{-1} e^{-T/\tau_m}}{1 - e^{-T/\tau_m}} \frac{1}{1 - Z^{-1}} \text{ ----- (8)}$$

이다. 또,

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} \text{ ----- (9)}$$

으로 나타낼 수 있으므로 식 (8), 식 (9) 로 부터

$$\frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1 - Z^{-1} e^{-T/\tau_m}}{1 - e^{-T/\tau_m}} \frac{1}{1 - Z^{-1}} \text{ ----- (10)}$$

가 되며, 이를 정리하면 다음과 같다.

$$(1 - e^{-T/\tau_m})[M(z) - Z^{-1}M(z)] = E(z) - e^{-T/\tau_m} Z^{-1} E(z) \text{ ----- (11)}$$

본 시스템의 회로정수는 $T = 0.0018$, $\tau_m = 0.009$ 이고, 이를 식 (11) 에 대입하면

$$M(z) = 5.5E(z) - 4.5Z^{-1} E(z) + Z^{-1} M(z) \text{ ----- (12)}$$

이 된다. 식 (12) 를 역 Z 변환하면

$$m[nT] = 5.5e[nT] - 4.5e[(n-1)T] + m[(n-1)T] \text{ (n = 0, 1, 2 \dots) ----- (13)}$$

이 된다. 식 (11)에 시스템의 이득을 고려해 주면

$$K(1 - e^{-T/\tau_m})[M(z) - Z^{-1}M(z)] = E(z) - e^{-T/\tau_m} Z^{-1} E(z) \text{ ----- (14)}$$

본 시스템에서는 전체 이득은 0.127 이고 식 (14) 에 대입하고 소수 부분을 생략하면 다음 식과 같다.

$$m[nT] = 43e[nT] - 35e[(n-1)T] + m[(n-1)T] \text{ (n = 0, 1, 2 \dots) ----- (15)}$$

식 (15)를 이용하면 1 샘플링 정정 가능하나, 그 가능한 범위는 한정된다. 지금, 직류전동기를 정지 상태로 부터 회전 시킨다면, 식 (15) 에서 $m[-T] = e[-T] = 0$ 이므로, 최초의 출력 $m[0]$ 는

$$m[0] = 43 e[0] \text{ ----- (16)}$$

이고, 본 시스템에서 직류전동기 전기자 최대 전압을 20 V 이고, 마이크로프로세서 상에서는 $m = 256$ 에 해당 되므로

$$e[0] < 256/43 = 5.95$$

이고, 실제 속도 n_1 는

$$n_1 = 5.95 * 1000 / 6.6 = 901 \text{ rpm}$$

이다. 즉, n_1 가 901 rpm 이하이면 식 (15) 에 의해서 1 샘플링 시간으로 목표치에 정정 시킬 수 있으며, 만약, 속도 지령치 n_1 가 901 rpm 이상인 경우는 직류전동기에 인가하는 전압이 포화하여 1 샘플링으로 정정 할 수 없게 된다. 이 경우는 미리 전압의 포화를 고려해서 1 샘플링 시간으로 정정 시켜주는 새로운 보상기 $D(z)$ 가 필요 하게 된다.

3.3 전압의 포화를 고려한 유한 시간 정정 응답 제어

3.2 절에서 보인 것처럼 속도 지령치가 901 rpm 이상이면 전압이 포화 하므로 전압이 포화 상태로 부터 벗어난 후 목표치에 대하여 1 샘플링 정정 시킬 수 있는 $D(z)$ 를 설계한다.

그림 3 으로부터, 우선, A 점에서 초기 전압이 포화 상태에서 벗어 났다고 하면, 그때 까지는 제한 전압 20 V 가 인가되고 있으며, 이 상태로는 D 점에 도달 하지만 실제로는 C 점에도달 하도록 해야 한다. 현재 $t = 1T$ 상태에 있다고 하고 E 점으로 향하는 속도를 내는 전압 ΔV 를 A 점에서 인가하면

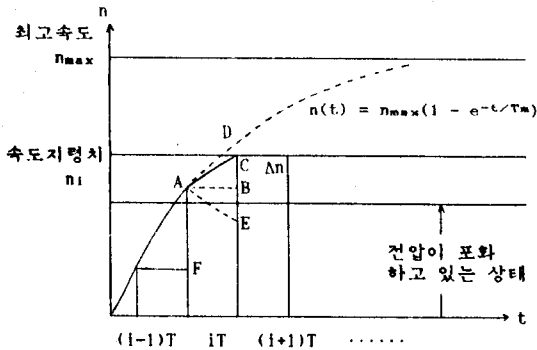


그림 3 전압 포화 상태로 부터 벗어난 후 1 샘플링 시간으로 정정시키는 파형

$$(1 - e^{-T/T_m})\Delta M = -\Delta n \quad (17)$$

가 되며, 또

$$\Delta M = M(z) - Z^{-1}M(z) \quad (18)$$

$$\Delta n = \overline{BD} = \overline{AF}e^{-T/T_m} \quad (19)$$

이고, 지금 A 점에 있는 상태이므로

$$\overline{AF} = Z^{-1}E(z) - E(z) \quad (20)$$

가 된다. 식 (19), (20) 로 부터 Δn

$$\Delta n = [Z^{-1}E(z) - E(z)] e^{-T/T_m} \quad (21)$$

이다. 식 (21) 를 식 (17) 에 대입하여 ΔM 을 구하면 속도가 B점으로 향하게 되지만 실제로는 C 점으로 향해야 하므로 식 (19) 의 Δn 으로 부터 $BC = E(z)$ 를 빼주면

