

2차원 유한요소법에 의한 SLIM 의 3차원적 특성 해석

*조윤현, 김용주, 신판석, 강도현

한국전기연구소 전력기기연구실

A 3 Dimensional Characteristic Analysis of SLIM by the 2-D Finite Element Method

Cho Yun-Hyun, Kim Yong-Joo, Shin Pan-Seok and Kang Do-Hyun

Power Apparatus Lab., KERI

ABSTRACTS

In order to obtain optimal design criteria and operating parameters, a Single-sided Linear Induction Motor (SLIM) is analysed by using a 2-D finite element method with magnetic and current vector potential.

In the analysing procedures, the governing equation is derived from Maxwell's equation combined with the magnetic vector potential. As a forcing term, 3-phase voltage source is employed using the Kirchhoff's voltage law in order to look into effects of the unbalanced 3-phase currents and air gap flux density. Also, 2ndary eddy current distribution, longitudinal end and transverse edge effects are in turns visualized by flux lines in 3 different analysing planes as functions of frequency and input power.

1. 서론

지금까지 전력기기의 해석분야에 유한요소법을 도입한 이후 2차원 평면장 및 축대칭장의 자체 해석기술은 이미 실용화되어 여러가지의 전력기기, 자기회로등의 설계에 이용되고 있다. 위의 방법들은 주로 해석모델에 대한 지배방정식을 자기벡터포텐셜을 미지수로하여 해석영역의 한 단면에 대해서만 해석함으로써 비대칭 기기의 경우에는 정확한 특성해석은 얻을수 없었다.[4] ~[6] 특히 선형유도전동기와 같이 구조적으로 양단부가 존재함으로써 인한 전자기학적인 비대칭인 경우에는 3차원 유한요소법으로 해석되어야만 Longitudinal End-effect 와 Transverse Edge-effect 등의 기기에 미치는 중요한 특성의 해석이 가능하나 3차원 유한

요소법의 복잡함과 많은 계산기 용량의 요구 등으로 현재 속제로 남아 있다. [1]~[6]

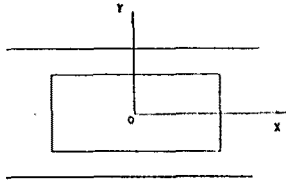
따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 2차원 유한요소법으로 SLIM 의 정면, 평면 및 측면에서의 특성을 동시에 해석하는 방법을 제시하였다. 해석 영역의 지배방정식은 Maxwell 의 전자방정식에 자기, 전류벡터 포텐셜의 개념을 도입하여 자석분포 및 와전류 분포 특성을 해석하였다. 그리고, SLIM 의 입력 및 설계치수 변화에 따른 여러가지 특성을 해석함으로써 설계시의 기본 설계정수 산정과 운전특성을 예측가능하게 하였다.

2. 해석 모델 및 가정

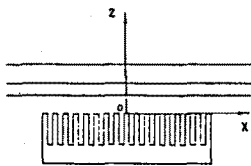
그림 1은 저속도 자기부상열차의 추진형 전동기로 사용될 편축식 선형 유도전동기의 해석모델로서 그림 1(a)는 평면도, 그림 1(b)는 정면도, 그림 1(c)는 측면도를 나타낸다. 본 연구에서는 편축식 선형유도전동기의 특성해석을 2차원 유한요소법으로 3차원 각도에서 특성을 해석하기 위하여 Maxwell 의 전자방정식을 기초한 지배방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 두었다.[9]~[12]

- 1) 자계는 준정상상태로 변위전류를 무시하고 시간에 대해 정현적으로 변한다.
- 2) 2차축 알루미늄 도체판과 back iron 의 도전율은 일정하고 포피효과를 무시한다.
- 3) 2차축에 인가하는 입력자속은 z축 방향의 성분만 갖고며 유효 공극의 길이는 기계적 공극에 슬롯의 영향을 고려한 Carter 계수를 곱한 길이로 한다.
- 4) 1차축 권선의 주변자속 (fringing flux)은 무시한다.

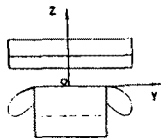
- 5) 1차축 권선에 흐르는 전류는 Y방향 성분만 존재하고 인가 전압은 평행 3상 정현파 전압이다.
- 6) 1차축의 도전율은 무시하고 자성체의 재료는 등방성이고 균일하다.



