

# 굽힘하중하에서의 피로균열 발생수명에 대한 Bayesian 신뢰성 해석

강 성 원, 이 지 현 (부산대학교 공과대학)

## 1. 서언

각종 구조물, 기계요소외의 파괴에 있어 상당수는 피로파괴가 그 원인인 것이 많고, 그 설계 및 안전성 평가를 위해 신뢰성 해석을 도입함에 있어 피로수명의 확률분포의 파악은 구조물에 작용하는 외력의 추정과 함께 중요하다. 피로수명의 확률분포를 파악함에 있어 대수정규분포 혹은 Weibull 분포 등이 제안되어 있지만, 본 연구에서는 응용범위가 넓고 수치계산이 용이한 Weibull 분포를 사용하였다. 어떤 응력상태 하에서의 피로수명분포를 구하기 위해서는 일반적으로 수십개의 피로시험을 행하여야 한다. 그러나, 그러한 많은 시험은 시험시간, 경비등의 면에서 곤란하다. 그래서, 본 연구에서는 적은 시험으로 보다 많은 정보를 얻을 수 있는 100개의 응력 집중부를 가진 변단면 외팔보형 시험편을 사용하였다. 그리고, 피로시험은 일정진폭완전양진 굽힘피로하중하에서 실시하였고, 피로균열발생수명의 확률분포를 추정하는데는 Bayesian 신뢰성 해석법을 도입하였다.

## 2. Bayesian 신뢰성 해석

2.1 먼저 발생한 균열이 다른 부위에 영향을 미치지 않는다고 가정할 경우.

Bayesian 신뢰성 해석은 Bayes 정리의 응용이며, 경험이나 직관적 예측을 신뢰성 해석의 가운데 정량적으로 집어넣은 것으로, 데이터 부족이란 현실을 극복하기 위한 수법으로 태어났다. 통상의 통계학에서는 분포의 파라미터를 확정치로 생각하고, 그 값을 데이터에서 추정하며, 추정이 불확실한 부분은 신뢰구간이라는 형으로 나타낸다. 이에 반해, Bayes 통계학에서는 파라미터자신을 확률변수로서 취급한다. 즉, 미지의 파라미터에 대해서 먼저 사전에 어떤 분포를 가정하고, 그 사전분포와 데이터에서 파라미터분포 (사후확률)를 결정한다. Fig.1은 피로균열발생수명분포에 있어  $P_i (i=1, 2, 3, \dots, k)$ 는 반복수  $N_{k-1}$ 에서  $N_k$ 사이의 기간동안 균열이 발생할 확률을 나타낸다. 다항분포를 적용하여 사건 E가 일어날 확률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P[E] = \frac{M!}{m_1! m_2! m_3! \dots m_k! q!} P_1^{m_1} P_2^{m_2} P_3^{m_3} \dots P_k^{m_k} (1 - \sum_{i=1}^k P_i)^q \quad (1)$$

여기서  $q = M - \sum_{i=1}^k m_i$

M은 응력집중부 총개수로 100,  $m_i$ 는 균열발생갯수이다.

균열발생수명을 2파라미터 Weibull 분포로 가정하면

$$F(N) = 1 - \exp\{-(N/\beta)^\alpha\} \quad (2)$$

확률 P(E)은 Weibull 파라미터가 주어졌다고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P[E | \alpha, \beta] = F_{NC}(N_k | \alpha, \beta)^{m_k} \cdot \prod_{i=2}^k \{F_{NC}(N_i | \alpha, \beta) - F_{NC}(N_{i-1} | \alpha, \beta)\}^{m_i} \cdot \{1 - F_{NC}(N_k | \alpha, \beta)\}^q \quad (3)$$

Weibull 분포의 파라미터  $\alpha, \beta$ 를 확률변수로 보고, 그 사전확률밀도를  $f_{\alpha, \beta}(X, Y)$ 라한다. Bayes 정리를 이용하여 Weibull 파라미터  $\alpha, \beta$  추정에 적용하면, 사후확률은 (4)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{\alpha, \beta}(X, Y) = \frac{\prod P[E_i | \alpha = x, \beta = y] f_{\alpha, \beta}(X, Y)}{\int \int (P[E_i | \alpha = x, \beta = y] f_{\alpha, \beta}(X, Y)) dx dy} \quad (4)$$

$f_{\alpha, \beta}(X, Y)$ 에 의해 표시된  $(\alpha, \beta)$ 의 사전밀도는 이산균열분포로 주어진다. 먼저, 사

전분포를 대강 주고 사후밀도함수  $f_{\alpha, \beta}(X, Y)$ 를 계산한다.