$$\frac{(1 - e^{-T/T_m})[M(z) - Z^{-1}M(z)]}{E(z) - [Z^{-1}E(z) - E(z)] e^{-T/T_m}} = \quad (22)$$

이 된다. 이를 역 Z 변환하면

$$m[nT] = 43e[nT] - 35e[(n-1)T] + m[(n-1)T] \quad (23)$$

여기서 주의해야 할 것은 식 (23)은 $t = 0$ 인 상태, 즉, 기동시에는 이용 할 수 없다는 사실이다. 왜냐하면, 식 (22) 을 구하는 조건이 $Z^{-1}E(z)$ 와 $E(z)$ 가 지수 함수적으로 변화한다는 조건하에서 구했기 때문이다. 따라서, $t = 0$ 인 상태에 한해서 식 (15) 를 이용해야 한다. 이와 같이, 기동시에는 식 (15) 를 이용하고, 그 이후에는 식 (23) 을 이용하면 프로그램 작성상 복잡하게 되므로 식 (23) 을 기동시에도 사용 할 수 있도록 변형시키면 다음과 같다. 방법은 식 (21) 의 $[Z^{-1}E(z) - E(z)]$ 의 항을 실속도 $N(z)$ 로 표시하도록 한다. 즉,

$$\Delta n = [N(z) - Z^{-1}N(z)] e^{-T/T_m} \quad (24)$$

식 (22) 에 대입하면

$$\frac{(1 - e^{-T/T_m})[M(z) - Z^{-1}M(z)]}{E(z) - [N(z) - Z^{-1}N(z)] e^{-T/T_m}} = \quad (25)$$

또, 식 (23) 은

$$m[nT] = 43e[nT] - 35[no[nT] - no[(n-1)T]] + m[(n-1)T] \quad (26)$$

식 (26) 은 식 (23) 과 동가이며 $t = 0$ 인 상태에서도 사용할 수 있다. 이것은 e 가 $t = 0$ 에서 스텝적으로 변화하는 데 대해 no 는 $n = 0$ 인 상태에서 지수함수적으로 변하기 때문이다.

4. 실험 결과 및 검토

4.1 식 (15) 를 이용한 실험 결과와 검토

그림 4 는 속도 지령치가 600 rpm 인 경우의 속도의 스텝 응답이다. 이와같이 속도 지령치가 901rpm 이하인 경우는 식 (15) 에 의해 1 샘플링 시간으로 정정 할 수 있다.

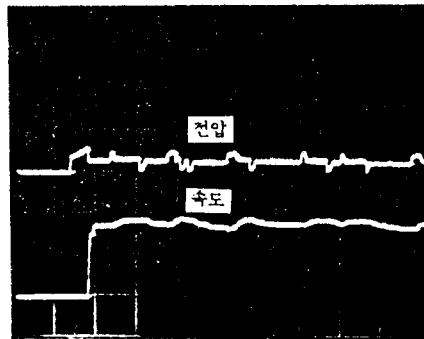


그림 4 식(15) 를 이용한 경우의 유한 시간 정정 응답 [5V, 20ms / DIV]

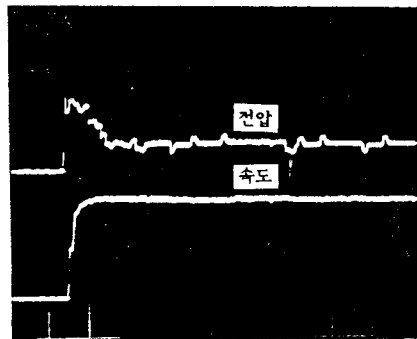


그림 5 식(15) 를 이용한 경우의 속도 Step 응답 [5V, 20ms / DIV]

그림 5는 속도 지령치가 2000 rpm인 경우이며, 제대로 유한 시간 정정 응답이 되어 있지 않음을 볼 수 있다. (1 샘플링 시간 보다도 다소 뒤진 정정 시간이 되어 있다) 이것은 전압이 20 V 에서 포화하고 있기 때문이다. 따라서, 포화로부터 벗어나 유한시간 내에 정정할 수 있는 보상기가 필요 해진다.