(a) 평면도
(a) top view



(b) 정면도
(b) front view



(c) 측면도
(c) side view

그림1. 편축식 선형유도전동기의 해석 모델

Fig 1. Analysing model of SLIM

3. 지배방정식의 정식화

3.1 x-z 평면에서의 지배방정식의 정식화

해석모델 그림 1(b)에 대해 만족하는 지배 방정식은 식 (1)과 같이 쓸수 있다.[8]~[9]

$$\frac{\partial}{\partial x} (\nu \frac{\partial A}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\nu \frac{\partial A}{\partial y}) = -jy + \sigma (\frac{\partial A}{\partial t} + (1-s) V_s \frac{\partial A}{\partial x}) \quad (1)$$

식 (1)를 2차원 유한요소법으로 해석하기 위하여 x-z 평면 해석영역에 대해 1차 삼각요소를 분할하고 Galerkin 이론을 적용하면 다음식 (2)와 같이 얻어지며 [8]~[10]

$$G^{(e)} = \iint_{S_e} \left(\frac{\partial N_{1e}}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial N_{1e}}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy - \frac{\mu dfun}{S} \iint_{S_e} N_{1e} \nu \frac{\partial A}{\partial x} dx dy + \iint_{S_e} \mu \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + (1-s) V_s \frac{\partial A}{\partial x} \right) N_{1e} dx dy \quad (2)$$

식 (2)를 정식화된 FEM 방정식으로 자기벡터포텐셜과 입력전류를 미지수로 한 방정식으로 표현하면

$$\begin{bmatrix} H_{1,1} & \dots & H_{1,nun} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{nun,1} & \dots & H_{nun,nun} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_{nun} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{nun} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{nun} \end{bmatrix} \quad (3)$$

또 선형유도전동기의 등가회로도 그림 2에서의 같이 입력전압을 3상 정현파 전압을 인가하고 점선으로 표시된 부분을 유한요소법으로 해석하기 위한 자기회로의 전압방정식은 식 (4)와 같이 a상에 대해 쓸수 있다.

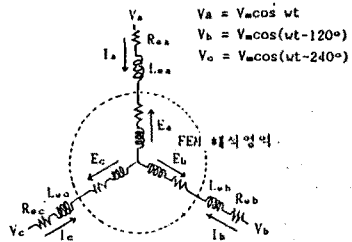


그림 2 등가회로

Fig 2. Equivalent circuit of SLIM

$$V_a = (R_c + R_o) I_a + j\omega L_o I_a$$

$$+ \frac{j\omega N_1}{3S} \sum_{e=1}^{N_e} (S_e \sum_{i=1}^3 A_{i,e} - S_e \sum_{i=1}^3 A_{i,e}') \quad (4)$$

여기서

Lo : End coil 부분의 누설 인덕턴스

Ro : End coil 부분의 저항

Rc : 해석영역부분의 저항

식 (4)를 그림 2의 3상 등가회로에 적용하여 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} F_{1,1} & \dots & F_{1,nun} \\ F_{2,1} & \dots & F_{2,nun} \\ F_{3,1} & \dots & F_{3,nun} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_{nun} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 & I_a \\ 0 & Z_b & 0 & I_b \\ 0 & 0 & Z_c & I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)를 전압 Va, Vb, Vc를 입력전압으로 하고 각 상의 전류와 자기벡터포텐셜을 미지수로 한 계방정식을 식 (3)과 조합하여 정리하면 식 (6)과 같이 얻을수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{1,1} & \dots & H_{1,nun} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{nun,1} & \dots & H_{nun,nun} \\ F_{1,1} & \dots & F_{1,nun} \\ F_{2,1} & \dots & F_{2,nun} \\ F_{3,1} & \dots & F_{3,nun} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_{nun} \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

3.2. X-Y 평면에서의 지배방정식의 정식화

1차축 권선에 흐르는 전류에 의해 2차축 알루미늄 도체판에 입력되는 입력자속과 2차축이 Vx 속도로 진행할때 2차축에 유도되는 와전류 밀도를 전류 Vector Potential 개념을 도입하여 유도하면 해석모델의 X-Y 평면에서의 지배방정식은 식 (7)과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{\partial \psi z}{\partial x} + \frac{\partial \psi z}{\partial y} = \sigma \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} (Hsz + \psi z) + Vx \frac{\partial \psi z}{\partial x} \right) \quad (7)$$

