[6-11]

시스템 분석을 위한 Petri net의 축조 연구

이 종 근

창원대학교 전자계산학과

A Relation reduction of Petri nets for System Analysis

Dept. of Computer Science

Changwon National University

시스템의 분석과 평가에 이용되고 있는 Petri net의 축조에 대하여 논의하였다. 축조의 기본 원리로써 transition의 형태를 정의하여 이들간의 관계의 정립에 따라 축조 되어지는 방법을 제시하였다. 따라서 복잡한 nets에서의 transition간의 관계 정립을 위하여 종전과같은 축조가능 부 net를 선정함으로 기존의 net가 갖는 기본 성질들을 유지한채 반복적이며 보다 간편하게 구성 할 수가 있었다.

1. 서 론

Petri net로 표현 되어진 시스템의 분석 방법으로는 도달성 분석(Reachability Analysis),동질성에 의한 축조 분석(Transformation 또는 Reduction) 그리고 상수 분석(Invariant)으로 대별 할 수가 있다. 각 분석 방법으로서, 각각의 장단점이 있겠으나 본 연구에서는 축조에 의한 분석 방법을 생각하고자 한다.

축조방식은[1-6] 기존의 성질을 그대로 유지 한채 transition열로부터 중복 되거나, 동작의 흐름에 영향을 미치지 않는 place와 transition을 감축시켜 이에 따른 축조 현상을 유도하여 복잡하게 구성 되어진 net를 분석이 용이한 net로 변형시키어 분석하는 방법이다. 지금까지 제시 되어진 축조 방식을 요약하면 nets의 형태를 제시하여 그형태에 적합한 감축 부 nets를 선정하고 이를 제시되어진 형태로 감축시켰다고 할 수가 있다.[7] 즉 먼저 감축 가능한 부 net를 선정함이 가장 주된 관점이며 이를 통하여 그 주변 형태를 비교하여 감축 시킨다고 할 수가 있다.

본 연구에서는 이러한 형태에 의한 방법을 개선하기 위하여, 먼저 transition의 형태를 정의하고, 두 개의 transition간의 관계에 따라 감축 되는 관계 감축 방식을 제시하고자 한다.

2. Petri net의 정의

정의 2.1: Petri net(이하 P/T라 한다) 는 다음과 같이 5-tuple로 정의 된다.

PN = (P,T,E,S,Mo)

여기서, P=(p1,...,pn)는 place의 유한집합, T=(t1,..., tm)는 transition의 유한집합, E=PxT->N 는 입력함수(Input function), S=TxP->N는 출력함수(Output function), Mo는 초기marking: Mo∈ M={M| M: P ->N}, N은 양수. transition은 다음과 같이 4가지의 형태로 정의 한다.

정의2.2: P/T PN =(P,T,E,S,Mo)에서 모든 t T, I(ti)를 입력 place, O(ti)를 출력 place라 하면;

I(ti)={Pi| (pi,t)∈ P} O(ti)={pj| (ti,pj)∈ P}

여기서,

1) T transition: |pi| =1, |pj| =1

2) F transition: |pi| =1, |pj| >1

3) J transition: |pi|>1, |pj|=1

4) X transition: |pi|>1, |pj|>1

transition열 σ =t1,..tm∈ T*(T*은 나은 transition)는 marking M1의 firing 열이다. marking M의 도달 가능 marking의 집합 M은 firing 열에의하여 M으로부터 도달 가능 한 모든 marking의 집합이다. 즉, [M]={M'/ M(σ)>M,(σ∈ T*)}, iff ∀i,1≤i≤n,Mi(ti)>Mi+1.

Place가 한정 되어진 token수에 의하여 marking한다면 이 place P는 bounded 한다고 한다. ∃b∈ N,∀M∈[Mo],M(p) ≤b 이때 b=1 즉 token의 수가 하나일 경우, place P는 safe하다고 하며, 모든 place가 safe 할 경우 그 P/T 는 safe 하다고 한다.

transition t가 marking M으로부터 도달 할 경우, transition t는 M으로부터 live 한다. 또한 모든 transition이 초기 marking Mo로 부터 live한다면 그 P/T는 live하다고 한다.