Fig.2-3은 주어진 사전분포로부터 파라미터를 추정하는 모식도이다.

2.2 먼저 발생한 균열이 다른 부위에 영향을 미친다고 가정할 경우.

Multi-notched specimen에서 발생한 균열은 성장과 함께, 균열이 발생하지 않은 노치에서의 균열발생은 먼저 발생한 균열에 의해 영향을 받는다는 점은 피할 수 없고, 이러한 경우에는 영향을 받는 응력집중부는 유효노치에서 제외시킨다.

이 경우의 (3)식 q는 다음과 같이 수정된다.

$$q = M - \sum_{i=1}^{k-1} (m_i + r_i) - m_k \quad (5)$$

와 같이 되고, 이를 (3)식에 대입하여 구하면 된다.

여기서  $r_i$ 는 먼저 발생한 균열에의해 영향을 받은 응력집중부 갯수로서 유효균열에서 제외된 숫자이다.

### 3. 시험편 및 실험방법

본 실험에 사용된 시험편의 형상은 Fig.4에서와 같고, 강재는 연강 KR Grade A(SS4 1급)으로 그 화학성분은 C=0.15%, Si=0.04%, Mn=0.08%, S=0.015%이며, 기계적 성질은 T.S=44.1kg/mm<sup>2</sup>, Y.P=26.2kg/mm<sup>2</sup>, Elong.=0.23이다. 본 시험편의 구멍의 평균 크기는 2.993mm, 구멍 사이의 평균간격은 6.979mm, 두께는 6mm이다.

사용한 시험기는 일정진폭 회전굽힘시험기이며, 본 시험편에는 통계적으로 동일한 100개의 노치를 가진 시험편을 사용하였으며, 모든 노치에 대해서 피로균열발생에 대한 반복수는 Weibull 분포함수에 따른다고 가정하여 피로시험을 행하였다. 피로시험은 굽힘응력진폭이 20.16 kg/mm<sup>2</sup>, 17.64kg/mm<sup>2</sup>와 15.12kg/mm<sup>2</sup>의 3가지 일정하중양진의 응력상태에서 반복속도 3Hz에서 피로시험을 행하였다. 각시험편의 윗면 A열과 B열, B열과 C열, D열과 E열, 그리고 아랫면 B'열과 C'열 사이에 5mm 스트레인 게이지를 부착하여 하중상태를 확인하였다. 시험절차는 먼저 하중을 처음에서부터 어떤  $N_1$  cycle 까지 가하여 microscope와 레프리카필름으로 측정하여 피로균열 발생수  $m_1$ 를 얻는다. 다시 어떤 cycle  $\Delta N$ 까지 하중을 가하여 피로균열발생개소 및 길이를 측정한다. 그리하여  $\Delta N_k$  cycle 동안 발생한 피로균열중 제일 긴 것이 먼저 정의한 길이에 달할 때까지 시험을 계속하여 피로시험 데이터를 얻는다. 본 시험에서는 균열발생 수명의 균열길이를 0.5mm, 시험종료 때의 최대균열길이를 2.2mm로 하였다.

그리고 Multi-Notched Specimen에서는 각각의 응력집중부 상호간의 영향을 무시할 수가 없으므로 Fig.5와 같이 다음 세가지 나누어 고려하였다.

- 가. CASE 1. : 각각의 응력집중부가 서로 영향을 받지 않는다고 가정할 경우.
- 나. CASE 2. : 임의의 곳에 균열이 발생했을 때 그 반대면 만이 영향을 받는다고 가정할 경우. A점에서 균열이 발생했을 때 C점을 유효균열에서 제외시켰다.
- 다. CASE 3. : A점의 균열의 영향을 고려하여 B,C,D를 유효균열에서 제외킨 경우.

### 4. 실험결과 및 고찰

본 실험 결과를 이용하여 각 응력 레벨에서의 2 파라미터 weibull분포의 파라미터  $\alpha, \beta$ 를 Bayesian 신뢰성해석법에 의하여 추정한 결과는 Table 1 과 같다. 또한 실험결과와 Table 1의 파라미터를 이용하여 구한 확률분포함수를 Weibull확률지에 동시에 표시한것이 Fig.6-8 이다. 이들 그림에서 알수 있는 바와같이 실험결과와 추정치는 비교적 잘 일치해주고 있으며 본 연구에서 이용한 Bayesian 해석법이 굽힘피로 하중하에서의 피로 균열발생수명의 확률분포 추정에 유용함을 알수 있다. 본연구에 이용한 Bayesian 해석법은 다른 점추정법에 의한 파라미터 추정법보다 편리한점은 간단한 정식화가 가능하고 파라미터  $\alpha, \beta$ 를 확률변수로서 취급하여 임의의 초기구간을 설정하여 파라미터를 구한 후 그 값을 중심으로 구간을 세분화하여 추정하므로 초기구간 검색이 타추정법에 비하여 용이하고 최종추정치까지의 과정이 단축되며 정도높은 추정치를 얻을수 있는 특성있음을 확인 하였다.

