

정지원 고정찬 최형진  
성균관 대학교 전자공학과

## A Study on Modulation/Decoding Algorithm of TCM

Ji-Won Jeong Sung-Chan Cho Hyung-Jin Choi

Dept. of Electronic Engineering, Sungkyunkwan Univ.

## Abstract

This paper describes general theory of TCM(Trellis Coded Modulation) and applies each modulation to techniques--PAM, PSE, QAM-- to TCM. In order to reduce complexity of Viterbi decoding algorithm, we apply path-trace method to TCM decoding algorithm.

Using Monte-Carlo Simulation, we analyzed performance of TCM and confirmed efficiency of decoding algorithm.

## 1. 서

우리가 필요로 하는 송수신간의 안전하고 오류률(error-rate)이 적은 통신을 하고자 원할때 코딩(coding)기법을 사용하여 왔으며 그것은 대역폭의 확장의 댓가로 같은 오류율에서 요구되어지는 신호대 잡음비(SNR)의 감소로 Coding Gain을 가져왔다. 그러나 요즘의 경우는 사용자의 증가로 인해 Voice grade channel과 같은 대역폭이 제한된 채널(Bandwidth limited channel)하에서 주로 통신이 이루어지고 있기 때문에 코딩은 별로 각광을 받지 못하였다 따라서 Bandwidth limited channel하에서도 대역폭의 확장없이 그리고 Data rate의 변동없이 Coding을 사용하여 Uncoded system 보다 더 많은 Coding gain을 얻을수 있는 방법이 꾸준히 연구되어 왔다. 이것이 TCM(Trellis Coded Modulation, 격자부호변조)이 나오게 된 동기이다. [1]

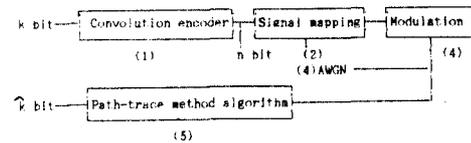
격자부호변조는 Multilevel/phase signal에 대한 channel coding으로 1982년 Ungerboeck이 처음 제안한 이후로 통신에서 널리 이용되어 쓰이게 되었으며 즉, Channel coding과 Modulation이 결합된 Redundant Nonbinary Modulation이다.

본 논문에서는 TCM에서 적용가능한 여러가지 변조기법--PAM(Pulse Amplitude Modulation), PSK(Phase Shift Keying), QAM(Quaderature Amplitude Modulation)--에 대하여 채널모델로서 AWGN(Addictive White Gaussian Noise)가 첨가되어 수신된 신호를 응용된 복호알고리즘을 적용하여 효과적으로 복호하는 과정을 보였으며 또한 Monte-Carlo simulation을 이용하여 그 성능을 분석하였다.

중점인 Viterbi decoding algorithm을 TCM에 적용한 경우 알고리즘의 복잡성과 많은 연산과정에서 야기되는 large scale circuitry, 즉, decoder size의 증가와 그에 따른 circuit speed 문제가 대두되는데, 이러한 문제의 해결을 위하여 본 논문에서는 convolutional coding에서 쓰이고 있는 Path-trace method를 TCM에 적용한 복호알고리즘을 제안하였으며, simulation을 통하여 그의 효율성을 입증하였다.

## 2. TCM의 구성개요

## 2.1 System 구성



## 2.2 TCM의 전체블락도

본 논문에서 TCM의 전체블락도를 그림 2.1에서 보였으며 그 내용을 간단히 요약하면 아래와 같다.

- (1) Convolution encoder : Rate k/n인 길쌈부호기 사용
- (2) Signal mapping : TCM의 performance를 좌우하는 중요한 역할을 담당 하는 것으로 각 signal set에 대해 set partition과 그에 따른 codeword를 할당한다.
- (3) Modulation : 변조기법으로는 PAM, PSK, QAM을 TCM에 적용한다.
- (4) Channel model : Channel model로서는 mean=0, variance= $\sigma^2$ 인 Addictive White Gaussian (AWG)을 사용.
- (5) Decoding algorithm : 본 논문에서 제안하고자 하는 개선된 path-trace method decoding algorithm 적용.
- (6) Simulation방식 : 10<sup>5</sup>개의 k bit를 부호기의 입력으로 data를 주어 복호기에서 출력된 k bit와 비교하여 error를 counting 하는 Monte-Carlo Simulation방식을 사용.