식 (7)과 같이 전류벡터포텐셜을 미지수로하고 유한요소법으로 해석하기 위해 X-Y 평면의 해석영역을 1차 삼각요소로 분할하고 지배 방정식을 정식화하기 위하여 Galerkin 이론을 적용하면 [8]~[9].

$$G = \sum_{i=1}^{NT} G_i = \sum_{i=1}^{NT} \int Ni \left(-\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \psi z}{\partial x} + \frac{\partial \psi z}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (Hsz + \psi z) + \mu Vx \frac{\partial \psi z}{\partial x} \right) dx dy = 0 \quad (8)$$

식 (8)에서 각 요소에 대한 G를 구하여 전체영역의 요소에 대해 조함한 대수방정식을 구하여 정리하면 식 (10)과 같이 요소 matrix 식을 얻을수 있다.

$$\psi = \sum_{j=1}^3 N_j(x,y) \psi_j \quad (9)$$

$$G_i = \frac{1}{4 \sigma} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_2 b_1 + c_2 c_1 & b_2 b_2 + c_2 c_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ b_3 b_1 + c_3 c_1 & b_3 b_2 + c_3 c_2 & b_3 b_3 + c_3 c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} + J \omega Hsz \frac{\mu}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + J \omega \mu \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} + \frac{\mu Vx}{6} \begin{bmatrix} b_1 b_2 b_3 \\ b_1 b_2 b_3 \\ b_1 b_2 b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

따라서 2차축에 유도된 와전류는 전류 vector potential 로 $J = \nabla \times \Phi$ 부터 식 (11), (12)과 같이 각 요소에 대한 전류성분을 얻을수 있다.

$$J_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2 S_o} C_j \psi_j \quad (11)$$

$$J_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \sum_{j=1}^3 \frac{-1}{2 S_o} b_j \psi_j \quad (12)$$

3.3 Y-Z 평면에서의 지배방정식의 정식화

SLIM 의 Transverse Edge effect 현상등을 보기위하여 해석 모델 그림 1(c) 에 대해 식 (11), (12) 로부터 얻은

전류 Vector potential 로부터 Y-Z 평면상의 2차축에 유도된 와전류를 구하면 식 (13)과 같다.

$$J_{..z} = J_{..x} + J_{..y} \quad (13)$$

식 (13)의 와전류를 구동함수로하여 자기벡터포텐셜을 미지수로 하여 지배방정식을 구하면 식 (14)와 같이 얻을수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial} \left(\nu \frac{\partial \Lambda}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial} \left(\nu \frac{\partial \Lambda}{\partial z} \right) = -J_{..z} + J \omega \sigma \Lambda \quad (14)$$

식 (14)를 Y-Z 평면에 유한요소법으로 해석하기 위해 임의의 한 요소에 대한 요소 matrix 식은 식 (15)와 같이 얻을수 있다.

$$G^{*}_{i,yz} = \frac{\nu^*}{4 S_e} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_2 b_1 + c_2 c_1 & b_2 b_2 + c_2 c_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ b_3 b_1 + c_3 c_1 & b_3 b_2 + c_3 c_2 & b_3 b_3 + c_3 c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \end{bmatrix} + J \omega \sigma \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \end{bmatrix} - \frac{J_{..z} S_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

4. 전자력 및 효율, 역율

선형유도전동기의 특성을 검토하기 위해서는 추력 (Fx), 수직력 (Fz) 및 횡방향 권위시의 권위력 (Fy)이 계산되어야 한다. 이러한 전자력의 계산은 1차축에 흐르는 전류에 의해 발생하는 자속과 2차축사이에 작용하는 힘을 Lorentz 의 법칙으로부터 2차축 알루미늄 도체판에 작용하는 3성분의 전자력을 분리하여 아래의 식 (16), (17), (18)과 같이 쓸수 있다.

$$F_x = \iint J_y B_z dx dy \quad (16)$$

$$F_y = -\iint J_x B_z dx dy \quad (17)$$

$$F_z = \iint (J_x B_y - J_y B_x) dx dy \quad (18)$$

식 (18)에서 Fz 는 1차축과 2차축 알루미늄 도체판에 작용하는 힘으로 주로 반발력으로 작용하는 수직력성분이며 2차축의 Back iron과 1차축 철심사이에 작용하는 흡인력은 식 (19)로 구할 수 있다.

$$F_a = \iint B^2 / 2 \mu_0 dx dy \quad (19)$$

여기서 B는 공극내의 합성자속밀도를 나타낸다.

