[5-11]

동일한 경도구간을 공유하는 위성간의 충돌확률

이 호 진°, 이 병 선

한국 전자 통신 연구소 위성통신망 운용 연구실

Collision Probability Between Satellites Sharing the Same Longitude

Lee, Ho-Jin° and Lee, Byoung-Sun

Space and Telemetry Section, Electronics and Telecommunications
Research Institute(ETRI)

ABSTRACT

In this paper, a collision probability is obtained for (assumed) operational satellites in a colocated configuration within a prescribed window of longitude through an approximate modelling of the satellite movements on a long-term basis. The probability is calculated from independent spatial distribution for three dimensions under some assumptions made for average orbital movements observed for a period and for station-keeping manoeuvres. And the measurement and/or determination error in each direction is considered as a cross-sectional dimension. The probability of collision of two colocated satellites, as an example, is shown to be an order of 10^{-6}.

I. 서 론

1990년대 중반경에는 우리나라도 자체 통신 방송 위성을 보유하는 국가가 될 것이다. 1989년 현재 정지궤도상에 약 200개 정도의 위성이 자신에게 할당된 공칭궤도 위치에 떠 있으며, 대략적으로 해마다 약 20개 정도씩 증가하는 추세에 있으므로 가까운 장래에는 정지궤도상의 위성의 밀도는 급격히 증가할 것으로 예상된다. 이러한 위성수의 증가는 주어진 공칭궤도를 공유하는 위성의 증가를 의미한다. 즉 위성은 아무 위치에나 올라가는 것이 아니라 세계 무선통신 주관청 회의(WARC)에서 할당한 공칭궤도상에 올라가는 것이므로 어떤 할당된 공칭궤도 상에 밀집해 있게 되는 것이다.

공칭궤도 위치상의 각 위성은 동서와 남북방향으로 $\pm 0.1^{0}$ 내에 (거리로 환산하면 약 150km 구간내에) 유지되도록 조작(manoeuvre)되기 때문에 위성수의 증가에 따라 위성간의 전파간섭 뿐만 아니라 물리적인 간섭 가능성이 점차 커지게 된다. 한편, 이러한 정지궤도상에는 현재 운용중인 위성이 있는 반면 고장이 나거나 수명이 다한 위성이 있으며, 또한 위성의 궤도진입에 따른 잔유물 그리고 고장난 위성으로 부터 떨어져 나온 여러 파편들도 떠 다니고 있다. 정지궤도상의 이러한 위성 및 파편에 의한 위성 충돌이나 안테나 가림현상에 대해서 CCIR에서는 정지궤도상의 물리적 간섭에 관한 연구필요성을 제기하여 1989년에는 CCIR 보고서(Report 1004)가 나오기에 이르렀다[1]. 이 보고서는 정지궤도상 또는 그 근처에서 고장으로 떠 다니는 위성에 의한 물리적 간섭의 효과를 발표하였는데, 현재로서는 위성의 충돌 확률은 작지만 위성이 많아지면 확률이 증가하며, 또한 이러한 충돌을 일으키는 요인을 결정하고 미래의 재해를 예측평가하는 연구가 시급하다고 결론지었다. 그러면서 운용중인 위성간의 충돌에 관한 연구도 요청된다고 언급하였다. 이 보고서는 또한 위성이 궤도내에 균일하게 분포되어 있다고 가정할때 현재의 위성들간의 충돌확률이 1년에 100만분의 1 정도가 된다는 연구결과를 인용하였다. 이러한 정지궤도 전체에 대한 충돌확률 추정과는 별도로 Hechler와 Van der Ha는 동일경도 위치상의 2개의 위성간의 충돌률은 약 9×10^{-7}/yr 이고 충돌이 일어나지 않을 확률이 99%인 기간은 현재로서는 수백년이 된다고 하였다[2]. 이 결과는 측정오차나 제어오차 등은 고려하지 않고 위성의 단면적이 서로 겹치는 충돌정의에 대한 예측 결과로 위성의 궤도내의 운동을 확정적(deterministic)으로 취급한 것이다.