2.2 Signal Mapping rule  
 이 장에서는 PSK에 대해서만 TCM rule을 적용시킨 예를 보이고 3장에서서는 이 rule을 토대로 각 다른 변조기법에 대해 적용 하기로 한다.

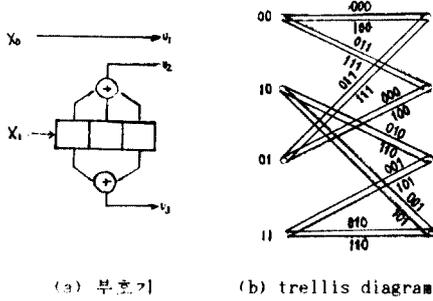


그림 2.2 Encoder와 Trellis diagram

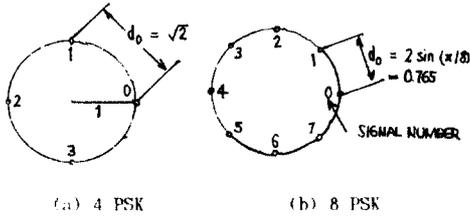


그림 2.3 PSK signal space

그림 2.2에서 보는 바와같이 부호기는 rate 1/2 의 부호기 예가 uncoded 1 bit를 첨가시킨 형태이며 Trellis diagram의 위의 두 branch는 입력비트 x0x1 이 00 또는 10 이며 아래의 두 branch 는 x0x1 이 01 또는 11 을 나타낸다. 그림 2.3에서 보는것 과 같이 coded 8PSK는 uncoded 4PSK보다 각 신호의 point 에서 가장 가까운 minimum distance (최소거리)가 좁아져서 MPSK 에서 M이 증가할수록 오류율이 더욱 증가하는 것을 알수있다. 즉, 전송 속도의 증가에 따라 Error Performance 는 감소되는 것을 의미한다. 여기서 Trellis coding 개념이 적용되는데 TCM이론에 의하면 비록 신호들 사이의 거리가 좁혀지더라도 Trellis 상으로 수신된 신호를 복호할때 수신된 신호에 대해 Trellis에 존재하는 noise free된 신호의 거리만 넓혀 주면 결데거리의 감소를 보강해줄수있게 된다. 여기에서 Trellis상에서 branch coded word를 재구성하여 주는 rule이 Ungerboeck이 제안한 set partition에 관한 rule이며 그것은 다음과 같다. (1) 같은 State에서 생기는 현이는 subset B0, B1의 waveform 을 받는다. (2) 한State 에서 결합되는 현이는 subset B0, B1의 waveform 을 받는다. (3) Parallel Transition은 subset C0, C1, C2, C4 로부터 받는다.

위의 rule에 따라 그림 2.2의 Trellis diagram을 재구성하면, 즉, 전라상태의 구조를 보고 re-encoding하게 되면 Trellis의 새로운 구성은 그림 2.4와 같이 된다.

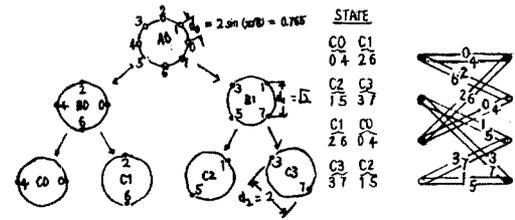


그림 2.4 Set partition에 의한 trellis diagram  
 한개의 코드를 해야한 TCM의 특징은 branch에 할당되어진 c-coded인 비트의 binary가 아닌 그에대한 phase 혹은 level을 나타내는 nonbinary인 것이 종전의 convolution coding 과 차이점이다.

Set partition을 했을때(그림 2.4)와 하지않을때(그림 2.2)인 uncoded 4PSK와의 비교를 그림 2.5에서 simulation을 통하여 비교하였다.