3. 관계 축조

P/T PN=(P,T,E,S,Mo)에서 축조 가능 부 net를 선정하여 transition간의 관계에 의하여 새롭게 축조 되어진 P/T 를 PN=(P',T',E',S',Mo')라 한다면 transition간의 관계와 축조는 다음과 같다.

3.1 transition의 관계

정의 3.1: 축조가능 부 net는 두 개의 transition으로 구성되어 진다. 즉 하나의 입력 transition(tH)과 출력 transition(tF)을 갖이며 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

i) tH와 tF는 live하다.

ii) tH와 tF의 관계는 다음과 같은 조건 중의 하나이다.

조건 A1: S(tH,p) =E(p,tH)

A2: E(p,tF) ⊃ S(tH,p)

A3: S(tF,p) ⊃ E(p,tH)

A5: ∃tH,tF',tF∈T

(E(p,tF)⊃ S(tH,p))∩(E(p,tF')⊃S(tF,p))∩ (E(p,tF')⊃S(tF,p))

B : E(p,tH) =E(p,tF)∩ S(tH,p)=S(tF,p)

3.2 강한 합성

이 합성은 축조가능 부 net의 두 개의 transition에서 공통의 place를 감축한 후 두 개의 transition을 하나의 transition으로 합성 되는 관계이다.

정의 3.2: 축조 가능 부 net에서 다음과 같은 관계 중 하나를 만족 할 경우 강한 합성을 한다.

1) S(tH,p) =E(p,tF) ; 조건 A1

2) E(p,tF) ⊃ S(tH,p) : A2

3) S(tH,p) ⊃ E(p,tF) : A3

하면,

∃tH•tF∈ T'

1) P'=P-{S(tH,p)∩ E(p,tF)}

2) T'=T-{tH ∪ tF} + tH•tF

3) E'(p,tH•tF)=(k'E(p,tH)∪(E(p,tF)-S'(tH,p)))

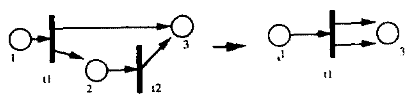
4) S'(tH•tF,p)=(kS(tF,p)∪(S(tH,p)-E(p,tF)))

5) M'(p) =M(p)

강한 합성에의한 transition의 합성 결과는 다음과 같다.

	[illegible]			F			[illegible]			X		
[illegible]	A1	A2	A3	A1	A2	A3	A1	A2	A3	A1	A2	A3
[illegible]	T					F	J					X
[illegible]	F					F		X				X
[illegible]		J		T	J	F		J		J	J	X
X		X		F	X	F			X	X	X	X

예)



t1은 F type, t2는 T type 그리고 t1과 t2는 조건 A3의 관계 따라서 합성 transition tH•tF 은 F type이 된다. 또한 place는 p2가 감축 된다.

3.3 약한 합성

세 개의 transition간에 이루어 지는 합성으로 세 개의 transition사이의 공통 place를 감축 한 후에 하나의 transition으로 합성 된다.

정의 3.3: 축조 가능 부 net에서 다음의 관계를 만족할 경우 약한 합성을 이룬다.

$(E(p,tF) \supset S(tH,p)) \cap (E(p,tF') \supset S(tF,p)) \cap (E(p,tF') \supset S(tF,p))$: 조건 A5

하면,

1) $P' = P - \{S(tH,p) \cap E(p,tF)\} \cup \{(S(tH,p) \cap E(p,tF')) \cup (S(tF,p) \cap E(p,tF'))\}$

2) $T' = T - \{tH \cup tF \cup tF'\} + tH \cdot tF \cdot tF'$

3) $E'(p, tH \cdot tF \cdot tF') = (k' E(p,tH) \cup (E(p,tF - (E(p,tF) \cap S(tH,p)))$

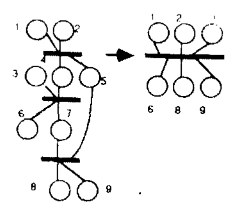
4) $S'(tH \cdot tF \cdot tF', p) = (kS(tF,p) \cup (S(tF,p) - (S(tF',p) \cap E(p,tF'))))$

5) $M'(p) = M(p)$

약한 합성에의한 transition의 합성 은 다음과 같이 정리 할 수있다.

tH	tF	tF'	합 성
F	J	J	J
	J	X	X
	X	J	X
	X	X	X
X	J	J	J
	J	X	X
	X	J	X
	X	X	X

예)



t1, t2, t3는 X type transition이며, 이들은 조건 A5의 관계를 만족 함으로 합성 transition X 형태로 합성 된다.