본 연구에서는 약간 상이한 접근 방법으로 동일궤도 위치상에서 운용중인 (가상)위성간의 충돌확률을 계산하여 위성운용에 대한 개략적인 이해를 돕고자 한다. 운용중인 위성에 대해서는 궤도유지조작(station-keeping manoeuvring)을 자주 행하게 되므로 긴 시간동안의 궤도내의 위성의 운동을 확정적으로 모델링하기 힘들며, 또 이러한 상황에서의 공간분포를 구하는 것은 9차원의 적분이 되어 컴퓨터를 이용한 수치해석적 방법 또는 컴퓨터 시뮬레이션에 의존하여야 하므로, 본 연구에서는 적당한 가정하에서 정지궤도상에서의 평균적 운동과 궤도조작 주기에 의한 공간분포를 바탕으로 충돌확률을 대략적으로 구하고자 한다. 그리고 궤도내에 새로이 위성을 넣을 때나 모델링 싯점에서의 위성의 위치등의 효과는 무시하고 위성이 균일하게 분포되어 있다고 가정하기로 한다. 제 II 장에서는 궤도내의 섭동에 의한 위성의 이동과 3차원에서의 각 축방향에서의 공간분포를 모델링 하고 제 III 장에서는 이를 바탕으로 충돌확률을 계산한다. 마지막으로 제 IV 장에서는 결과를 해석하고 이에 대한 대책 및 앞으로의 연구방향에 대해 언급한다.

II. 궤도내의 위성의 운동과 공간분포 모델링

II-1. 궤도내의 섭동과 궤도위치 결정

정지궤도내의 위성은 끊임없이 외란을 받아 주어진 공칭궤도 위치로 부터 섭동하게 된다. 이러한 섭동의 원인이 되는 힘은 대략적으로 지구의 편원성(oblateness)에 의한 중력장의 불균형, 태양과 달의 인력, 그리고 태양방사압(SRP)등이다. 중력장의 불균형은 궤도상에서 위성의 동서방향 표류를 야기하게 되고, 태양과 달의 인력은 궤도의 경사(inclination)를 증가시켜 지구상에서 바라본 위성의 궤적이 남북으로 진동하게 한다. 그리고 SRP는 궤도의 이심율(eccentricity)을 증가시킨다. 한편 궤도경사는 동서방향의 진동의 또 하나의 원인이 되지만 궤도의 이심율에 의한 동서방향의 진동보다 훨씬 작게 되므로 고려하지 않는게 일반적이다. 이러한 섭동력은 순간적으로는 미약하지만 긴 시간을 두고 그 효과가 누적되면 위성의 많은 이동을 일으켜서 어떤 주기로 궤도유지 조작이 이루어져야 한다.

이 섭동력을 해석적으로 모델링하여 완벽하게 수식적으로 표시하기는 거의 불가능하므로 현재는 주로 직접 수치적분 방법에 의해 궤도를 예측하는데, 주로 Cowell의 방법, Encke의 방법, 그리고 매개변수변화법(VOP)등이 사용되고 있다[3]. 그러나 이러한 수치적분 방법으로 충돌확률을 계산하는 것은 매우 어려우므로 어떤 기간동안에 대한 위성의 공간분포를 구하는 것이 현실적이라고 할 수 있다. 따라서 대략적인 위성의 운동을 구하여 각 위치에서의 위성의 존재 확률을 구해야 하는데, 위성의 위치를 표시하는 좌표 프레임은 여러가지가 있지만 위성의 궤도유지 한계가 공칭값에서 $\pm 0.1^0$ 까지의 값이므로 위성의 위치를 지구의 중심을 원점으로 하는 구좌표계로 표시하는 것이 편리하다. 한편 위성의 실제 위치를 확인하고 궤도유지 조작을 행하기 위해서는 지구상에서 방위각과 고도각, 그리고 경사거리(slant range)를 직접 측정하게 된다. 그런데 이러한 측정에서는 측정의 정확도(accuracy)가 있게 되는데, 이러한 오차는 지구를 중심으로 하는 구좌표계상의 오차로 표시되게 된다. 그런데 이 종합적 오차를 직접 공간분포 모델링에 포함시키고자 하면 매우 복잡하므로 이를 별도의 충돌단면적으로 취급하고 본 연구에서는 긴 기간동안의 평균적 운동만 모델링하기로 한다. 그리고 궤도유지 조작은 양 한계점에서만 실시한다고 가정하며, 일반적인 최적화 방법인 단편 리이트 싸이클(single-sided limit cycle) 형태로 이루어진다고 가정한다.