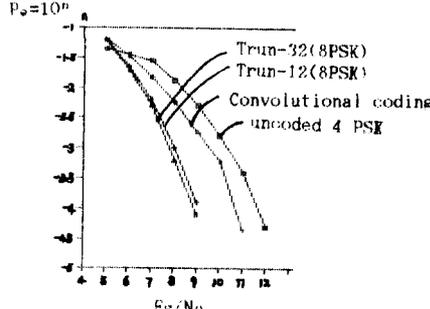


그림 2.5 Coded 8PSK performance

Table 2.1에 convolution coding과 TCM의 차이점을 요약 해 보았다.

	convolution coding	TCM
performance 척도	hamming distance	eulidean distance
branch codeword	binary	nonbinary
node	90° 안됨	90°
state	90° 안됨	90°
branch	180°	180°

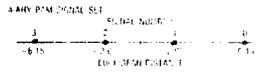
3. TCM에 적용된 변조와 simulation결과

앞에서 말한바 PSK의 경우 uncoded 4PSK보다 coded 8PSK의 성능이 훨씬 높음을 알수있다. 이와 같은 결과를 PAM, QAM에 적용시켜 보고 simulation을 통하여 비교해 보았다. 여기서 각 변조기법에 따른 reference signal과 convolution coding과 TCM의 차이점을 나타내다를 나타내었다.

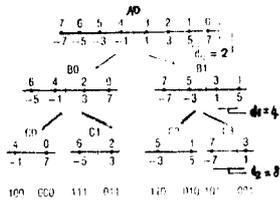
변조기법	Reference signal (uncoded signal)	Rate	Coded signal
PAM	4PAM	2/3	8PAM
PSK	4PSK	2/3	8PSK
QAM	8PSK	3/4	16QAM

(1) PAM

Encoder의 Trellis diagram은 PSK와 동일하며 reference signal과 그의 set partition에 대한 codeword 할당은 그림 3.1과 같으며 그림 3.2에서 performance를 나타내었다.



(a) Reference 4-PAM signal



(b) Coded 8-PAM set partition

그림 3.1 Set partition에 의한 8PAM의 codeword 할당

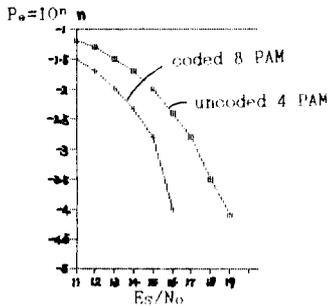
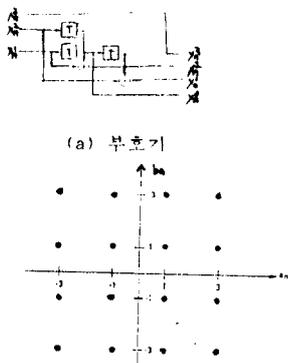


그림 3.2 PAM의 Simulation 결과

(2) QAM

16QAM, 64QAM의 부호기와는 다른형태이며 따라서 reference signal의 다른 constellation을 보인다. 부호기와 signal constellation은 그림 3.3과 같다



(b) Signal constellation

그림 3.2 16QAM의 Encoder와 signal constellation

이와 같이 16QAM에 의한 codeword 할당은 그림 3.4와 같다

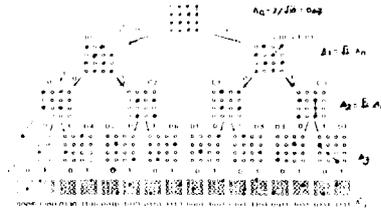
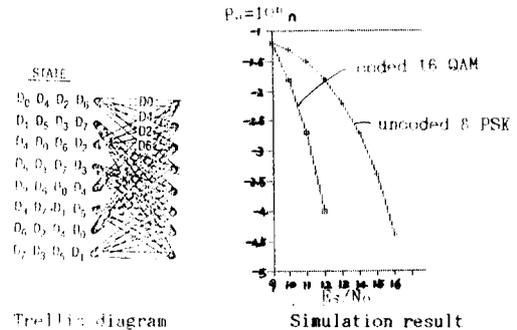


그림 3.4 QAM set partition

Trellis diagram과 그의 performance는 그림 3.5와 같다.