따라서 1차축과 2차축 사이에 작용하는 수직력은 반발력과 흡인력의 합성된 힘 (Fn)으로 식 (20)과 같이 주어진다.

$$F_n = F_y + F_a$$

$$= \iint (J_x B_y - J_y B_x) dx dy + \iint B \cdot \nabla \mu_0 dx dy \quad (20)$$

또 선형유도전동기의 1차측에서의 효율 (η)와 역률($\cos \phi$)는 다음의 계산식으로부터 구할 수 있다.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{1/T \int F_x V_x dt}{P_a + P_b + P_c} \quad (21)$$

$$\cos \phi = \frac{P_a + P_b + P_c}{V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c} \quad (22)$$

5. 해석결과 및 검토

본 연구를 통하여 2차원 유한요소법으로 SLIM의 3차원적 특성고찰을 위한 계산기의 흐름도는 그림 3과 같이 구성하였다. 여기서 유한요소법의 PRE, POST processing은 KERI에 있는 Flux2D 프로그램을 이용하였다.

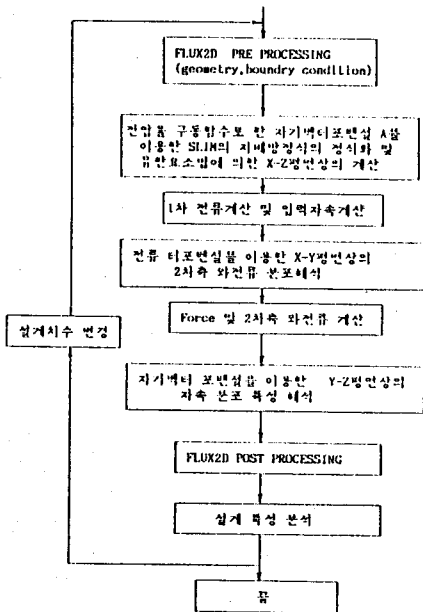


그림 3. 계산기 흐름도
Fig 3. computer flowchart

5.1 자속밀도분포 및 와전류 밀도분포

본 연구의 SLIM의 해석기는 표 1과 같으며 이에 대한 2차원 유한요소법에 의한 해석결과는 그림 4, 5, 6와 같다. 그림 4는 입력전압을 3상 100V로 α 상을 기준으로 $wt=90^\circ$ 일때 x-z 평면상의 자속밀도 분포도이며 그림 5는 이때 1차측에 흐르는 전류에 의해 Biot-Savart의 법칙으로 계산한 2차측 입력자속밀도이다.

그림 6은 슬림 $S=1.0$, $S=0.35$ 일때 2차측 알루미늄 도체판에 유도된 와전류 밀도 분포로 나타내고 슬림이 감소하면 와전류 분포가 출구단쪽으로 넓어지는 현상을 볼수 있다. 이는 단부의 존재로 생기는 End-effect 현상이다.

그림 7은 슬림 $S=0.35$ 일때 출구단에서 50mm 떨어진 지점에서의 Y-Z 평면의 자속밀도분포도로 그림 7(a)는 편위도 $dy=0$ (mm), 그림 7(b)는 편위도 $dy=40$ (mm)일때의 양상을 나타낸다.

그림에서 편위도가 증가할수록 누설자속이 증가하며 편위된 쪽으로 자속밀도가 증가됨을 알수 있다. 이는 추력이 감소되고 편위력이 증가됨을 나타낸다.