II-2. 동서방향 운동의 공간분포 모델링

위성은 궤도장반경(a)의 변화와 SRP에 의한 궤도이심률(e)의 변화, 그리고 궤도경사각(i)의 변화에 의해 지구상의 경도(longitude)에 대한 그 상대위치가 변화하게 된다. 궤도장반경의 변화는 경도표류로 나타나게 되고, 이심률에 의해서는 정현파적인 진동을 일으키게 된다. 궤도 경사각에 의한 효과는 경사각(i)을 0.1^0 이내로 제한시키는 경우 약 $i^2/4$ 라디안 정도이므로 이심율에 의한 진폭변화 2e 라디안에 비해 상대적으로 작다. 또한 주기가 짧은 섭동효과는 무시하고 긴 주기나 지속적인 섭동효과만 고려한다.

위성의 경도 (λ)는 대개 다음과 같이 근사화될 수 있는데 [4],

$$\ddot{\lambda} = -0.00168 \sin 2(\lambda - \lambda_s) \quad \cdots\cdots (1)$$

여기서 $\ddot{\lambda}$는 경도표류 가속도 (deg/day^2)이고 λ_s는 동경 75^0E 점인 안정된 경도지점이다. 예를 들어, 궤도유지 조작에 의하여 $\pm 0.1^0$ 이내로 위성이 제한된다면 윗 식은 110^0E 근방에서 다음과 같이 근사화될 수 있다.

$$\lambda(t) = 108.572\cos(0.0339t) + 0.295\sin(0.0339t) + 1.428 \quad \cdots\cdots (2)$$

더욱 근사화하여 가속도를 $\ddot{\lambda} = -0.0013^0/day^2$ 과 같이 상수로 가정하면 $\pm 0.1^0$ 내에서는 등가속도 운동으로 간주할 수 있다. 따라서 동서방향의 궤도조작 주기 Tew는

$$\mathbf{Tew} = 4\sqrt{\frac{\Delta\lambda}{\ddot{\lambda}}} \quad \cdots\cdots (3)$$

로 경도변화 $\Delta\lambda$가 0.1일때 Tew는 약 35일이 된다. 만일 t=0에서 $-\Delta\lambda$ 위치를 출발하는 경우 한 주기 Tew내에서의 경도 $\lambda(t)$는

$$\lambda(t) = 2\sqrt{\ddot{\lambda}\Delta\lambda}\,t - \frac{1}{2}\ddot{\lambda}t^2 - \Delta\lambda \quad \cdots\cdots (4)$$

가 되는데, 여기서 t의 단위는 일(day)이다. 그런데 Tew 동안의 경도상의 공간적인 확률분포는 $110^0 \pm 0.1^0$(E) 내에서의

각 지점을 통과하는 속도에 반비례하고 따라서 110.1^0 근방에서 최대, 109.9^0 근방에서 최소가 된다고 생각할 수 있다. 그러므로 이러한 확률밀도 $f'_\Lambda(\lambda)$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f'_\Lambda(\lambda) = \frac{k}{\sqrt{2\lambda^{\circ}(\Delta\lambda - \lambda)}}, |\lambda| \le \Delta\lambda \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

여기서 λ는 110^0에 대한 상대적인 경도이고 비례상수 k를 $\int_{-\infty}^{\infty} f'_\Lambda(\lambda)d\lambda = 1$을 이용하여 결정하면

$$f'_\Lambda(\lambda) = \frac{1}{2\sqrt{2\Delta\lambda(\Delta\lambda - \lambda)}}, |\lambda| \le \Delta\lambda \quad \cdots\cdots\cdots (6)$$

가 되는데, 계산상의 편의를 위하여 1차식으로 근사화시키면 $f_\Lambda(\lambda)$ 를 얻는다.

$$f_\Lambda(\lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda}{4(\Delta\lambda)^2} + \frac{1}{2\Delta\lambda}, |\lambda| \le \Delta\lambda \quad \cdots\cdots (7) \\ 0 \quad , \text{otherwise} \end{cases}$$

이 $f'_\Lambda(\lambda)$와 $f_\Lambda(\lambda)$를 그림 2-1에 나타내었다.

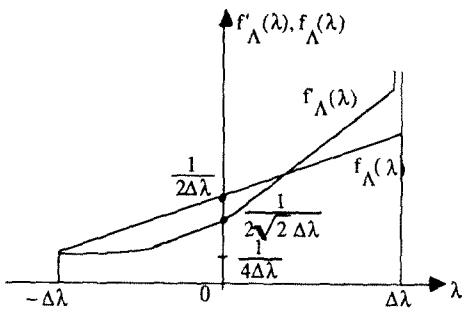

그림 2-1. 위성의 동서운동에 대한 공간적 확률밀도함수와 그 근사함수

그리고 이심률(e)에 의해 매일 $\pm 2e$ 라디안의 진폭으로 경도가 진동하게 되는데, 이는 $\pm 114.6^0 e$ 의 경도이동에 해당된다. 또한 분사(thrust)에 의한 토오크나 제어오차에 의해 a와 e가 약간 변화하며, 경도측정에 의한 궤도결정오차는 $\pm 0.01^0$ 이다.