Trellis diagram

Simulation result

그림 3.5 16QAM의 Trellis diagram과 performance

이상에 보인 것처럼 각 변조기법에 대한 전체적인 결과는 표 3.2와 같다

표 3.2

변조기법	State	Coding gain(dB)	Sav
PAM	2	2.1	21
PSK	2	2.9	1
QAM	3	3.8	5

Average signal power(Sav) =  $(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_M^2)/M$   
 where  $d_i$ :Euclidean distance  $i$ th signal from the center of space

### 4. Path-back method에 의한 TCM 복호알고리즘

이전의 Viterbi decoding은 forward error correction 방식으로서 state, branch수 등의 증가로 인한 많은 연산 작용으로 large scale circuitry가 요구되어 진다.

복호하는데 이러한 large scale circuitry, 즉 decoding size의 증가로 인한 memory, decoding speed 문제가 대두된다.

이러한 단점을 극복하기 위한 연구가 행하여 졌으며, 1988년 trace back method를 도입하였다. 이 방식은 decoding size는 이전에 비해 급격히 줄일수 있으나, 1 bit를 복호하기 위한 속도에는 별 영향을 미치지 못하므로 여기에 대한 대응책과 이전의 viterbi decoding 방식과 trace-back 방식을 표 4.1에서 비교하여 보겠다.

#### 4.1 Convolution coding에 있어서 path-trace method

먼저 TCM의 Trace-back algorithm의 이점을 돕기 위하여 기존의 convolution coding에 대한 trace-back method에

표4.1 Viterbi decoding 방식과 trace-back 방식의 비교

	이전의 viterbi decoding 방식	trace-back method
error correction 방식	forward	back
k에 따른 performance	양상	양상
k에 따른 hardware	연산작용이 많아져 기하급수적 decoding size가 커진다.	time-shared multiple use of circuit(ACS작용)로 이전의 방식에 비해 줄인다.
$[2^k-1 \times T]$ 행렬 path memory cell (그림 3.3)	selector D/F/F	path selector memory, node number calculator, 여 대해 LSI RAM 만 사용 (circuit size는 줄이나 속도는 변함없음)

k = 구속장수  
T = k의 4배, 5배

대해 설명하겠다. 1.3.1

(1) Branch matrices를 구한다.(branch signal(noise-free signal)과 received signal과의 거리(hamming distance, TCM의 경우, euclidean distance)를 구한다

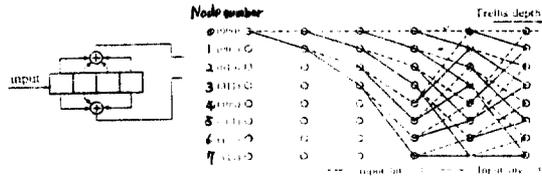


그림 4.1 Encoder와 Trellis diagram

(2) ACS(Adder-Compare-Selector)--한 node로 들어오는 것 중에서 branch matrix가 가장 작은 path를 선택(path select signal 결정)

- 0 - 한 node로 들어오는 것 중 위에서들어오는 path
- 1 - 한 node로 들어오는 것 중 아래서들어오는 path

(3)  $2^k-1$  T 행렬의 cell안에 path select signal을 path memory에 저장.

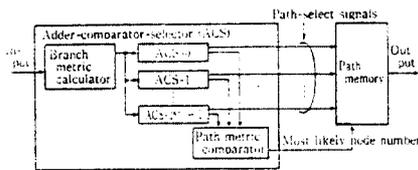


그림 4.2 Viterbi decoder 블록도

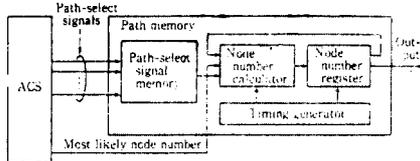


그림 4.3 Trace-back memory 블록도

(4) Node number calculator에 의해 T만큼 trace back하여 1 bit 복호하여 shift 시킨다.