3.4 동등 합성

두 개의 transition사이의 합성으로 공통으로 관계된 place를 포갠 후 하나의 transition으로 합성 되어 진다.

정의 3.4: 축조가능 부 net에서 다음의 관계를 만족 할 때 동등 합성을 이룬다.

$E(p,tH) = E(p,tF) \cap S(tH,p) = S(tF,p)$: 조건 B

또한

$\exists k,k' \in N\ E(p_i,t_H)=k_i, S(t_H,p_j)=k_m,$ for $i=1,..N$

$m=1,..|p_i|\ E(p_i,t_F)=k'_j, S(t_F,p_j)=k'_n$

for $j=1,..N\ n=1,..|p_j|$ IFF $(k_i/k'_i)=(k_j/k'_j)$

하면,

1) $P'=P$

2) $T'=T-\{t_H\ t_F\}+t_{HtF}$

3) $E'(p_i,t_{HtF})=Min(k_i)$

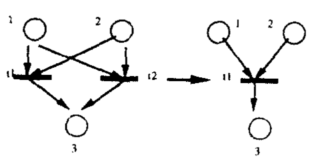
4) $S'(t_{HtF},p_i)=Min(k'_j)$

5) $M'(p)=M(p)$

동등 합성에 의한 transition의 합성은 다음과같이 정리 된다.

합 성	F	J	X
F	F		
J		J	
X			X

예)



t1과 t2는 J type transition이며 조건 B를 만족하여 place p1,p2,p3를 공유하므로 이들을 묶어 하나의 transition으로 합성시킨다.

4. 결 론

축조방법 제시에 있어서 가장 중요한 것은 기존의 net와 감축 된 net간의 동질성 여부의 증명이다. 축조 된 net의 liveness는 transition의 firing 열에 대한 확인으로써, 만일 축조된 net에서 기존의 firing열이 바뀌어지지 아니 한다면 그 liveness도 바뀌어 지지 않는다.[6] 따라서 제시 되어진 축조 방식에서는 축조 가능 부 net를 하나의 함축 되어진 transition으로 대치 함으로 firing열에 영향을 미치지 않는다.[7] 따라서 liveness에도 영향을 미치지 아니한다. 또한 boundness는 입력과 출력의 place가 축조 전과 동일하게 구성 되어 있으므로 역시 그 성질에 변화를 주지 않는다.

결론적으로 여기서 제시 된 관계축조 방식은 합성방식만으로 구성 되었으며, 또한 축조 가능 부 net의 선정이 용이하고 합성후의 transition 형태를 예측 할 수가 있어 축조방법을 자동화 하기가 용이 한 장점을 갖는다. 앞으로 계속 연구 되어야 할 과제로는, Time petri net에서의 축조를 보다 효율화 하여 성능 분석과 평가분석에의 활용도를 높히며 또한 High level petri net에서의 활용을 피하도록 발전시키는 것등이 남아있다.

참 고 문 헌

[1] C.Andre,F.Boeri,J.Marin,"Synthe se et realisation des systemes logiques a evolution simultanee ",RAIRO,10(avril,1976),67-86

[2]G.Berthelot,R.TERRAT,"Petri net theory for the correctness of pr otocol",IEEE Tr. on Comm, com.30(12),(dec.,1982),2497-2505

[3]G.Bertheolet,"Transformations de reseaux de petri",TSI,4(1),(1985),91-101

[4]Y.S.KWONG,"On reduction of async hronous system ",Theo.comp. sci.,5(1977),25-50

[5]R.J.LIPTON,"Reduction: a method of proving properties of parallel program",Comm. ACM, 18(12),(1975),717-721

[6]K.H.LEE,"Analyse,reduction et decompositions des systems par les reseaux de petri : application aux systemes logiciels",these de doc. de Lyon I,Lyon,1987

[7]J.K.LEE,R.TERRAT,"Transformation de la reduction relationnelle pour analyser les reseaux de petri ",unpublished manuscript.