II-3. 남북방향 운동의 공간분포 모델링

지구 중력장의 불균형이 주로 궤도내의 섭동원인이라면 태양과 달의 인력은 궤도밖으로의 섭동을 일으킨다. 이러한 인력의 섭동은 궤도의 경사로 나타나는데, 적도평면상에 있는 위성의 경우 경사각의 변화율이 1년에 평균 0.86^0 정도이지만 해마다 0.75^0에서 0.95^0사이로 변화하게 된다. 지구에서 보면 동일한 경도구간을 공유하는 위성간의 충돌 확률(90986) 이러한 궤도경사는 위성이 적도의 남북으로 매일 8자를 그리면서 이동하는 것으로 보이게 된다. 따라서 날마다 경사각 i만큼 남북으로 진동하게 되는데, 짧은 기간동안에는 남북방향의 공간분포는 동서방향과 유사하게 양 끝점에서 최대이고 가운데 지점이 최소가 될 것이다. 그러나 긴 기간동안, 특히 궤도유지 조작이 필요한 싯점까지, 즉 경사각이 0.1^0에 도달하는 시간을 고려하여 모델링할 때, 기울기가 일정한 1차식으로 근사 시킬수 있고 공간분포는 균일하게 될 것이다.

한편 궤도유지 조작은 경사각이 0.1^0에 도달한 날의 하교점(descending node)에서 반대방향으로 분사를 하여 이루어진다. 이렇게 하면 경사각 자체는 변화되지 않고 궤도 수직면이 0.2^0로 이동하여 하교점과 승교점(ascending node)이 서로 교환되게 된다. 따라서 궤도조작 Tns는 경사각이 0.2^0 만큼 움직이는 시간이므로

$$\mathbf{Tns} = \frac{0.2 \times 365}{0.95} \approx 77(\mathbf{day}) \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

정도가 된다. 그러므로 Tns/2일 동안, 즉 38일 동안의 남북방향 공간밀도는 이 기간동안 쏠고 지나간 면적에 비례한다고 간주하면 그 확률밀도함수 $f_I(i)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_I(i) = \begin{cases} -\frac{1}{(\Delta i)^2} i + \frac{1}{\Delta i}, 0 \le i \le \Delta i \quad \cdots\cdots (9) \\ \frac{1}{(\Delta i)^2} i + \frac{1}{\Delta i}, -\Delta i \le i \le 0 \\ 0 \quad , \text{otherwise} \end{cases}$$

이 $f_I(i)$는 그림 2-2에 나타내었다.

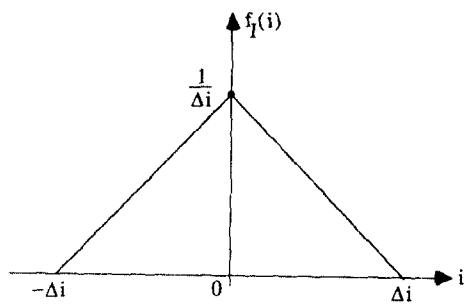

그림 2-2. 남북방향의 위성의 공간밀도 함수

이 방향의 궤도 결정오차는 동서방향과 마찬가지로 $\pm 0.01^0$ 이다.

II-4. 방사(radial) 방향 운동의 공간분포 모델링

지구 중심으로 부터 위성까지의 거리 r은 정지궤도의 타원반경과 이심률에 의해 하루를 주기로 진동하게 된다. 이 방향으로의 운동은 섭동에 의한 효과이기 보다는 위성의 궤도운동에 의한 효과이다. 이 r은 지구상에서 측정한 직선거리(range) p와 지구상에서 관측한 위성의 고도 h에 의해서 다음과 같이 표시된다[5].