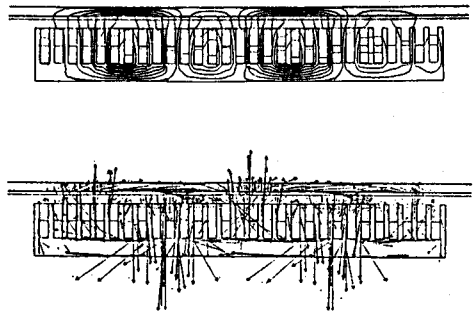


그림 4. 자속밀도분포 및 벡터도 ($wt = 90^\circ$)
Fig 4. Flux density distribution and vector diagram ($wt = 90^\circ$)

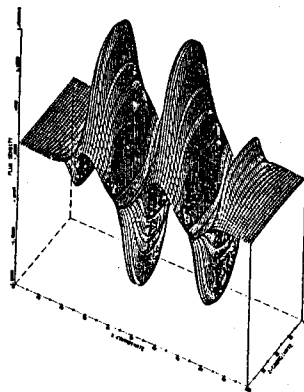


그림 5. 입력 자속밀도
Fig 5. Input flux density

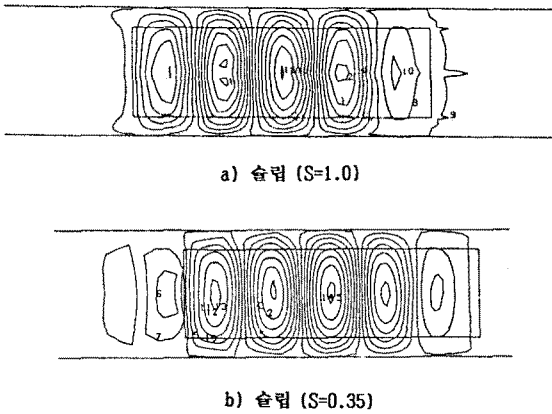


그림 6. 슬립변화에 따른 와전류밀도분포 (S=1.0, S=0.35)
Fig 6. Eddy current distribution as a function of slip (S=1.0, S=0.35)

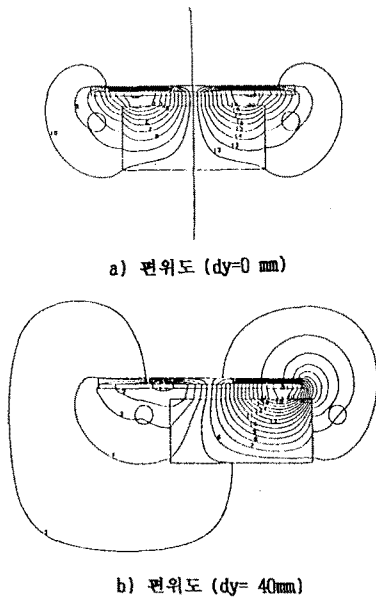


그림 7. Y-Z 평면상의 자속밀도분포 (dy=0, dy=40mm)
Fig7. flux density distribution on the Y-Z plane (dy=0, dy=40 mm)

5.2 입력전압 변화에 따른 추력 및 역률, 효율 특성
그림 (8),(9) 은 선형유도전동기의 계원 표 1에 대한 입력 전압을 100, 150, 200(V) 인가 했을때 추력특성곡선과 1차 측 권선에 흐르는 전류의 평균값을 나타낸 것이다.
그림 10은 본 해석기의 효율, 역률 곡선이다.

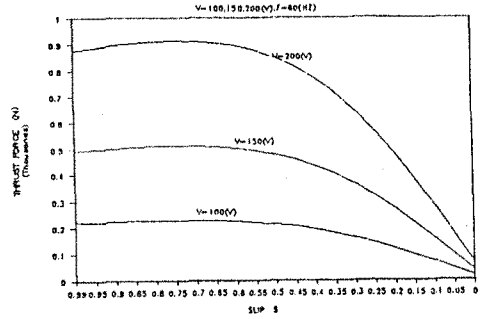


그림 8. 입력전압 변화에 따른 추력곡선
Fig 8. Thrust curve as a function of input voltage

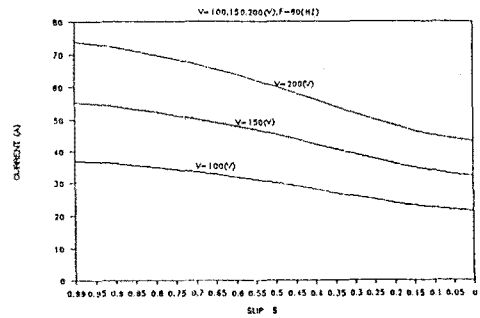


그림 9. 입력 전압의 변화에 따른 전류 곡선
Fig 9. Current curve as a function of input voltage.