Next node number calculator 공식은 다음과 같다.

$$N_i = 2^{k-2} \times PS_i + \lfloor N_{i-1} / 2 \rfloor$$

$$\lfloor N_i \rfloor = \text{x보다 크지않은 최대의 정수}$$

$$N_i = \text{node number}$$

TCM의 변조·복호 알고리즘에 관한 연구(90942)

PS<sub>i</sub> = path select signal

k = constrain length

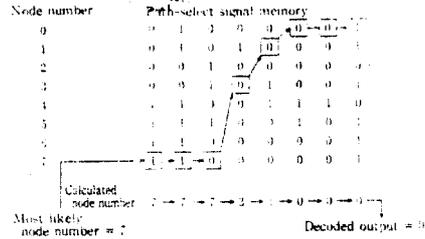


그림 4.4 Trace-back memory operation

(5) speed에 영향을 줄수있는 경우

이상 위에서 살펴본 바의 것은 decoder size는 줄일수 있으나 decoding speed에는 별영향을 미치지 못한다는 것을 알수있다. 다음 그림4.5에서는 speed에도 영향을 줄수있는 개선된 방법을 제시하였다

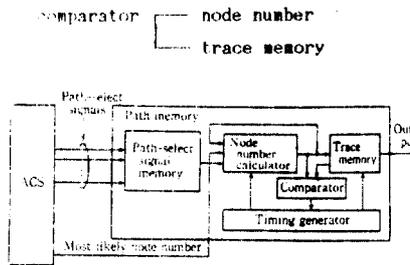


그림 4.5 Path-trace memory의 블록도

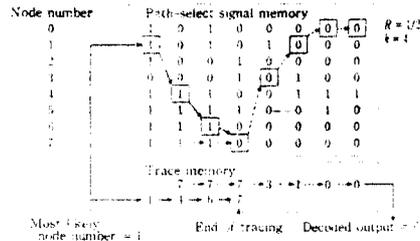


그림 4.6 Path-trace memory operation

#### 4.2 TCM에서의 path-trace method 복호알고리즘

TCM에서의 path-trace method 복호알고리즘은 ACS, Path memory의 block diagram은 위의 경우와 동일하나 path select signal과 node number calculator에서 위의 경우 Path-trace memory의 블록도와 차이점을 보인다.

그림4.7에서 PSK, QAM의 trellis diagram에서 state의 증가에 따른 path select signal, node number calculator의 변화를 살펴보고 simulation에 의해 각 SNR에서 평균 추계횟수를 통하여 효율성을 알수있다.

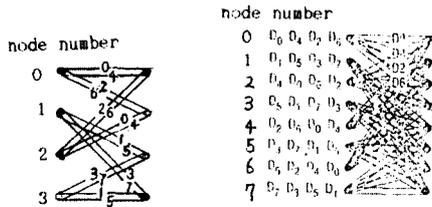


그림 4.7 4 state와 8 state의 trellis diagram

TCM에서 next node number calculator는 다음과 같다

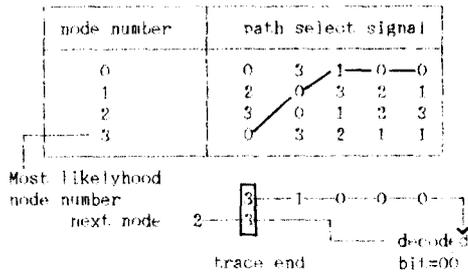
$$N_i = 2 \times \lfloor PS_i / 2 \rfloor + \lfloor N_{i-1} / 2^{k-1} \rfloor$$

$$PS_i = 0, 1, \dots, 2^{k-1} - 1$$

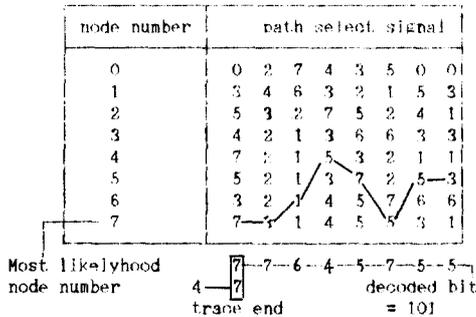
$$N_i = 0, 1, \dots, 2^{k-1} - 1$$

x = x보다 크지않는 최대의 정수

4 state, 8 state의 path memory 작용은 다음과 같다



(a) 4 state decoding 과정



(b) 8 state decoding 과정

그림 4.8 TCM의 path memory operation

위의 그림 4.8 에서 다음과 같은 복호의 균일성이 있다.