$$r = \sqrt{R^2 + p^2 + 2pR\sin h} \quad \text{----------} \quad (10)$$

여기에서 R은 지구의 (평균) 반경이다. 한편 이심근점이각(eccentric anomaly) E에 대해 r은 다음과 같이 표시되는데,

$$r = a(1 - e\cos E) \quad \text{----------} \quad (11)$$

평균근점이각(mean anomaly)에 의해 대략적으로 E를 계산하면 r은

$$r = r_m(1 - ke\cos nt) \quad \text{----------} \quad (12)$$

로 모델링 될수 있다[2]. 여기서 n은 평균각속도이고 k는 상수로 $\left(\frac{a}{r_m}\right)^2$인데, r_m은 r의 평균값으로 p의 평균값을 p_m이라면 (10)식에 의해 구해진다. 그리고 r 방향의 확률밀도도 짧은 기간동안에서는 정현파적 운동이므로 양 끝점에서 밀도가 최대이지만 긴 기간동안에는 분포가 균일하다고 간주할 수 있다.
만일 $r_m = a$ 라고 두면 k=1이 되고 (12)식은 (11)식의 형태가 된다.

한편 궤도경사각 i(rad)에 의해서도 r은 영향을 받는데, 관측지점의 위도를 s이라고 하면 (12)식은 다음과 같이 변형된다.

$$r \approx r_m\sqrt{1+ki^2}\left(1 - \frac{ke}{ki^2+1}\cos nt\right) \quad \text{--------} \quad (13)$$

여기서 $r_m = a$ 라고 두면

$$r \approx a\sqrt{1+i^2}\left(1 - \frac{e}{1+i^2}\cos nt\right) \quad \text{----------} \quad (14)$$

로 모델링 된다. i가 0^0 에서 0.1^0까지 (즉 0.00175 (rad) 까지) 도달하는 시간동안에는 i의 증가에 따라 그 확률밀도 $f_R(r)$은 그림 2-3과 같이 r의 축을 따라 오른쪽으로 약간 이동하게 된다.

i 의 값이 미소하므로 계산의 편의를 위해 i = 0이라고 가정하고 $f_R(r)$을 결정하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$f_R(r) = \begin{cases} \frac{1}{2ae}, |r-a| \le ae \\ 0, \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{----------} \quad (15)$$

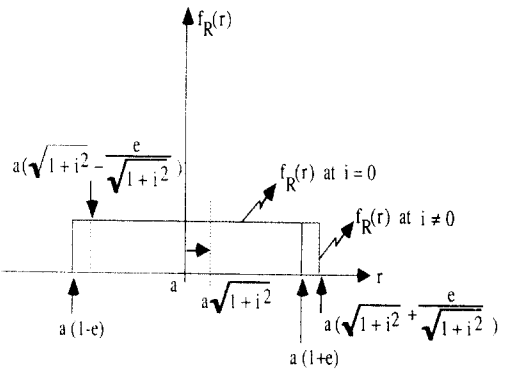

그림 2-3. i 의 변화에 따른 방사방향의 공간밀도 함수의 변화

다음으로 range 측정에 의한 p의 오차가 방사축상의 거리 r의 오차에 미치는 영향을 살펴보면 (10)식에서 $h = 45^0$ 를 대입하면,

$$\frac{dr}{dp} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2} \quad \text{----------} \quad (16)$$

을 얻는다. 일반적으로 $\frac{R}{r} = 0.15127$ 정도(R은 지구평균반경)이므로 r의 오차는 거의 p의 오차와 동일함을 알수 있다.

III. 위성간의 충돌 확률

물리적인 '충돌'의 의미는 어떤 부피는 갖는 두개의 물체가 동일시각에 어떤 한점을 중심으로 서로 접촉하는 현상이다. 충돌여부를 알기 위해서는 각각의 물체 운동을 정확히 수학적으로 기술하여 충돌현상을 예측하는 것이 정확하겠지만, 이러한 방법으로는 충돌의 유무만 알 수 있을 뿐 충돌의 가능성 정도를 예측하기 힘들다. 또한 각 물체의 운동을 정확히 기술하는 것도 쉬운 일은 아니다. 따라서 확률적으로 충돌가능성을 판단하는 것이 보다 현실적이다. 사실 위성은 자체적인 부피를 갖고 있을 뿐 아니라 앞장에서도 언급했듯이 어떤 위치에 있다고 판단하여도 불확실성이 존재하므로 그 영역내에 어디에 정확히 위치하는 지는 알 수 없다. 따라서 실제적으로 물리적 충돌이 발생하지 않더라도 이 불확실성 영역이 구성하는 공간이 서로 겹치거나 만나면 충돌하는 것으로 간주한다. 이러한 의미의 충돌에는 그 겹치는 부피에 따라 충돌할 확률적 분포가 존재하지만 본 연구에서는 계산의 편의를 위해 겹치기만 하면 충돌한다고 가정한다.