4.2 식 (26) 을 이용한 실험 결과와 검토

그림 6 은 식 (26) 을 이용한 경우의 속도 스텝 응답을 보인다. 이것은 그림 5에 비해 속응성은 비교적 양호하지만 정상시의 진동이 발생하고 있다. 이것을 식 (15) 보다 식 (26) 의 이득이 비교적 크기 때문이다. 이것을 개선하려면 전체 이득을 작게 해야하나 그렇게 되면 속응성이 나쁘게 된다. 따라서 속응성이 양호하면서도 정상시에 진동이 없는 보상이 필요하다.

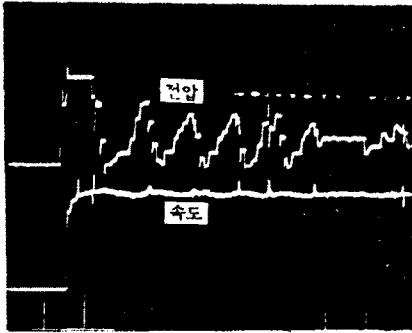


그림 6 식 (26) 을 이용한 경우 [5V, 20ms / DIV]

4.3 과도시에는 식 (26) 을 이용하고 정상시에는 식 (15) 를 이용하는 방법

4.2 절에서 본 것처럼 식 (26) 을 이용하면 정상시에 진동이 생기므로 전압이 포화되어 있는 상태에서 부터 벗어나

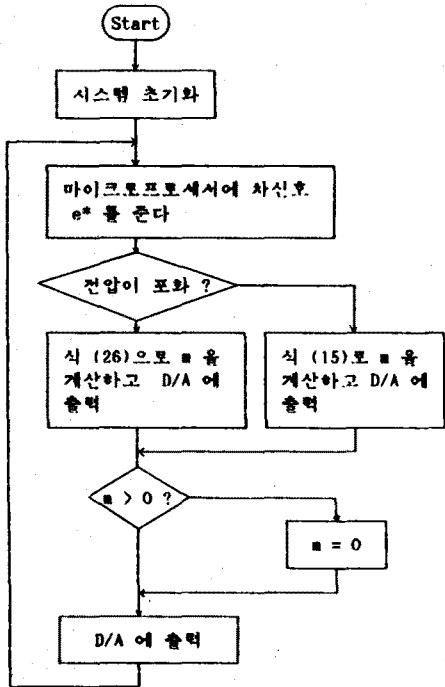


그림 7 식 (26) 과 (15) 를 이용한 알고리즘

도록 1 샘플링 시간 동안의 과도시에는 식 (26)을 사용하고, 그 이후에는 식 (15) 를 이용하도록 한다. 그림 7 은 두 식을 이용한 알고리즘을 나타내고, 그림 8 은 실험 결과이다.

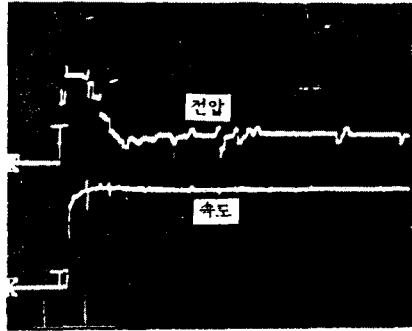


그림 8 식 (26) 과 식 (15) 를 이용한 경우 [5V, 20ms / DIV]

그림 8 으로부터 그림 5, 6 에 비해 속응성, 정정성이 비교적 개선되었음을 알 수 있다.

5. 결론

이상으로 유한 시간 정정 제어 이론을 이용하여 직류전동기의 속도를 최소한의 시간내에 목표치에 정정시키려는 실험을 행하였다.

이 실험에서 얻을 수 있었던 결과로는,

- 1) 전압이 포화하지 않을 때는 1 샘플링 시간으로 목표치에 정정 할 수 있었으며
- 2) 전압 포화시에는 미리전압의 포화를 고려한 보상을 설계함으로써, 포화로 부터 벗어나고 나서 1 샘플링 시간으로 목표치에 정정함을 확인 할 수 있었다.

급부의 과제로는

- 1) 부하 변동에 대응한 알고리즘의 개발
- 2) 위치 제어에의 적용 등을 들 수 있다.

REFERENCES

- [1] NICHOLAS J. KRICKELIS, SPILOS D. FASSOIS, "Microprocessor Implementation of PID Controller and Lead-lag Compensators" in IEEE Trans. Ind. Electron. Vol IE-31 pp79-85, February 1984
- [2] PRADEEP K. NANDAM, PARESH C. SEN, "Analog and Digital Speed Control of DC Drivers using Proportional-Integral and Integral-Proportional Control Techniques" in IEEE Trans. Ind. Electron. Vol IE-34 p227-233 May 1987
- [3] Katsuhiko Ogata "Discrete-Time Control Systems"
- [4] Benjamin C. Kuo "Automatic Control System"
- [5] Constantine H. Houpls, Gary B. Lawont "Digital Control System"