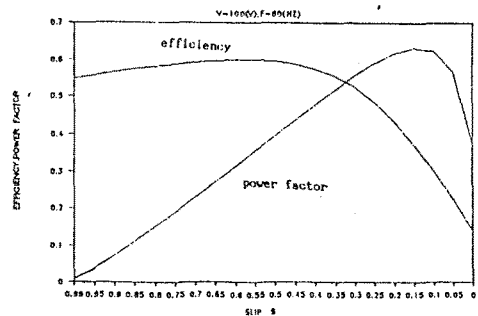


그림 10. 효율, 역률곡선
Fig 10. Efficiency and power factor curve

6. 결론

본 연구의 해석결과를 통하여 SLIM의 정면, 평면, 측면에서의 자속밀도분포 및 와전류밀도 분포 양상을 볼 수 있었으며, 입력전압 및 각 설계 파라미터변화에 따른 특성을 고찰함으로써 최적 설계를 위한 기본 자료를 얻을수 있었다. 이상에서 자기, 전류벡터포텐셜을 이용한 2차원 유한요소법으로 SLIM의 3차원 특성고찰이 가능하게 되었으며 또 추력, 수직력 및 편위력의 계산이 가능함으로써 SLIM을 추진장치로 사용하는 자기부상열차의 운전특성 등을 예측할수 있을것이다.

표 1. SLIM 의 제원

명 칭	치 수	명 칭	치 수
1차측 전압 (V)	3상 220(V)	1차측 폭	140 (mm)
주 파 수 (f)	0-120 (HZ)	슬롯수/극수 /상수 (q)	2
정격 속도 (Vn)	40 (km/h)	슬롯 피치 (St)	16 (mm)
동기 속도 (Vs)	62.2 (km/h)	슬롯 폭 (Zt)	10 (mm)
1차측길이 (L)	0.47 (m) 4	슬롯 길이 (ds)	39 (mm)
극 수 (p)	4 극	코일 피치 (β)	5/6
기계적공극 (g)	0-14 (mm)	2차측 AL. 두께 (d ₂)	4 (mm)
AL. 저항율 (σ)	3.810 ($\Omega \cdot m$)	2차측 AL. 폭 (h')	200 (mm)
Back iron 비투자율 (μ_i)	500	Back iron 두께 (d ₁)	15 (mm)
		Back iron 폭 (h')	200 (mm)

7. 참고 문헌

[1] E.R.Laithwaite, "Induction machines for special purposes", George newnes. Ltd, London, 1966

[2] Sakae Yamamura, "Theory of Linear Induction motors", John Wiley and Sons, 1979

[3] S.A.Nasar, I.Boldea; "Linear motion electric machines", 1976 John Wiley & Sons

[4] J.F. Gieras, G.E. Dawson, A.R. Eactham, "A new Longitudinal End effect factor for Linear Induction motors", IEEE, Trans.on Energy convercon, Vol. EC-2, No.1, pp. 152-159, March 1987

[5] H.Bolton, "Transverse Edge effect in Sheet-Rotor Induction motors", Proc. IEE., Vol. 116, No.5, pp. 725-731, May 1969

[6] E.M.Freeman, D.A.Lowther. "Normal force in Single-Sided Linear Induction motors", Proc. IEE., Vol. 120, No. 12, pp. 1499-1973

[7] Toshiaki yoko, Daiki Ebihara, "An optimal design technique for high speed Single-sided Linear Induction Motors Using Mathematical programming method", IEEE Trans.on MAGNETICS, Vol.25, No.5, pp.3596-3598, September 1989

[8] 中田, 高儀, 電氣工學 有限要素法, 森北出版, 1981

[9] 임달호, 조윤현, "단 1차 단2차 편측식 선형유도전동기의 유한요소법에 의한 2차측 와전류 분포해석에 관한 연구", 대한전기학회 논문지, pp.4 53-461, 1990.5

[10] 임달호, 최창규, 이철직, 조윤현, "유한요소법에 의한 편측식 선형유도전동기의 1차측과 2차측의 횡방향 편위에 따른 특성해석", 대한전기학회 논문지, pp.820-827, 1990.8