III-1. 위치에 따른 위성의 존재 확률

좌표계의 각 축방향으로 주어지는 위성의 공간적 확률분포는 서로 독립적이고 각 시간프레임(여기서는 Tns/2)내에서는 시간별로 균일하게 분포된다고 가정한다. 그리고 각 시간 프레임들은 확률적으로 동일(stationary)하다고 가정한다. 각 축방향에 대한 존재확률을 각각 독립적으로 구할 수 있으므로 먼저 r축 방향으로 그 확률분포를 고찰한다. 어떤 위성 S_1 이 r구간내의 한점을 중심으로 불확실성 영역인 $\pm \frac{\Delta r}{2}$ 의 범위내에 있을 확률은 다음과 같이 구해진다.

즉, 확률변수 R(r)이 어떤 확률변수값 $R_1 = r_1$ 근방의 $\pm \frac{\Delta r}{2}$ 범위에 있을 확률분포를 $R' \equiv |R - R_1|$ 이라고 할때 R'=r'일 확률밀도 $f_{R'}(r')$ 이 다음과 같으므로,

$$f_{R'}(r') = \int_{r_1}^{\infty} f_R(r) f_{R1}(r - r')dr + \int_{-\infty}^{r_1} f_R(r) f_{R1}(r' - r)dr \quad \cdots\cdots\cdots (17)$$

따라서

$$P\{R' \le \frac{\Delta r}{2}\} = F_{R'}(\frac{\Delta r}{2}) = \int_0^{\frac{\Delta r}{2}} F_{R'}(S)ds \quad ----(18)$$

가 된다. 같은 방식으로 구한 확률밀도함수와 확률분포함수의 형태는 그림 3-1과 같다.

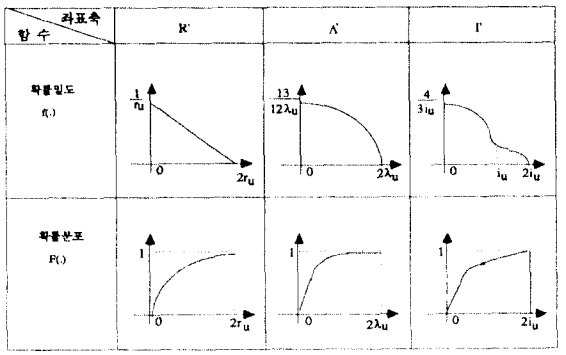

그림 3-1. 각 축방향으로의 확률밀도함수 및 확률분포함수의 형태

(* 이후로는 특별히 언급되지 않는 한 R'(r'), Λ'(λ'), I'(i') 대신에 R(r), Λ(λ), I(i)로 쓰기로 한다).

따라서 하나의 위성이 구좌표계상의 어떤 한점 $P_1(r_1,\lambda_1,i_1)$ 근방의 $\pm \frac{\Delta r}{2}, \pm \frac{\Delta\lambda}{2}, \pm \frac{\Delta i}{2}$ 내의 영역에 있을 확률 P_0 는 다음과 같이 구해진다.

$$P_0 = P\{R \le \frac{\Delta r}{2}, \lambda \le \frac{\Delta\lambda}{2}, I \le \frac{\Delta i}{2}\}$$
$$= F_R(\frac{\Delta r}{2}) F_\lambda(\frac{\Delta\lambda}{2}) F_I(\frac{\Delta i}{2}) \quad \cdots\cdots\cdots (19)$$

여기서 $\Delta r = 60(m), \Delta\lambda = 0.02(^0), \Delta i = 0.02(^0)$ 를 대입하고 $e = 10^{-4}, a = 42164(km)$ 를 사용하여 $r_u = ae = 4216.4(m)$, $\lambda_u = \lambda_i = 0.1(^0)$ 를 대입하면 $P_0 = 8.34 \times 10^{-5}$ 이 된다.