Fig.9는 Fig.6-8의 추정분포함수만을 동시에 나타낸것으로서 응력레벨에 따라 응력 집중부 상호간의 영향이 균열발생수명분포에 미치는 영향은 일정하지 않으며 Table 1에서 알수있는 바와같이  $\alpha, \beta$ 값은 저응력측으로 갈수록 큰값을 가지는 것을 알수 있다.

### 5. 결론

1) 일정진폭의 완전굽힘피로하중하의 피로균열발생수명확률분포는 2 파라미터 Weibull 분포함수로서 추정이 가능하며 그 파라미터  $\alpha, \beta$ 는 Bayesian신뢰성해석법에 의하여 정도높게 추정할수 있다.

2)  $\alpha, \beta$ 는 저응력레벨로 갈수록 큰값을 갖는다.

3) 피로균열발생수명확률분포에 미치는 응력집중부의 상호간의 영향은 응력레벨에 따라 서로 차이가 있음을 예측 할수 있다.

< 참고 문헌 생략. >

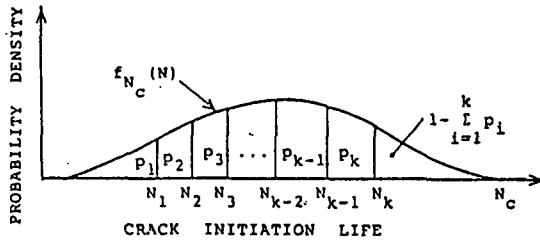


Fig. 1 Probability Density Function of Crack Initiation Life

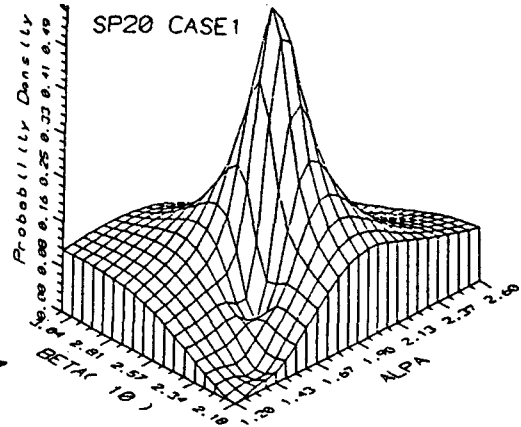


Fig. 2 Posterior Joint Probability Density of Scale and Shape Parameter

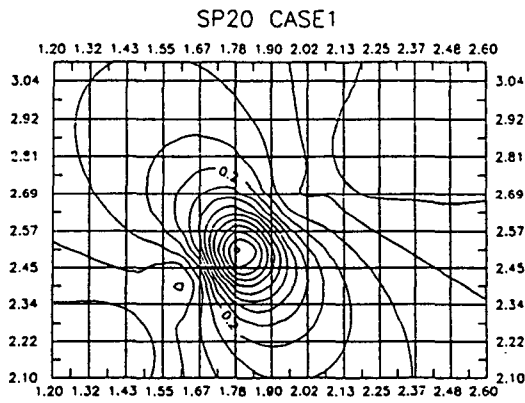


Fig. 3 The Profile of Fig. 2

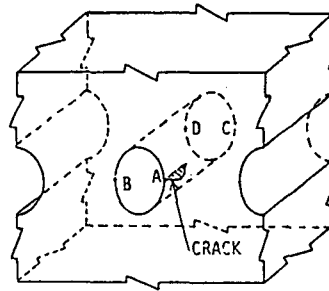


Fig. 5 Effects of Fatigue Crack on Uncracked Notches.