node number	decoded bit	path select signal	node number	decoded bit	path select signal
0	00	0, 2	0	000	0, 2, 4, 6
	10	1, 3		100	1, 3, 5, 7
1	10	0, 2	1	001	0, 2, 4, 6
	11	1, 3		101	1, 3, 5, 7
2	00	0, 2	2	010	0, 2, 4, 6
	10	1, 3		110	1, 3, 5, 7
3	01	0, 2	3	011	0, 2, 4, 6
	11	1, 3		111	1, 3, 5, 7
			⋮	⋮	⋮
			7	011	0, 2, 4, 6
				111	1, 3, 5, 7

(a) 4 state

(b) 8 state

그림 4.9 TCM의 복호 균일성

Convolution coding과 TCM의 path-trace method의

차이점은 표 4.2와 같다.

표 4.2

	Convolution coding	TCM
Node number calculator	$N_i = 2^{k-2} \times PS_i + \lfloor N_{i-1} / 2 \rfloor$	$N_i = 2 \times \lfloor PS_i / 2 \rfloor + \lfloor N_{i-1} / 2^{k-1} \rfloor$
Path select signal	$PS_i = 0, 1$	$PS_i = 0, 1, \dots, 2^{k-1} - 1$
Node number	$N_i = 0, 1, \dots, 2^{k-1} - 1$	$N_i = 0, 1, \dots, 2^{k-1} - 1$

위의 path-trace method 복호알고리즘을 통해 각SNR 에서 평균추적횟수는 simulation을 통하여 그림 4.10과 같다.

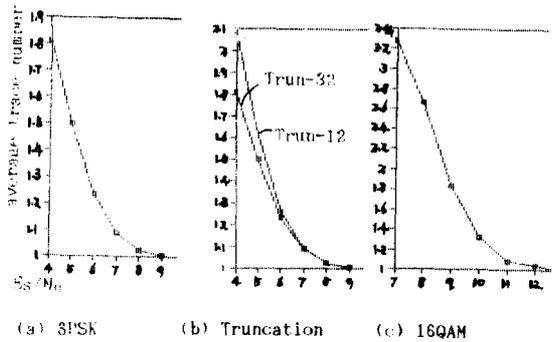


그림 4.10 Decoding cycle에서의 평균 추적횟수

## 5. 결과

각 chapter를 통하여 살펴본 바와 같이 TCM이 convolution coding보다 uncoded system보다 더 많은 coding gain을 얻을수 있음을 알수 있다. 본 논문에서 제시한 개선된 path-trace method은 convolution coding에서 적용시킨 것은 널리 알려져 있지만 multilevel/phase coding인 TCM에서 적용시켜본 결과 convolution coding과 복호하는데 차이점을 알수있으며 종전의 방식에 비해 decoder size를 줄이고 speed를 빨리할수 있다.

Monte-Carlo simulation은 많은입력 bit수의 data를 처리하며(본 논문에서는 10<sup>5</sup>개의 data사용) 시간처리 문제의 단점은 있으나 입력 bit수가 한정되어 있는 analytic 방식보다는 coding에 있어서 유용하게 쓰인다.

앞으로 해야할 과제는 더욱 더 다양한 변조기법을 TCM에 적용시키면 것이다.

## 参考文献

- [1] Sklar, B., Digital Communications: Fundamentals and Applications, Prentice Hall, 1988
- [2] Ungerboeck, G., " Channel Coding with Multilevel/Phase Signals, " IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-28, January 1982, pp. 55-67
- [3] Atsushi Yamashita, " A New Path Memory for Viterbi decoders, " FUJITSU Sci. Tech. J., 25, 1, March 1989, pp. 37-42