III-2. 위성간의 충돌확률

2개의 위성 S_1, S_2 가 충돌하는 확률을 구해본다. 먼저 위성 S_1 이 점 P_1에 위치하고 위성 S_2가 점 P_1 부근의 충돌가능지역에 위치한다면 충돌확률 P_{s2} 는

$$P_{s2} = P_0 x P\{R \le \frac{3\Delta r}{2}, \lambda \le \frac{3\Delta\lambda}{2}, I \le \frac{3\Delta i}{2}\}$$
$$= 1.15 \times 10^{-7} \quad ---------- (20)$$

로 구해진다. 이 확률은 Tns/2(일) 동안의 운동을 기준으로 모델링한 경사각 확률밀도를 사용한 것으로 이러한 기간의 확률적 성질은 다음 기간동안에도 계속 유지된다고 가정한다.
따라서 1년 동안의 충돌율 $P_{s2/y}$는 근사적으로 다음과 같이 된다.

$$P_{s2/y} = \frac{365 \times 2}{Tns} P_{s2} = 1.1 \times 10^{-6} \quad ------ (21)$$

즉, 1년동안 2개의 위성이 충돌할 확률은 약 100만분의 1 정도 된다. 한편 3개의 위성이 충돌할 확률을 살펴본다. r 방향에 대해서 고찰하면

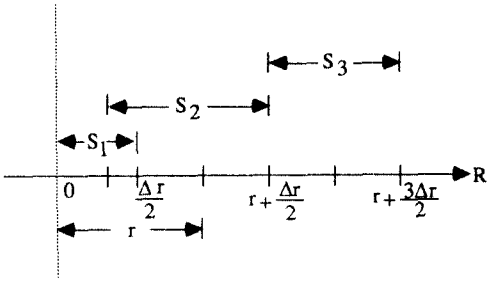

그림 3-2. r 방향으로의 충돌가능지역

그림 3-2와 같이 위성 S_1이 기준점에 있고 위성 S_2의 중심이 r의 위치에 있으면, S_3 의 중심이 $r + \Delta r$ 이내에 있을때 3 위성이 동시에 충돌하게 된다. 다른 축에도 같은 원리를 적용하되 가장자리에서의 오차를 무시하면 3 위성이 동시에 충돌할 확률 $P_{s3/3}$는 다음과 같이 주어진다.

$$P_{s3/3} = P_0 x [\int_0^{\Delta r} F_R(r + \frac{3\Delta r}{2}) f_R(r + \frac{\Delta r}{2}) dr]$$
$$x [\int_0^{\Delta\lambda} F_\Lambda(\lambda + \frac{3\Delta\lambda}{2}) f_\Lambda(\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}) d\lambda]$$
$$x [\int_0^{\Delta i} F_I(i + \frac{3\Delta i}{2}) f_I(i + \frac{\Delta i}{2}) di] \quad ---- (22)$$

그리고 한개의 위성의 위치에는 상관없이 나머지 2개가 충돌할 확률은 P_{s2}이므로, 3개의 위성에서 2개가 충돌할 확률$P_{s2/3}$는

$$P_{s2/3} = {}_3C_2 P_{s2} \times [1 - P\{R \le \frac{5\Delta r}{2}, \Lambda \le \frac{5\Delta\lambda}{2}, I \le \frac{5\Delta i}{2}\}] \quad \cdots\cdots (23)$$

이 된다. 따라서 3개의 위성이 서로 충돌할 확률 P_{s3} 는

$$P_{s3} = P_{s3/3} + P_{s2/3} \approx 3.45 \times 10^{-7} \quad \cdots\cdots (24)$$

이고 $P_{s3/y} = 3.3 \times 10^{-6}$ 정도가 된다. 위성의 갯수가 4 이상이면 경우의 수가 급격히 증가하므로 위의 과정을 일반화시키기 힘들다. 따라서 대략적인 근사화 방법을 사용하기로 한다.

지금 n개의 위성이 있을때 ($n \ge 3$), 이 때의 충돌확률을 P_n 이라고 하면 새로이 한개가 추가되었을 때의 대략적인 확률P_{n+1}은

$$P_{n+1} = P_n \cdot P_0 + {}_{(n+1)}C_2 P_{s2} = P_n P_0 + \frac{n(n+1)}{2} P_{s2} \quad \cdots\cdots (25)$$

가 된다. 따라서

$$P_n = P_{s2}(P_0^{n-2} + \sum_{k=1}^{n-2} \frac{(n-k+1)(n-k)}{2} P_0^{k-1}) \quad \cdots (26)$$

이 된다. P_0가 작으므로 k=1,2만 취하면 다음을 얻는다.

$$P_n \approx \frac{n-1}{2}[n + (n-2)P_0]P_{s2} \quad \cdots\cdots (27)$$

그리고 1년동안의 충돌을 $P_{n/y}$는 근사적으로 $5.8 \times 10^{-7} n(n-1)$ 정도가 된다.