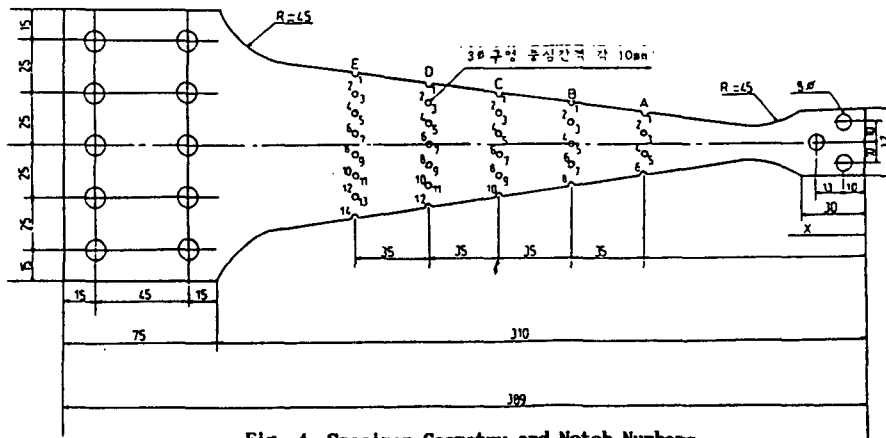
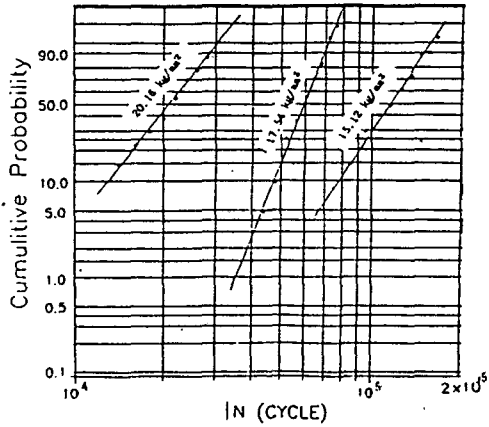


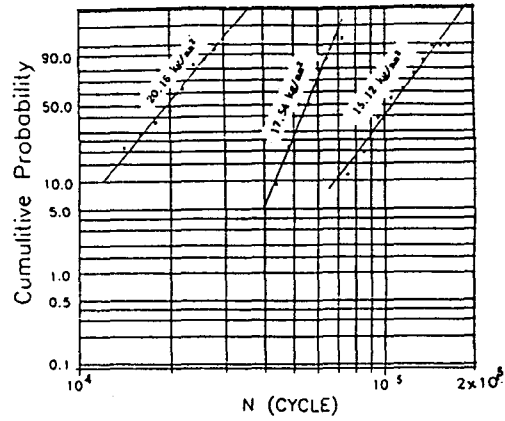
Fig. 4 Specimen Geometry and Notch Numbers

**Table 1** Weibull scale and shape parameters estimated for the three analytical conditions.

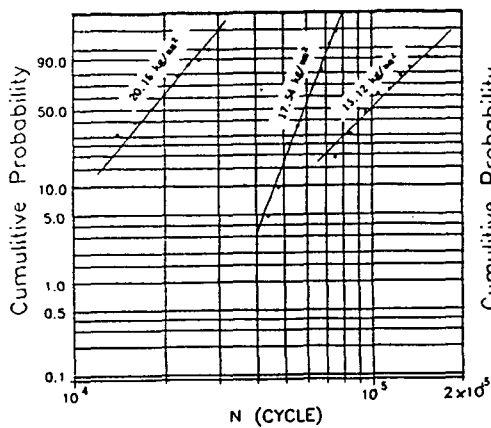
Type of Load	Case 1		Case 2		Case 3	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
SP20	3.9	23000	3.8	21500	3.8	20000
SP17	8.1	62500	7.8	58000	7.8	62000
SP15	11.	125000	9.6	117000	7.0	113000



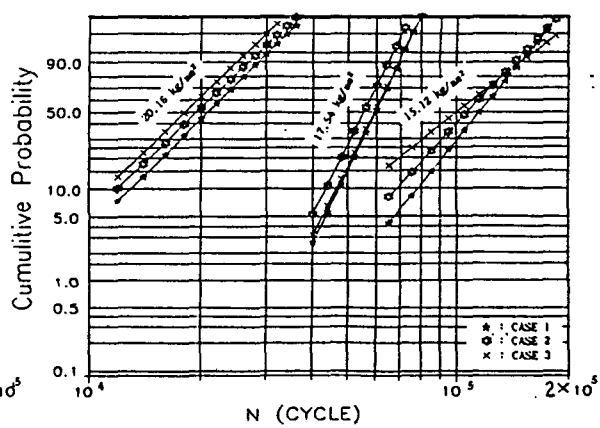
**Fig.6** Probability of Fatigue Crack Initiation Lives of Case 1 bull Probability Paper Plotted in Weibull Probability Paper



**Fig.7** Probability of Fatigue Crack Initiation Lives of Case 2 Plotted in Weibull Probability Paper



**Fig.8** Probability of Fatigue Crack Initiation Lives of Case 2 Plotted in Weibull Probability Paper



**Fig. 9** Comparison of Each Cases