다음으로 N년만에 적어도 한번 충돌이 일어날 확률을 구해본다.

충돌하는 해는 무작위도착(random arrival)으로 생각할 수 있으므로 [2], Poisson 확률분포를 가지며 N년만에 충돌이 한번도 발생하지 않을 확률P(0)는 exponential 함수로 표시될 수 있다. 따라서 1년동안의 충돌을 $\lambda (= P_{n/y})$라고 하면 n개의 위성이 N년만에 적어도 한번 충돌할 확률P는

$$P = 1 - P(0) = 1 - e^{-\lambda N} \quad \cdots\cdots (28)$$

이 된다. 여기서 Y는 충돌이 없는 기간을 나타낸다. 따라서 평균적으로는 $\frac{1}{\lambda}$, 즉 $1.72 \times 10^6 / n(n-1)$ 년만에 충돌이 한번씩 일어난다고 생각할 수 있다. 이러한 관계에 의해 위성의 갯수와 충돌확률 사이의 관계를 그림 3-3에 나타내었다.

IV. 결 론

본 연구에서는 동일 경도를 공유하는 (가상적으로) 운용중인 위성들간의 충돌확률을 비교적 긴 시간동안의 개략적인 위성 운동 모델링을 통하여 구하였다. 궤도상의 평균적인 위성의 운동 및 궤도유지조작을 함께 고려하여 여러가지의 가정하에서 근사

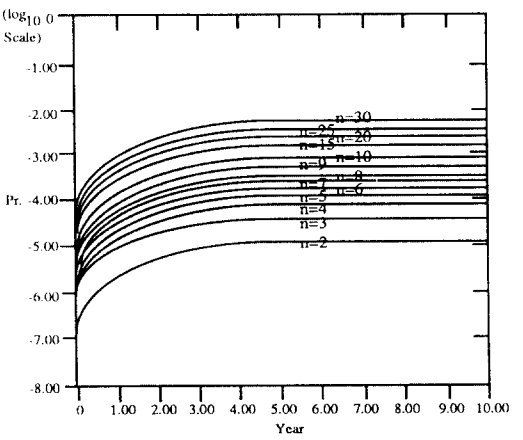

그림 3-3. 위성의 갯수에 따른 첫 충돌시기(년)의 확률분포

화된 각 방향으로의 공간확률분포를 구하고, 각 방향에서의 측정오차 범위를 충돌단면적으로 간주하여 충돌확률을 구하였다. 이 계산 결과에 의하면 대략적으로 1년동안 2 개의 위성간의 충돌확률은 약 백만분의 일 정도이고 10년동안에 적어도 한번 충돌할 확률은 약 십만분의 일 정도가 되는 것으로 나타났다. 그리고 위성이 증가하면 충돌확률이 점차로 증가 하게 되는데, 이러한 충돌확률을 감소시키기 위해서는 고정밀도의 위치 및 거리 측정이 필요하며 또한 위성간의 연계된 적절한 궤도유지조작이 필요하다. 앞으로의 연구는 더 현실적인 가정하에서의 수식적 모델링과 각 축사이의 합동확률분포를 고려한 종합적 모델링을 사용하는 연구로 보완, 발전되어야 하며 또한, 짧은 주기의 운동에 대한 확률분포에 의한 충돌확률계산 연구도 수행되어야 할 것이다. 그리고 충돌확률은 최소화 하고 연료 소모를 최소화 하는 최적의 궤도유지조작에 대한 연구도 이루어져야 할 것이다

.

V. 참고문헌

[1] CCIR Documents 4/1040-E, Report 1004, Nov. 1989.

[2] M. Hechler and J. C. Van der Ha, "Probability of collisions in the geostationary ring," J. spacecraft, Vol. 18, No.4, July-August 1981, pp 361-366.

[3] M. H. Kaplan, Modern Spacecraft Dynamics and Control, John Wiley & Sons, New York, 1976.

[4] P. Kale and S. Rangarajan, "A technique for the fine longitude control of a geostationary satellite as demonstrated on INSAT-1B," International Journal of Satellite Communication, Vol. 7, 1989, pp381-393.

[5] W.L. Morgan and G.D. Gordon, Communications Satellite Hand book, John Wiley & Sons, New York, 1989.